Институт прикладной математики
им. М.В.Келдыша РАН (Москва)

Южно-Российский центр информатизации
Ростовского государственного университета (Ростов-на-Дону)

Московский государственный университет
им. М.В.Ломоносова (Москва)

XVI ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ "ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И КОНСТРУИРОВАНИЕ ЧИСЛЕННЫХ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

посвященная памяти К.И. Бабенко

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Дюрсо, 2006

Оргкомитет XVI Конференции выражает признательность Российскому фонду фундаментальных исследований, при поддержке которого состоялось это мероприятие (грант 06-01-10071г)

УДК.519.6

Тезисы докладов XVI Всероссийской конференции "Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов и решение задач математической физики с приложением к многопроцессорным системам посвященной памяти К.И. Бабенко (Дюрсо, 4-10 сентября, 2006).

АННОТАЦИЯ

Конференция включает лекции и доклады по вычислительной математике, аэро-гидродинамике, молекулярной биологии. Обсуждаются направления развития алгоритмов математической физики и параллельных вычислительных технологий. Также рассматриваются теоретические вопросы дифференциальных уравнений, точные и асимптотические представления решений краевых задач и динамических систем.

Стр. 66.

Proceedings of the XVI All-Russian Conference "Theoretical bases and generation of numerical algorithms to solve mathematical physics problems with application to multiprocessor systems devoted to K.I.Babenko (Durso, 4-10 September, 2006)

ABSTRACT

The conference includes lectures and reports on computational mathematics, aero-hydrodynamic, molecular biology. The development of mathematical physics algorithms and the parallel computational technologies are discussed. The theoretical problems on differential equations, exact and asymptotic solutions of boundary problems are considered.

О ПОСТРОЕНИИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СЕТОК

Азаренок Б.Н.

Вычислительный Центр РАН им. А.А.Дородницына, Москва

Рассматривается вариационный метод построения регулярных пространственных сеток, составленных из гексаэдральных ячеек. Метод основан на минимизации вариационного функционала, для которого подынтегральное выражение есть безразмерное отношение ортогональных инвариантов. Функционал зависит от двух метрик. Одна метрика порождается криволинейной сеткой, генерируемой в счетной области, а вторая, задаваемая специальным образом в канонической области, отвечает за дополнительное управление формой ячеек конструируемой сетки, например, за сгущение и ортогонализацию координатных поверхностей сетки к границе счетной области. Специальным заданием метрики в канонической области можно построить произвольно заданную невырожденную сетку. Аппроксимация функционала проводится на десяти тетраэдрах, составляющих два двенадцатигранника с теми же вершинами что и у шестигранной ячейки. Дискретный функционал обладает бесконечным барьером на границе множества невырожденных двенадцатигранных ячеек, что гарантирует построение невырожденной сетки, состоящей из такого рода ячеек. В большинстве практических случаев гексаэдральная сетка с полученным в результате минимизации дискретного функционала распределением узлов в счетной области также является невырожденной. Предложен метод расстановки узлов сетки на границе области.

Рассматривается также метод построения адаптивных подвижных сеток, узлы которых сгущаются в окрестности резкого изменения монитор вектор-функции. Для этого вариационный функционал записывается на многообразии S^n в пространстве $\mathbb{R}^{n+m}$, где n – размерность евклидова пространства $\mathbb{R}^n$ (n=3), m – число компонент монитор вектор-функции $\mathbf{f}=(f^1,\ldots,f^m)$, по которой проводится адаптация сетки. Приводятся примеры построения сеток.

Работа выполнена при финансовой поддержке ОМН РАН (программа N 3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Азаренок Б.Н.* Об одном вариационном методе построения пространственных сеток. М. ВЦ РАН. 2006. 51 с.
2. *Azarenok B.N.* A variational hexahedral grid generator with control metric// J. Comp. Phys. 2006. (to appear)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ СЖИМАЕМОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

Азарова О.А.

Вычислительный Центр РАН им. А.А.Дородницына, Москва

Области свободной турбулентности являются неизбежным фоном для различных газодинамических процессов, что обуславливает необходимость моделирования как самой турбулентности, так и ее взаимодействия с ударными волнами [1-5]. В данной работе представлены результаты численного исследования динамики статистических характеристик сжимаемой турбулентности на разных стадиях ее развития при взаимодействии с первоначально плоской ударной волной. Используется модель сжимаемой турбулентности, основанная на синтезе численного решения уравнений Эйлера и прямого статистического моделирования [5-7]. Генерация турбулентных пульсаций производится в ограниченной пространственной области с помощью прямого расчета стохастических полей параметров газа. Исследовано влияние наличия энтропийной моды в начальном поле пространственных флуктуаций для развивающейся турбулентности и для хорошо развитой турбулентности. В этих случаях получена динамика коэффициентов усиления давления, плотности, температуры, завихренности, кинетической энергии флуктуаций, а также коэффициентов взаимных корреляций параметров газа.

Приведен пример использования предложенной модели сжимаемой турбулентности для рассмотрения воздействия турбулентности на режим сверхзвукового обтекания затупленного тела. Показано, что даже слабое турбулентное возмущение в сверхзвуковом потоке может порождать серию акустических волн вблизи тела, а также существенные изменения давления торможения и силы лобового сопротивления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Andreopoulos Y., Agui T.H., Briassulis G.* Shock wave - turbulence interactions // Ann. Rev. Fluid Mech. 2000. V.32. P.309-345.
2. *Jamme S., Cazalbou J.- B., Torres F., Chassaing P.* Direct Numerical Simulation of the Interaction between a Shock Wave and Various Types of Isotropic Turbulence // Flow, Turbulence and Combustion. V.68. 2002. P.227-268.
3. *Mahesh K., Lele S. K., Moin P.* The influence of entropy fluctuations on the interaction of turbulence with a shock wave // J. Fluid Mech. V. 334. 1997. P.353-379.
4. *Rotman D.* Shock wave effects on a turbulent flow // Phys. Fluids A3 1991. P.1792-1806.

5. *Азарова О.А.* Численное моделирование взаимодействия турбулентности с ударной волной в потоке сжимаемого газа. // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 2004. Т.44. №3. С.532-541.
6. *Азарова О.А., Яницкий В.Е.* Флуктуации в потоке газа с ударной волной // Журн. вычисл. матем. и матем. физ. 2000. Т.40. №11. С. 1753-1760.
7. *Azarova O.A., Shtemenko L.S., Shugaev F.V.* Numerical Modeling of Shock Propagation through a Turbulent Flow // Computational Fluid Dynamics Journal (Japan) 2003. V.12. №2. P. 41-45.

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВЫМИ ПОТОКАМИ С ПОМОЩЬЮ ТОНКИХ РАЗРЕЖЕННЫХ КАНАЛОВ

Азарова О.А., Колесниченко Ю.Ф.
Вычислительный Центр РАН им. А.А.Дородницына, Москва
Институт высоких температур РАН, Москва

Известно, что наличие в сверхзвуковом потоке тонкого разреженного канала оказывает значительное воздействие на режим обтекания тел и в некоторых случаях может привести к перестройке всего течения [1-6]. Такой процесс является примером бифуркации в нелинейной среде, вызванной локальным возмущением. В данной работе на основе численного решения системы уравнений Эйлера моделируются газодинамические последствия наличия в сверхзвуковом потоке, натекающем на тело, протяженного по пространству источника энергии в виде канала с пониженной плотностью и постоянным давлением, равным давлению в невозмущенном потоке. Постановка задачи инициирована экспериментальными работами по воздействию СВЧ энергии на сверхзвуковое обтекание тел [3,4].

Проводится численное исследование воздействия тонкого разреженного канала на сверхзвуковое обтекание затупленных и заостренных тел, а также тел с выемками. Получены новые данные об изменении структуры течения, отхода головной ударной волны, а также сил сопротивления поверхностей тел в ситуациях отошедшей и присоединенной головной ударной волны. Изложен механизм импульсного поведения параметров торможения, характерного для симметрии течения, отличной от плоской, при взаимодействии области пониженной плотности с ударным слоем. При наличии в потоке бесконечного тонкого разреженного канала рассматривается установление стационарных режимов обтекания тел и исследуется картина течения в стационарных режимах. Показана возможность существенного уменьшения сил сопротивления поверхностей тел за счет образования циркуляционных течений в области ударного слоя. Исследована возможность воздействия на силу сопротивления фронтальной поверхности за счет изменения геометрии и расположения источников энергии.

Результаты расчетов согласуются с экспериментальными данными исследования взаимодействия СВЧ разряда со сверхзвуковыми моделями по динамике отхода головной ударной волны и эволюции давления в точке торможения. Полученные эффекты могут найти применение для изменения характеристик обтекаемого тела в целях совершенствования процесса управления летательными аппаратами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *В.И. Артемьев, В.И. Бергельсон, И.В. Немчинов, Т.И. Орлова, В.А. Смирнов, В.М. Хазинс.* Формирование новых структур газодинамических течений при возмущении плотности в тонких протяженных каналах перед фронтами ударных волн // Математическое моделирование. 1989. Т.1. №8. С.1-11.
2. *П.Ю. Георгиевский, В.А. Левин.* Управление обтеканием различных тел с помощью локализованного подвода энергии в сверхзвуковой набегающий поток // Механика жидкости и газа. 2003. №5.
3. *Yu. F. Kolesnichenko, V.G. Brovkin, O.A. Azarova, V.G.Grudnitsky et al.* Microwave Energy Release Regimes for Drag Reduction in Supersonic Flows // 40th AIAA Aerospace Meeting and Exhibit, Paper AIAA-2002-0353, p.1-13.
4. *Yu. F. Kolesnichenko, O.A. Azarova, V.G. Brovkin, D.V. Khmara et al.* Basics in Beamed MW Energy Deposition for Flow/Flight Control // 42nd AIAA Aerospace Meeting and Exhibit, Paper AIAA-2004-0669, p.1-14.
5. *О.А. Азарова, В.Г. Грудницкий, Ю.Ф. Колесниченко.* Численное исследование воздействия тонкого разреженного канала на сверхзвуковое обтекание тел с клиновидным выступом // Математическое моделирование. 2005. Т.18. №10. С.104-112.
6. *О.А. Азарова, В.Г. Грудницкий, Ю.Ф. Колесниченко.* Стационарное обтекание тел сверхзвуковым потоком газа, содержащим бесконечный тонкий разреженный канал // Математическое моделирование 2006. Т.18. №1. С.79-87.

АПОСТЕРИОРНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ РАСЧЕТА ФУНКЦИОНАЛА ПО ЛАГРАНЖЕВОЙ ФОРМЕ НЕВЯЗКИ И СОПРЯЖЕННЫМ ПАРАМЕТРАМ

Алексеев А.К.

РКК "Энергия г. Королев, Московская обл.

Достаточно часто в практических задачах представляет интерес расчет ценных функционалов (таких, как, например, коэффициенты сопротивления или подъемной силы). Эти величины используются в смежных дисциплинах как исходные данные, при этом количественная информация о погрешности их расчета представляет большую ценность, оправдывающую дополнительные усилия. Погрешность расчета ценного функционала зависит не только от величины локальной ошибки аппроксимации, но и от переноса этой ошибки по расчетному полю, что определяется параметрами конкретного решения. В связи с этим, в докладе рассмотрена апостериорная оценка погрешности конечно-разностного расчета функционалов параметров течения. Для оценки ошибки расчета использованы сопряженные уравнения в непрерывной постановке и различные формы локальной невязки, использующие как дифференциальное приближение конечно-разностной схемы, так и действие на рассчитанное поле некоторого конечно-разностного шаблона. Оба варианта разными способами используют Лагранжеву форму остаточного члена ряда Тейлора. Для разрывных течений данный подход реалистически оценить погрешность расчета. Для достаточно гладких решений он позволяет одновременно уточнить решение и получить верхнюю оценку погрешности уточненного решения (с помощью неравенства Гельдера). Все операции проводятся на той же разностной сетке, что и решение основной задачи и требуют столько же времени счета. В иллюстративных расчетах в качестве ценного функционала использовано значение температуры и плотности в точке. Представлены результаты численных расчетов как для гладких полей (уравнение теплопроводности, параболизированные уравнения Навье-Стокса), так и для разрывных (уравнения Эйлера).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алексеев А.К.* Апостериорная оценка погрешности конечно–разностного решения с помощью сопряженных уравнений и дифференциального представления//Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2005. Т. 45. № 7. С. 1213-1225.

УСИЛЕНИЕ НЕОБХОДИМЫХ УСЛОВИЙ ЭКСТРЕМУМА ДЛЯ АНОРМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ ТИПА РАВЕНСТВ

Арутюнов А.В.[1], Карамзин Д.Ю.[2]

[1] *Российский университет дружбы народов, Москва*

[2] *Вычислительный центр РАН им. А.А.Дородницына, Москва*

Пусть X – линейное пространство. Даны отображение $F : X \to Y = \mathbb{R}^k$ и функция $f : X \to \mathbb{R}^1$ (натуральное k задано.) Рассмотрим следующую экстремальную задачу

$$f(x) \to \min, \quad x \in X, \quad F(x) = 0. \tag{1}$$

Зафиксируем точку $x_0 \in X$, являющуюся локальным минимумом в задаче (1), и будем предполагать, что отображения f и F дважды непрерывно дифференцируемы в окрестности x_0. Рассмотрим функцию Лагранжа $\mathcal{L}(x, \lambda) = \lambda^0 f(x) + \langle y^*, F(x)\rangle$. Здесь $\lambda = (\lambda^0, y^*)$, где $\lambda^0 \in \mathbb{R}^1$, $y^* \in \mathbb{R}^k$ – множители Лагранжа. Обозначим через $\Lambda = \Lambda(x_0)$ множество нормированных множителей Лагранжа λ, отвечающих точке x_0 в силу принципа Лагранжа

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x}(x_0, \lambda) = 0, \lambda^0 \geq 0, \, |\lambda| = 1.$$

Для произвольного натурального r рассмотрим множество тех множителей Лагранжа $\lambda \in \Lambda$, для каждого из которых существует такое (зависящее от λ) линейное подпространство $\Pi \subseteq X$, что

$$\operatorname{codim} \Pi \leq r, \quad \Pi \subseteq \operatorname{Ker} \frac{\partial F}{\partial x}(x_0), \quad \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x^2}(x_0, \lambda)[x, x] \geq 0 \, \forall \, x \in \Pi.$$

(codim – это коразмерность подпространства.) Множество таких множителей Лагранжа обозначим через $\Lambda_r(x_0)$.

Напомним [1], что точка x_0 называется нормальной, если $\operatorname{Im} \frac{\partial F}{\partial x}(x_0) = Y$, и анормальной в противном случае. Для анормальных точек доказана следующая

Теорема. Пусть точка x_0 является локальным минимумом в задаче (1) и анормальна. Тогда множество $\Lambda_{k-1}(x_0)$ непусто и, более того, имеет место

$$\max_{\lambda \in \Lambda_{k-1}} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial x^2}(x_0, \lambda)[h, h] \geq 0 \ \forall h \in X : \frac{\partial F}{\partial x}(x_0)h = 0.$$

Эта теорема усиливает некоторые результаты из [1]-[2].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты № 05-01-00193, № 04-01-00619 и грантов Президента РФ, проекты МК-5591.2006.1, НШ-5344.2006.1.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Арутюнов А.В.* Условия экстремума. Анормальные и вырожденные задачи. М.: Факториал, 1997.
2. *Арутюнов А.В., Ячимович В.* К теории экстремума для анормальных задач // Вестн. МГУ. Сер. Вычисл. матем. и кибернетика. 2000. N 1. С.34–40.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ГОРЕНИЯ МИШЕНИ ДЛЯ УСТАНОВКИ "ИСКРА-6"ОТ УЧЁТА РАЗЛИЧНЫХ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Атаманенко В.Д., Долголева Г.В.
РФЯЦ-ВНИИЭФ, Саров

В докладе излагаются результаты численного исследования горения лазерной мишени, предлагаемой для установки "ИСКРА-6". Варьируются уравнения состояния и пробеги в оболочке, а также меняется величина падающего потока энергии. Рассматривается влияние различных физических процессов на сжатие и горение мишени. Геометрия системы и форма падающего потока взяты из работы [1]. Исследования работы лазерной мишени базируется на расчётах по программе СНД [2], функциональные возможности которой позволяют адекватно описывать сложную физику лазерных мишеней.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Н.Г. Карлыханов, В.А. Лыков, М.С. Тимакова, М.Н. Чижков.* Результаты одномерных расчётов по выбору мишени с непрямым воздействием для зажигания на лазерной установке "ИСКРА-6". Письма в ЖЭТФ, том 79, вып.1, с.30-33.
2. *Долголева Г.В.* Методика расчета движения двухтемпературного излучающего газа (CHD) . ВАНТ. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики, 1983, вып.2(13), с.29-33.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ВНУТРИ/ВБЛИЗИ ВРАЩАЮЩИХСЯ ЯЧЕИСТО-ПОРИСТЫХ ТЕЛ

Баев В.К., Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А
Институт теоретической и прикладной механики СО РАН им. С.А. Христиановича, Новосибирск

В приложениях возникает необходимость определения поля течения в/вблизи вращающихся дисков из ячеисто-пористых материалов. Для этой цели нами развита соответствующая физико-математическая модель, описывающая течения газа внутри быстро вращающихся тел из ячеисто - пористых материалов. Получены асимптотические и численные решения некоторых задач вынужденной центробежной конвекции внутри ячеисто - пористых тел цилиндрической формы. Исследовано влияние определяющих параметров (коэффициента сопротивления, относительной длины цилиндра) на характеристики и типы течений.

В рамках развитой модели разработан и тестирован численный алгоритм. На его основе рассмотрены задачи сопряжения внутренних течений с внешними. Результаты численного моделирования имеют удовлетворительное соответствие с данными проведенных экспериментальных измерений характеристик вращающегося пористого диска на сплошной подложке. Получено согласование по значениям момента и скоростного напора. При вращении диска в свободном пространстве выявлена возможность образования дорожки вихрей, связанных с неустойчивостью Тэйлора - Гертлера. Для диска, вращающегося на некотором расстоянии от плоского экрана, показано формирование замкнутого винтового течения, приводящего к перераспределению закрутки в зазоре между диском и экраном. В этом случае результаты расчетов согласуются с данными экспериментальных измерений по локальным распределениям тангенциальной скорости в поле течения в зазоре.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ МОЩНОГО ФЕМТОСЕКУНДНОГО ИМПУЛЬСА НА ДАЛЬНИЕ ДИСТАНЦИИ В ВОЗДУХЕ

Балашов А.Д.

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва

Работа посвящена исследованию численными методами особенностей распространения фемтосекундных лазерных импульсов в атмосфере. С помощью применения усреднения уравнений по времени и использования параллельных методов создан вычислительный программный комплекс для качественного моделирования распространения мощных лазерных импульсов на дальние дистанции.

Характер явления определяется соотношением между процессами многофотонной ионизации и множественной мелкомасштабной самофокусировки (филаментации). Установлен ступенчатый характер развития процесса, при котором до достижения пороговых значений интенсивности происходит развитие филаментации без потери энергии импульса. При достижении пороговых значений интенсивности начинается потеря энергии на ионизацию, сопровождаемая дефокусирующим воздействием электронной плазмы, что приводит к потере интенсивности. При падении интенсивности ниже порогового значения могут создаться условия для повторного зарождения самофокусировки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Балашов А.Д., Пергамент А.Х.* Математическое моделирование распространения фемтосекундного импульса // Математическое моделирование. 2006. Т. 18.
2. *Skupin S., Berge L. et al* Filamentation of femtosecond light pulses in the air: Turbulent cells versus long-range clusters // Physical Review E. 2004. V. 70. N. 046602.
3. *Власов С.Н., Таланов В.И.* Самофокусировка волн. Н.Н.// ИПФ РАН. 1997.

ВЫРОЖДЕНИЕ БИФУРКАЦИЙ ПРИ ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОМ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ В ТОНКОМ СЛОЕ

Батищев В.А., Белов К.В., Махалова Е.С.

Ростовский государственный университет, Ростов-на-Дону

Изучены вырожденные бифуркации, возникающие при нестационарном осесимметричном течении Марангони в тонком горизонтальном слое при заданных значениях потока тепла и концентрации примеси на нижней твердой границе. На верхней свободной поверхности потоки тепла и примеси отсутствуют. В приближении пограничного слоя на основе уравнений Прандтля найдены "основные"автомодельные режимы течений жидкости, у которых отсутствует окружная компонента скорости.

Рассмотрены два случая слияния пары точек бифуркаций общего положения при изменении параметра, пропорционального градиенту температуры. В первом случае возникает точка двусторонней бифуркации, которая при дальнейшем изменении параметра исчезает, а ветви вторичных режимов отделяются и удаляются от ветви основного режима. Во втором случае при слиянии пары точек бифуркации ветви вторичных режимов стягиваются в точку и исчезают вместе с исчезновением бифуркаций.

Рассмотрен случай слияния трех точек ветвления, каждая из которых имеет простое собственное число. При изменении параметров эта точка с трехкратным собственным числом исчезает и в зависимости от соотношения между параметрами возникают три случая. В первом случае возникают три точки ветвления общего положения, две из которых соединены ветвями возникших вторичных режимов. Во втором случае появляется точка двустороннего ветвления и точка ветвления общего положения, причем обе эти точки также соединяются ветвями возникших вторичных режимов. В третьем случае возникает только одна точка бифуркации с простым собственным числом. Вторичные режимы для всех рассмотренных случаев рассчитаны численно.

К ПРОБЛЕМЕ ОБТЕКАНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ ПОТОКОМ ИДЕАЛЬНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ (АЛГОРИТМЫ БЕЗ НАСЫЩЕНИЯ)

Белых В.Н.

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

Одной из немногих гидродинамических задач, нашедшей себе место во всех учебниках гидродинамики, является задача обтекания тел безвихревым потоком идеальной несжимаемой жидкости. При этом, несмотря на то, что теория указанных задач разработана давно и даже обрела характер некой образцовой каноничности (внешняя задача Неймана для уравнения Лапласа), ряд практически важных вопросов до сих пор остается нерешенным. Так, до настоящего времени имеется существенный пробел в проблеме численного исследования задач обтекания трехмерных тел.

В докладе на основе математических идей К.И. Бабенко представлены принципиально новые — *ненасыщаемые* [1, 2] — алгоритмы численного решения задач осесимметричного обтекания тел вращения безвихревым потоком идеальной несжимаемой жидкости [3], в частности, эллипсоида вращения с удлинением, равным 1000. Отметим, что удлинение, равное 25, является уже непреодолимым препятствием для насыщаемых, т.е. с главным членом погрешности, вычислительных методов таких, например, как методы конечных-разностей, конечных элементов, квадратур и т.п.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 05–01–00250-а) и Совета по грантам президента РФ и государственной поддержке ведущих научных школ (код проекта НШ-9019.2006.1).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бабенко К.И.* Основы численного анализа. М.: Наука, 1986. 744 с. (2-е издание: М.; Ижевск: РХД, 2002. 848 с).
2. *Белых В.Н.* О свойствах наилучших приближений C^∞-гладких функций на отрезке вещественной оси (к феномену ненасыщаемости численных методов) // Сиб. мат. журн. 2005. Т. 46. N 3. С. 483–499.
3. *Белых В.Н.* К проблеме обтекания осесимметричных тел большого удлинения потоком идеальной несжимаемой жидкости // Журн. прикл. механики и техн. физики. 2006. Т. 47. N 5. С. 744–761 (в печати).

БАЛАНСНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ РАЗНОСТНАЯ СХЕМА ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МЕЛКОЙ ВОДЫ

Васильев В.А., Головизнин В.М., Яковлев П.Г.
Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, Москва

Уравнения мелкой воды представляют собой классический пример квазилинейной системы уравнений гиперболического типа [1]. В отличие от уравнений газовой динамики, для характеристического представления уравнений мелкой воды всегда существуют интегрирующие множители и соответствующие инварианты Римана. Это дает возможность применения балансно-характеристического подхода [2] для построения высокоэффективных численных методов для этой системы в наиболее «чистом» виде. Кроме того, при учете неровностей дна, в уравнениях мелкой воды появляются дополнительные члены, не характерные для уравнений газовой динамики, что также требует модификации балансно-характеристического метода [2].

В работе предложена балансно-характеристическая схема для уравнений мелкой воды с учетом неровностей дна, сохраняющая состояние покоя. Эта схема тестировалась на автомодельной задаче о распаде произвольного разрыва и примерах расчетов, приведенных в [1].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *А.Г. Куликовский, Н.В. Погорелов, А.Ю. Семенов,* Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений // М: ФИЗМАТЛИТ, 2001 г., 608 с.
2. *В.М. Головизнин,* Балансно-характеристический метод численного решения уравнений газовой динамики // Докл. акад. наук, 2005 г., т. 403, №4, с. 1-6.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН В ТРЕХМЕРНО НЕОДНОРОДНЫХ РАЗНОМАСШТАБНЫХ СРЕДАХ: ПРИЛОЖЕНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА

Вишневский Д.М.
Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, Новосибирск

Под разномасштабной средой понимается неоднородная среда, содержащая локальные объекты чрезвычайно различных масштабов. Численное моделирование процессов распространения волн в таких средах является чрезвычайно сложной задачей. Основная трудность здесь заключается в нахождении оптимального баланса между необходимостью обеспечить хорошую аппроксимацию всех основных особенностей изучаемой среды и при этом "вписаться"в имеющиеся на сегодняшний день вычислительные ресурсы. Нам кажется, что мы нашли способ обеспечения такого баланса. Для этого нами используются два основных приема:

- эффективное ограничение расчетной области искусственными границами с постановкой на них условий, не приводящих к возникновению ложных отражений (*Вишневский, Костин, Чеверда, 2003*);
- использование конечно-разностных методов, опирающихся на адаптивные сетки, то есть сетки, размер ячеек которых меняется в зависимости от масштаба локальной неоднородности (Kostin et al., 2006).

В качестве примера приведем задачу расчета упругих волновых полей в окрестности гидроразрыва пласта. Это типичная трехмерная разномасштабная задача - необходимость проведения конечно-разностного моделирования волновых полей в окрестности скважины, к которой примыкает плоская вертикальная трещина (Рис.1).

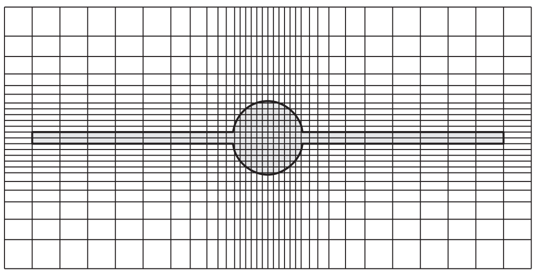


Рис. 1: Локальное измельчение сетки. Горизонтальная плоскость.

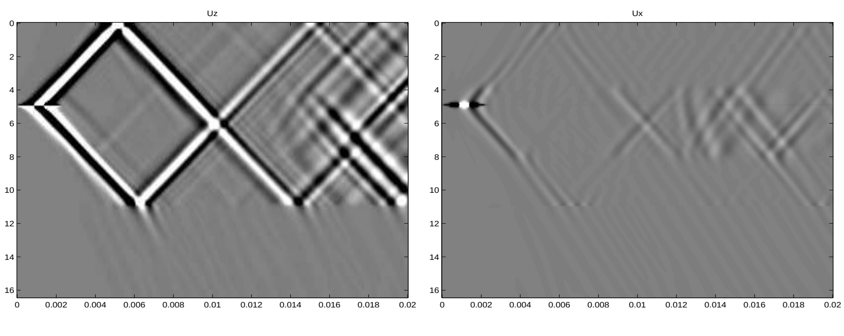


Рис. 2: Синтетические сейсмограммы вдоль оси скважины. Вертикальное и горизонтальное смещение.

Особенностью этой задачи является присутствие очень тонкой протяженной трещины, соединяющейся со скважиной. Это существенно разномасштабная задача, обладающая тремя совершенно разными масштабами:

1. длина скважины и протяженность трещины (десятки - сотни метров);
2. диаметр скважины (20 - 30 см);
3. толщина трещины (0.2 - 2 см).

Как легко понять, в этой задаче совершенно невозможно использовать равномерную сетку, так как это приведет к нереальным требованиям на вычислительные ресурсы. Вместо этого, мы используем адаптивную сетку с меняющимися шагами (Рис.1). Эта сетка вместе с оригинальной версией искусственных граничных условий *(Вишневский, Костин, Чеверда, 2002)*, эффективно ограничивающих расчетную область, и позволяет нам осуществлять моделирование волновых полей.

Результат численного моделирования представлен на Рис.2-3.

Работа выполнена совместно с Московским научно-исследовательским центром фирмы Шлюмберже при частичной поддержке РФФИ, проект 05-05-64227а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вишневский Д.М., Костин В.И., Чеверда В.А.* Возбуждение сейсмических волн источником, расположенном в скважине, заполненной жидкостью// Физическая мезомеханика, 2002, т.5, №5, с. 85 - 92.
2. *Kostin V.I., Pissarenko D.V., Reshetova G.V., Tcheverda V.A.* Numerical Simulation of 3D Acoustic Logging. Workshop on State-of-the-Art in Scientific and Parallel Computing. Umea, Sweden, June 18 - 21 2006, Abatracts book (to appear).

РЕШЕНИЕ ПАРАБОЛИЗОВАННЫХ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА В ПРОИЗВОЛЬНЫХ КРИВОЛИНЕЙНЫХ КООРДИНАТАХ

Гарин М.И.

Механико-математический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва

В докладе предлагается метод решения параболизованных уравнений Навье-Стокса в нестационарной системе координат, связанной с подвижными криволинейными границами. По положению подвижных границ выделяются основные разрывы в потоке (ударные волны, контактные разрывы, волны разряжения), задается координатный четырехугольник и строится конечно-разностная сетка. В каждой расчетной точке конечно-разностной сетки, в рассматриваемый момент времени, строится локальная система координат. Если выбрать локальный базис из векторов, касательных к координатным линиям в каждой точке, и разложить по ним произвольный вектор скорости V, то получим его контравариантные компоненты.

Затем уравнения Навье-Стокса для контравариантных компонент скорости записываются в полученной локальной криволинейной системе координат и проводится анализ членов уравнений, которые оказывают существенное влияние на течение (параболизация). После этого система параболизованных уравнений Навье-Стокса интегрируется по некоторому объёму U, ограниченному поверхностью S в пространстве x, r, t и получаем систему интегральных уравнений. Далее осуществляется замена интегральных уравнений газовой динамики, записанных в локальных координатах, системой разностных уравнений, которые здесь не приводятся в силу их громоздкости. На каждом счетном шаге вычисляется величина интервала времени между текущим шагом и последующим, которая обеспечивает устойчивость применяемой явной разностной схемы, и определяется новое положение выделенных разрывов. Идейной основой алгоритма служит схема С.К. Годунова.

Вычислительный алгоритм реализован на многопроцессорной системе. Проведены тестовые расчеты обтекания тел конечных размеров. Представлено сравнение с аналитическими, экспериментальными и численными данными, полученными другими авторами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Годунов С.К., Забродин А.В., Иванов М.Я., Крайко А.Н., Прокопов Г.П.* Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОРАЗРЫВА

Гарипов Т.Т.

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

При разработке нефтяных и газовых месторождений используются различные технологии воздействия на нефтенесущие пласты, такие как закачка жидкости, газа и гелевых смесей, щелочная обработка призабойной зоны, операции гидравлического разрыва пласта. Операция гидравлического разрыва пласта показала высокую эффективность и в настоящее время используется большинством нефтегазовых и сервисных компаний. Схема процесса выглядит следующим образом. В нефтенесущий пласт нагнетается вязкая жидкость под давлением превышающим горное, в итоге порода разрывается и образуются трещины обладающие высокой проницаемостью. Растрескивание повышает зону дренирования в области работы скважин, тем самым достигается высокая эффективность добычи. Моделирование такого класса задач сверх актуальная задача. Операция гидравлического разрыва пласта дорогостоящая, возможные ошибки при моделировании процесса разрыва приводят к большим потерям. В связи с этим крайне важно точно прогнозировать результат проведения операции.

В процессе моделирования такого класса задач решение проблемы можно разбить на несколько этапов. На первом этапе решается задача движения вязкой жидкости в трещине разрыва, жидкость предполагается неньютоновской. Под действием избыточного давления трещина „перегружается“ и происходит разрушение. Расчет напряженно-деформированного состояния породы осуществляется с помощью уравнений теории упругости. По полученным полям напряжений на границе трещины определяется коэффициент интенсивности напряжений K_I, при достижении K_I критического значения коэффициента интенсивности K_{IC} происходит разрушение породы. Варьируя границу трещины находим новое устойчивое состояние трещины, далее осуществляется следующий шаг по времени.

Для решения поставленной задачи реализован программный комплекс моделирования гидравлического разрыва пласта. При этом рассматривается двумерное уравнение движения неньютоновской жидкости в трещине разрыва и трехмерное уравнение теории упругости. Сложность задачи определяется решением уравнения теории упругости на каждом шаге по времени и необходимостью пересчета полей напряжения при варьировании границы трещины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гарипов Т.Т., Заславский М.Ю., Пергамент А.Х.* Математическое моделирование процессов фильтрации и пороупругости // Математическое моделирование. 2005 г. N. 17.
2. *Гарипов Т.Т.* Моделирование процесса гидроразрыва пласта в пороупругой среде// Математическое моделирование. 2006 г. N. 6.

МЕТОДИКА H2T-1P, РЕАЛИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА В КИНЕТИЧЕСКОМ АНИЗОТРОПНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ В ДТ-СЛОЕ ТЕРМОЯДЕРНОЙ МИШЕНИ

Гиззаткулов Н.М.[1], Забродин А.В.[1], Забродина Е.А.[2], Имшенник В.С.[2], Плинер Л.А.[1]

[1] *Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша, Москва*
[2] *ГНЦ РФ Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова, Москва*

Работа посвящена разработке и реализации модели 2Т-1Р в ДТ-области термоядерных мишеней и включение ее в программный комплекс Н3Т – численного моделирования двумерного нестационарного движения газа совместно с переносом тепла в трехтемпературном приближении (3Т) и учетом термоядерного горения. Математическая модель комплекса Н3Т изложена в [1]. В Н3Т плазма представлена в виде трех компонент - ионов, электронов и фотонов, движущихся с общей скоростью, но имеющих разные плотность, давление и энергию. Модель 3Т позволяет учитывать теплопроводные и релаксационные процессы, проходящие в трехкомпонентной плазме в приближении серой материи. Уравнение теплопроводности для фотонов, введенное в трехтемпературной модели в [1], является идеализацией процесса переноса энергии фотонами, так как при таком подходе не учитывается неравновесность распределения по энергиям фотонов, а также отклонения этого распределения от изотропного. В.С. Имшенником была предложена модель 2Т-1Р для "DT" слоя мишени программного комплекса Н3Т. Граничные условия для уравнения переноса поставлены в [2]. Отличие 2Т-1Р модели от 3Т модели заключается в том, что для фотонов в ДТ - слое численно решается уравнение переноса в кинетическом анизотропном приближении, которое позволяет учесть неравновесность распределения по энергиям фотонов, а также отклонения этого распределения от изотропного. Основной предпосылкой для модификации системы уравнений 3Т модели явилась необходимость в проверке самой модели 3Т и оценки влияния более точной модели (В.С. Имшенник) на кумуляцию энергии в "ДТ" смеси термоядерной мишени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *А.В. Забродин, Г.П. Прокопов* Методика численного моделирования двумерных нестационарных течений теплопроводного газа в трехтемпературном приближении. // ВАНТ, сер. Математическое моделирование физических процессов. 1998, вып.3.
2. *Имшенник В.С.* Лучистый теплообмен оптически толстых сферических оболочек через слой горячей почти прозрачной плазмы. // ВАНТ. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики. М.: 1987. в. 1, с. 29 - 39.

БАЛАНСНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ЧИСЛЕННОМУ РЕШЕНИЮ СКАЛЯРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С НЕВЫПУКЛОЙ ФУНКЦИЕЙ ПОТОКОВ

Головизнин В.М., Канаев А.А.

Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, Москва

Рассматривается одномерное нелинейное волновое уравнение, записанное в виде закона сохранения:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial F(\varphi)}{\partial x} = 0 \qquad (1)$$

и начально-краевая задача с произвольными начальными данными. Характерной особенностью таких уравнений является присутствие в решении слабых и сильных разрывов. Для численного решения гиперболических нелинейных уравнений с выпуклыми функциями конвективных потоков обычно используются консервативные разностные схемы с регуляризаторами типа «искусственной вязкости» или нелинейной коррекции потоков. При невыпуклых функциях такие подходы сталкиваются с серьезными трудностями, которые иллюстрируются на задаче с функцией потоков $F(\varphi) = \sin(\varphi)$.

В работе предложена модификация балансно-характеристической разностной схемы, позволяющая находить энтропийные решения таких уравнений, обладающие свойством монотонности. Метод имеет второй порядок аппроксимации на гладких решениях, определен на фиксированном компактном вычислительном шаблоне, не содержит никаких настроечных параметров и локализует сильные разрывы в пределах одной расчетной ячейки.

БАЛАНСНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ АДВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ С ДОМИНИРУЮЩЕЙ АДВЕКЦИЕЙ

Головизнин В.М., Короткин И.А., Уразов И.О.

Институт безопасного развития атомной энергетики РАН, Москва

Работа посвящена разработке новых вычислительных алгоритмов для численного моделирования физических процессов с преобладающим переносом в рамках «балансно-характеристического» подхода [1]. Математически такой процесс в случае двух пространственных измерений можно записать как:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial (u(x,y)\varphi)}{\partial x} + \frac{\partial (v(x,y)\varphi)}{\partial y} = 0, \qquad \mathrm{div}(u,v) = 0, \qquad (1)$$

где φ — концентрация переносимой примеси, u и v — компоненты адвекционных скоростей, являющиеся функциями координат.

Основная особенность «балансно-характеристического» подхода заключается в том, что он объединяет достоинства консервативных разностных схем с достоинствами метода характеристик. Объединение этих противоположных направлений оказалось возможным благодаря удвоению исходного набора переменных с последующим их разделением (специализацией) на т.н. «консервативные» и «потоковые» переменные [1].

Разработаны алгоритмы расчета уравнений конвекции-диффузии с преобладающим переносом в двумерных областях на прямоугольных расчетных сетках с потоковыми переменными, отнесенными как к узлам сетки, так и к их граням [3]. В одномерном случае эти методики будут переходить в отработанную ранее схему «КАБАРЕ» [1, 2], обладающую улучшенными дисперсионными и диссипативными свойствами. Показано, что новые алгоритмы обеспечивают стандарты точности, характерные для т.н. «схем высокой разрешающей способности» при существенно меньших вычислительных затратах и на постоянных и компактных вычислительных шаблонах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *В.М. Головизнин, С.А. Карабасов, И.М. Кобринский,* Балансно – характеристические схемы с разделенными консервативными и потоковыми переменными // Мат. моделирование, 2003, т. 15, № 9, с. 29-48.
2. *В.М. Головизнин, А.А. Самарский,* Разностная аппроксимация конвективного переноса с пространственным расщеплением временной производной // Мат. моделирование, 1998, т. 10, № 1, с. 86-100.
3. *V.M. Goloviznin, V.N. Semenov, I.A. Korotkin, and S.A. Karabasov,* A Novel Computational Method for Modelling Stochastic Advection in Heterogeneous Media // Transport in Porous Media, 2006 (accepted).

ВОЗМОЖНОСТИ КОМПАКТНЫХ СХЕМ

Гордин В.А.

Гидрометцентр РФ, Москва

Рассмотрим уравнение $Au = Bf$, где A, B — дифференциальные операторы, f — заданная функция. Если она задана аналитически, то можно заранее вычислить Bf, и задача состоит в обращении оператора A. Но если f получается в результате других вычислений, эффективен иной подход. Предлагается найти коэффициенты разностных операторов $\tilde{A}$, $\tilde{B}$, таких что несколько тестовых решений $< u_j(x),\ f_j(x) >,\ j = 1,\ \ldots,\ N$ дифференциального уравнения удовлетворяют и разностному.

В одномерном случае — для обыкновенных дифференциальных операторов не выше 2-го порядка обычно используются трехточечные операторы $\tilde{A}$, $\tilde{B}$ при $N = 5$. Если тестовые функции u_j допускают представление $u_j = x^j - 1\theta_j(x)$, $\theta_j(0) \neq 0$, то гарантируется 4-й порядок аппроксимации.

После того как найдены коэффициенты трехточечных операторов $\tilde{A}$, $\tilde{B}$, решение разностной задачи находится прогонкой: $\tilde{u} = \tilde{A}^{-}1\tilde{B}\tilde{f}$.

Коэффициенты разностных операторов находятся решением системы линейных алгебраических уравнений порядка $N+1$. Для операторов в частных производных порядок такой системы обычно выше и определяется шаблонами для $\tilde{A}$, $\tilde{B}$.

Возможна аппроксимация компактными схемами и некоторых псевдодифференциальных операторов, например $\sqrt{c^2 - \Delta}$, Δ — оператор Лапласа. Операторы такого рода возникают при построении граничных операторов полного поглощения волн, выходящих из прогностической области.

Важный вопрос: качество аппроксимации граничных условий, особенно, если на краях дифференциальные операторы A, B имеют особенности. Чтобы правильно аппроксимировать задачу и избежать падения порядка аппроксимации всей схемы, нужно определить асимптотическое поведение общего решения дифференциальной задачи в окрестности краев.

Рассмотрены примеры: дифференцирование и интегрирование, задача Штурма-Лиувилля, уравнение Пуассона, задача Гельмгольца на двумерной сфере (восстановление ветра по вихрю и дивергенции и обратно), оценка смешанной производной. Приведены результаты компьютерных экспериментов.

Обсуждается связь компактных схем с аппроксимацией Паде.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гордин В.А. Как это посчитать? М.: МЦНМО, 2005. 280 с.*
2. *Гордин В.А., Халявин А.В. Компактная схема 4-го порядка на сфере S^2 для вычисления скорости по вихрю и дивергенции // Представлено в ЖВМиМФ.*

НЕУСТОЙЧИВЫЕ ТЕЧЕНИЯ – ТОЧНАЯ ОЦЕНКА ИНКРЕМЕНТА

Гордин В.А.

Гидрометцентр РФ, Москва

Динамика малых возмущений стационарного плоско-параллельного течения идеальной жидкости в канале описывается уравнением Релея:

$$-\left(\frac{\partial}{\partial t} + U\frac{\partial}{\partial x}\right)\Delta\psi + U''\frac{\partial\psi}{\partial x} = 0. \tag{1}$$

где $< U(z),\, 0 >$ – основное течение в канале (вдоль оси x), $\psi = \psi(t,\, x,\, z)$ – функция тока для возмущений. Условия на краях – непротекание.

В зависимости от профиля течения $U(z)$ течение устойчиво к малым возмущениям или неустойчивы (рост нормы возмущений со временем, как правило, экспоненциальный). Преобразования Фурье вдоль канала и Лапласа — по времени, редуцируют задачу к обыкновенному дифференциальному уравнению, зависящему от параметров:

$$(U(z) - c)\left(\frac{d^2\widetilde{\psi}}{dz^2} - \xi^2\widetilde{\psi}\right) + U''(z)\widetilde{\psi} = 0, \tag{2}$$

с условиями Дирихле на краях канала $z = 0,\ L$; ξ — волновое число вдоль канала, $c = c_r + ic_i$ — собственное число, $c_r\xi$ — инкремент.

Известные теоремы Майлса – Ховарда сообщают о локализации на комплексной плоскости собственных значений c. В докладе рассматривается задача отыскания профиля, ограниченного условием $\int_0^L (U_z')^2 dz = R$, при котором инкремент нарастания возмущений при данном ξ максимален. Речь идет о максимизации вещественной части собственного числа задачи по функциональному параметру (при некоторых ограничениях). Численные эксперименты позволили определить такие экстремальные профили. Кроме экстремального профиля определены профили "стационарные", нумеруемые числом перемен знака поперек канала. При $\xi \to 0,\ \infty$ получены целочисленные соотношения, аналитическая сущность которых пока не ясна. Рассмотрены и другие задачи оптимизации спектра по функциональному параметру.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gordin V.A.* Mathematical Problems and Methods in Hydrodynamical Weather Forecasting. Amsterdam.: Gordon & Breach, 2000, 842p.
2. *Gordin V.A.* The Most Unstable Profile of the Plane-Parallel Current in a Channel// Meccannica. 2000. v.269, N1, p.39-53.

ИНФОРМАЦИОННО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ СИСТЕМ ТЕПЛОСНАБЖЕНИЯ НА ОКРУЖАЮЩУЮ СРЕДУ

Грабовецкий И.Д., Прохорова Н.Г.

Ростовский государственный педагогический университет, Южно-Российский региональный центр информатизации РГУ, Ростов-на-Дону

Установлено, что повышение экономичности котлов и топочных устройств в энергетике корреляционно связано с сокращением эмиссии токсичных оксидов, снижением теплового и химического загрязнения атмосферы и другими природоохранными эффектами, т.е. позволяет решать серьезные экологические задачи. [1]

Создание математических моделей влияния систем теплоснабжения на окружающую среду [2] позволяют справиться с этими задачами. Эффективность моделирования на компьютере во многом зависит от качества согласования натурных, экспериментальных и теоретических сведений об изучаемом феномене.

В процессе компьютерного моделирования актуальных задач техники и экологии первоначально конструируются весьма подробные информационно-математические модели природно-технических систем [3]. Затем средствами численного анализа информационно-математические модели фильтруется через "сито"целевых критериев. Получаемая в результате остаточная информационно-математическая модель, обычно, содержит несколько наиболее важных переменных и характеризует моделируемый процесс или явление в главном.

Расчет выбросов от теплоэнергетических объектов основан на использовании данных, характеризующих вид топлива и сам процесс его сжигания в конкретном котлоагрегате. С помощью определенных коэффициентов и параметров, характеризующих топливо и процесс сжигания, определяются такие загрязняющие ингредиенты, как: диоксид азота; оксид азота; диоксид серы; зола твердого топлива (если в качестве топлива используется уголь); мазутная зола (если в качестве топлива или для розжига используется мазут); оксид углерода; сажа для малых котлоагрегатов мощностью до 30 тонн пара в час. Для расчета выбросов необходимо учитывать: общий часовой и годовой расход топлива, зольность топлива на рабочую массу, долю твердых частиц, улавливаемых в золоулавителе, содержание горючих веществ в топливе, содержание серы в топливе на рабочую массу, теплоту сгорания натурального топлива, количество оксидов углерода и азота, выделяющихся на единицу теплоты, коэффициент избытка воздуха [3].

Таким образом, сочетая характеристику данного топлива и метод его сжигания на данном конкретном оборудовании рассчитывается величина выбросов при инвентаризации теплоэнергоисточников.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ. Грант №06-01-96630-р-юг-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Варфоломеев Ю.М.* Высокоэффективный способ снижения теплового и химического загрязнения атмосферы газифицированными котельными // Энергобезопасность в документах и фактах, 2005, № 5.
2. *Сидельников В.И.* Математическое моделирование систем централизованного теплоснабжения // Ростов-на-Дону: Изд-во СКНЦ ВШ, 2003, С.148.
3. *Яценко О.В., Загороднюк В.Т.* Компьютерное моделирование задач прикладной физико-химической кинетики. Ростов н/Д, 2001. С.200.

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ПОТОК ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ НА ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПЛАСТИНЕ

Гурченков А.А.[1], Корнеев В.В.[2]
[1] *Вычислительный центр РАН им. А.А.Дородницына, Москва*
[2] *МАТИ РГТУ им. К.Э. Циолковского, Москва*

Приводится точное решение начальной краевой задачи для уравнений Навье-Стокса в случае течения вязкой жидкости, заполняющей полупространство и вращающейся вначале как твердое тело с постоянной угловой скоростью вместе с ограничивающей ее стенкой, под действием внезапно начинающихся продольных колебаний стенки. Стенка составляет произвольный угол с осью вращения. Выбор определенного вида решений позволяет расщепить систему уравнений, описывающих движение вязкой жидкости, на две подсистемы, одна из которых служит для определения поля скоростей, а другая для определения поля давления внутри жидкости. Рассматривается ряд частных случаев движения стенки. На основе полученных результатов исследуются отдельные структуры пограничных слоев у стенки. Показано, что при отсутствии вращения решение переходит в известное решение задачи о нестационарном движении жидкости, ограниченной перемещающейся плоской стенкой [1]. В частном случае гармонических колебаний и предположений о перпендикулярности оси вращения плоской пластины показывается совпадение с результатами, полученными в работе [2]. В каждом из вышеперечисленных случаев при $t \to \infty$ делаются выводы об ассимптотическом поведении решения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 06-01-00316.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Слезкин Н.А.* Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: Гостехиздат, 1955
2. *Thornley C.* On Stoke's and Rayliegh layers in a rotating system. J. Mech. Appl. Math., Vol. 21, p. 4, 1968.
3. *Гурченков А.А.* Вихревые движения жидкости в полости вращающегося тела. М.: Наука, 2001.
4. *Гурченков А.А.* Не установившееся движение вязкой жидкости между вращающимися параллельными стенками // ПММ, 2001, № 5, с. 137-147.

РАЗНОСТНАЯ СХЕМА ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

Давыдов А. А.

ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Построен многопроцессорный программный комплекс для расчета дозвуковых нестационарных 2D течений вязкого и невязкого газа. Комплекс позволяет проводить расчеты на многоблочных сетках различной геометрии импортируемых из специализированных прикладных программ.

В основе комплекса лежит дивергентная разностная схема повышенного порядка аппроксимации.

Предлагается в областях гладкости течения находить большие величины на пространственных ребрах (гранях) ячейки сетки по более экономичному, по сравнению с решением задачи Римана [1], методу. А именно, путем интегрирования приближенного решения задачи Коши вдоль данного ребра. Кроме того, в качестве приближения начальных данных используется непрерывная, кусочно-линейная аппроксимация. Использование различных преключателей-монотонизаторов позволяет получить меньшее размазывание фронтов контактных разрывов и центрированных волн разрежения.

Тестовые рассчеты и сравнения с существующими схемами на различных одномерных и двумерных задачах подтверждают перспективность построенного алгоритма.

Работы выполнялись при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований - коды проектов: 00-01-00907; 03-01-00249; и Программы Фундаментальных исследований Президиума РАН №17 «Параллельные вычисления и многопроцессорные вычислительные системы».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Г. П. Прокопов,* «Численное решение многомерных задач газовой динамики», М.:, «Наука», 1976.
2. *Колган В. П.,* Применение операторов сглаживания в разностных схемах высокого порядка точности.—Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1978, т. 18,
3. *Копченов В.И., Крайко А.Н.,* Монотонная разностная схема второго порядка для гиперболических систем с двумя независимыми переменными. –Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1983, т. 23,
4. *К. Флетчер,* «Вычислительные методы в динамике жидкостей», том 2, М.: «Мир», 1991.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ СТАЦИОНАРНОГО ЛАМИНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ В МЕЛКОМ ПРОТЯЖЕННОМ РУСЛОВОМ ПОТОКЕ

Елаева М.С., Надолин К.А.

Ростовский государственный университет, Ростов-на-Дону

Особенности естественных водотоков — протяженность, слабая искривленность и относительная мелководность — могут быть использованы для значительного упрощения математического описания течения без существенной потери точности результатов. В данной работе представлены результаты численного исследования редуцированной трехмерной модели мелкого протяженного потока, которая обсуждалась на прошлой школе-семинаре [1]. Заметим, что рассматриваемая модель дает гидростатическое распределение давления, продольная скорость является параболической по глубине функцией – аналогом профиля Пуазейля для ламинарного течения в трубе или плоском канале, а возникновение поперечной скорости связано с изменением свободной границы в поперечном к течению направлении.

На рис. 1 представлены графики изменения продольной скорости потока в случае русла, форма которого определяется относительно безразмерных переменных функцией вида $(\cos x + 0.4 \sin(4x + y))\left(1 - y^2\right)$.

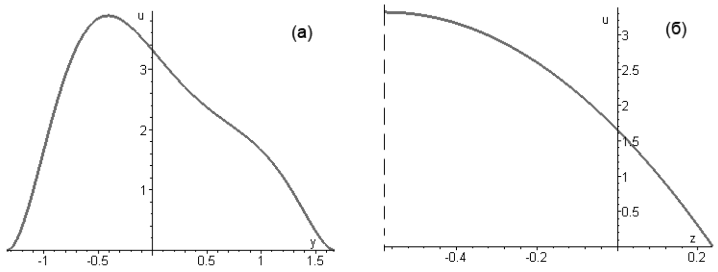


Рис. 1: Распределение продольной скорости: (а) поперек потока в горизонтальном поверхностном сечении; (б) по глубине потока в срединном продольном сечении

Работа выполнена по программе ФАО МОиН РФ "Развитие научного потенциала высшей школы проект № РНП.2.2.1.1.3719.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Надолин К.А.* О математических моделях массопереноса в русловых потоках // Современные проблемы математического моделирования: Тр. XI Всерос. Шк.-семин., Дюрсо, 5-9 сентября 2005 г. – Ростов-на-Дону, 2005. С. 305–311.

СРАВНЕНИЕ ДВУХ РАЗЛИЧНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЕГО С ВЕЩЕСТВОМ

Епишкова Е.Н., Долголева Г.В.
РФЯЦ-ВНИИЭФ, Саров

Описание переноса излучения в кинетическом приближении - задача достаточно сложная. Сложность задачи связана с её многомерным характером, а именно: интенсивность излучения является функцией многих переменных (радиуса, частоты, направления полета фотонов и времени). Во многих случаях, когда интересуются лишь энергетическим влиянием излучения на вещество, можно вычислить спектральный поток излучения и температуру среды, минуя явное вычисление интенсивности. Для этого используются различные методы осреднения уравнения переноса излучения по углам, по частоте, по углам и частоте одновременно. Коэффициенты в осреднённых уравнениях либо полагаются равными 1/3 (в диффузионном приближении), либо определяются из точного решения стационарного кинетического уравнения переноса и называются коэффициентами квазидиффузии. В силу устойчивости этих коэффициентов относительно изменения интенсивности излучения пересчёт их можно делать сравнительно редко.

В данной работе для вычисления коэффициентов квазидиффузии рассмотрены два метода численного решения стационарного кинетического уравнения переноса: метод характеристик и STn-метод, проведено сравнение двух приближений для описания переноса излучения (диффузионного и квазидиффузионного).

РАСЧЕТ СЖАТИЯ И ГОРЕНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МИШЕНЕЙ ИТИС С УЧЕТОМ ТОРМОЖЕНИЯ ИОННЫХ ПУЧКОВ

Забродина Е.А.
ГНЦ РФ Институт теоретической и экспериментальной физики им. А.И.Алиханова, Москва

В докладе рассматривается:

1) краткое описание модели, используемой в коде НЗТ;

2) описание расчета энерговложения от ионных пучков;

3) примеры расчетов цилиндрических мишеней;

4) сравнение результатов, полученных с двумя разными моделями энерговложения - равномерным вложением и с учетом реального торможения ионов.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ЭВОЛЮЦИИ РАВНОВЕСИЯ ПЛАЗМЫ НА ОСНОВЕ САМОСОГЛАСОВАННОЙ МОДЕЛИ

Зайцев Ф.С., Костомаров Д.П.

Московский государственный университет

Факультет вычислительной математики и кибернетики

Задачи диагностики тороидальной плазмы играют важную роль в исследованиях по проблеме управляемого термоядерного синтеза на установках Токамак [1],[2]. В них по результатам измерений вне плазменного шнура требуется восстановить неизмеряемые непосредственно характеристики плазмы. Задачи подобного типа, сильно некорректные по Тихонову, представляют обычно большую сложность.

В докладе обсуждается задача реконструкции плотности тока, полоидального потока и других характеристик тороидальной плазмы. С целью повышения достоверности результатов предложен новый подход, учитывающий самосогласованное изменение искомых величин во времени и объединяющий в единый комплекс различные типы диагностик: оптических, магнитных и основанных на измерениях кинетических характеристик некоторых сортов частиц плазмы.

Задача рассматривается для аксиально-симметричного плазменного шнура. При ее формулировке используются цилиндрические координаты (R, η, Z) с осью Z, направленной вдоль оси аксиальной симметрии, уравнение равновесия Греда-Шафранова, продольная (по отношению к магнитному полю) компонента закона Ома [1],[2], а также некоторые дополнительные условия. Известными считаются: значение функции полоидального потока $\psi(t, R, Z)$ и её производной по времени в точках измерения, расположенных внутри вакуумной камеры, но вне плазмы, полный тороидальный ток в плазме $I_p(t)$, ток, протекающий через центральный сердечник и создающий тороидальное магнитное поле $I_{\rm rod}(t)$, токи в катушках полоидального магнитного поля и в соленоиде, продольная проводимость плазмы $\sigma_\parallel$, способ вычисления токов неэлектрического происхождения $\vec{j}_{\rm add}$. Кроме того, считается известной граница плазмы $\Gamma_p(t)$, которая может быть найдена на основании оптических измерений. Это предположение является существенным элементом рассматриваемой задачи.

По экспериментальным данным требуется определить плотность тороидального тока в плазме $j_\eta(t, R, Z)$, функцию полоидального потока $\psi(t, R, Z)$, полоидальный ток и давление в плазме, которые функционально зависимы от ψ: $F(\psi)$, $p(t, \psi)$. Принципиальное отличие предлагаемого подхода от традиционного связано с двумя особенностями. Использование наряду с уравнением Греда-Шафранова закона Ома и предположение об известной границе плазмы $\Gamma_p(t)$. Больший объем входных данных существенно повышает точность решения задачи.

В докладе описан быстрый и надежный алгоритм решения сформулированной задачи, приведены результаты расчетов, проанализирована их точность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П.* Математическое моделирование плазмы. - М: Наука, 1993, 336 с.
2. *Ф.С. Зайцев.* Математическое моделирование эволюции тороидальной плазмы. – М: МАКС Пресс, 2005, 524 с.

ЧИСЛЕННОЕ ПОСТРОЕНИЕ ПРОЗРАЧНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ ДВУМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ АНИЗОТРОПНОЙ УПРУГОСТИ

Зайцев Н.А., Софронов И.Л.

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Расчет движения волн в упругих анизотропных средах является сложной актуальной проблемой. Исходная задача обычно формулируется в неограниченной области, тогда как численное моделирование предполагает работу в ограниченных расчетных областях с так называемыми открытыми границами. Поэтому разработка неотражающих искусственных граничных условий (НИГУ) на открытых границах в анизотропном случае является важным элементом численного моделирования процессов в упругих средах. НИГУ должны обладать, по крайней мере, тремя свойствами: 1) сохранять корректность исходной задачи; 2) позволять рассчитывать решение с требуемой точностью; 3) быть достаточно экономичными.

В последнее время наиболее популярным для разработки НИГУ является подход PML. Он весьма эффективен и прост в численной реализации, и его точность часто бывает достаточна для практических нужд. Однако, недавние результаты использовании PML для анизотропных сред [1, 2] показали, что на этом пути возникают, по-видимому, непреодолимые трудности, т.к. задача становится некорректной - в этих задачах проявляются естественные физические ограничения идеологии PML.

Мы предлагаем подход, который позволяет разрабатывать численно необходимые НИГУ на основе идеологии *прозрачных граничных условий* (ПГУ). В качестве представительных примеров мы используем двумерные уравнения упругости для тех же ортотропных сред, что и в [1, 2]. Во всех случаях численные эксперименты показывают высокую степень прозрачности искусственных границ с нашими НИГУ, в том числе для больших временных интервалов (когда волны успевают пробежать диаметр расчетной области несколько десятков раз).

С математической точки зрения наш подход объединяет концепции как аналитических [3], так и дискретных [4, 5] прозрачных граничных условий. Этот метод включает два основных элемента: алгоритм достаточно точного расчета матрицы нелокального оператора ПГУ с явным видом ядер свертки решения по времени, и алгоритм эффективного вычисления этих сверток. Предлагаемый подход не требует дополнительных расчетов при изменении параметров дискретизации задачи в расчетной области (изменение расчетной сетки и/или шагов по времени). Это свойство существенно уменьшает стоимость граничных условий при их массовом использовании. В этом смысле наш подход ближе к аналитическому [3], чем к дискретному [4, 5]. Подчеркнем также, что на всех этапах вычислений оператора НИГУ происходит внутренний контроль точности (типа "сеточной сходимости"), что обеспечивает гарантированную малость величины нежелательных отражений.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №№ 04-01-00567, 05-01-00426.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *E. Becache, S. Fauqueux, and P. Joly,* Stability of perfectly matched layers group velocities and anisotropic waves // Journal of Computational Physics, V. 188 (2003), 399-433.
2. *D. Appelo and G. Kreiss,* A New Absorbing Layer for Elastic Waves // Journal of Computational Physics, to appear.
3. *I.L. Sofronov,* Artificial boundary conditions of absolute transparency for two- and three-dimensional external time-dependent scattering problems // Euro. J. Appl. Math., V. 9, No.6 (1998), 561-588.
4. *V.S. Ryaben'kii,* Exact transfer of difference boundary conditions // Functional Anal. Appl., V. 24 (1990) 251-253.
5. *A. Arnold, M. Ehrhardt, and I. Sofronov,* Discrete transparent boundary conditions for the Schrodinger equation: Fast calculation, approximation, and stability // Comm. Math. Sci., V. 1, No. 3 (2003), 501-556.

О ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИ ОБУСЛОВЛЕННЫХ СХЕМАХ РАСЩЕПЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ГОРЕНИЯ

Заславский М.Ю., Максимов Д.Ю., Пергамент А.Х.

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

В работе разработаны и исследованы алгоритмы решения двумерной задачи горения в предварительно перемешанной газовой смеси. В качестве метода решения использовано расщепление по процессам, на конвективную и диффузионную части. Для гиперболической части используется явная квазимонотонная схема высокого разрешения с коррекцией потоков. Для параболической части помимо консервативности обеспечено выполнение дополнительного соотношения в виде положительности источника в уравнении теплопроводности, т. е. схема обеспечивает выполнение в разностной форме термодинамических следствий исходных уравнений, а значит является термодинамически обусловленной. Исследована применимость схемы для различных типов начальных условий и с различными ограничителями потоков как в полной задаче, так и в чисто газодинамической. Приведены результаты расчётов одномерных и двумерных задач, в том числе классической задачи Франка-Каменецкого в двумерной постановке, продемонстрирован процесс турбулизации пламени для достаточно широких труб.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 06-01-00836).

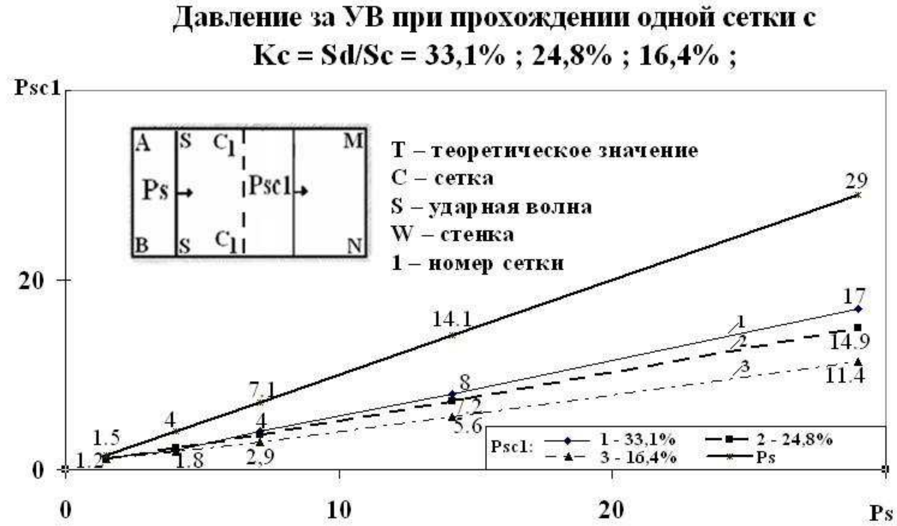
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОХОЖДЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН ЧЕРЕЗ СЕТЧАТУЮ ПЕРЕГОРОДКУ В КАНАЛЕ ШАХТЫ

Ильина М.М., Липницкий Ю.М., Панасенко А.В.
ФГУП Центральный научно-исследовательский институт машиностроения, Королев

Одной из актуальных задач, связанных с угледобывающей отраслью, является разработка средств защиты горноспасателей при проведении ими восстановительных в шахте работ от ударной волны (УВ) взрыва метана. При этом важное значение имеет возможность ослабления УВ при ее подходе к защищающей горноспасателей перекрывающей шахту перегородке. В настоящей работе в качестве средства ослабления УВ рассмотрена система перекрывающих канал шахты сетчатых перегородок.

Рассматривается плоский канал шахты AC_1MNC_1B (рис. 1), перегороженный одной или несколькими сетчатыми перегородками C_1C_1. УВ характеризуется перепадом давления Ps и распространяется слева направо. На стенках шахты AC_1MNC_1B и на твердых границах сетки C_1C_1 ставятся условия отсутствия потоков. Задача решается в рамках модели уравнений Эйлера, записанных в интегральной форме в виде законов сохранения, методом типа МакКормака. Сетка характеризуется коэффициентом проницаемости $= Sd/Sc$, где Sd, Sc отношение общей площади отверстий сетки к площади канала шахты.

На рис. 1 приведен типичный результат расчета. Здесь по оси ординат



отложены значения перепада давления во фронте прошедшей сетку УВ для различных значений Кс. Видно, что наличие сетки приводит к значительному ослаблению первоначальной интенсивности УВ.

О НЕКОТОРЫХ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Ишмухаметов А.З.
Вычислительный центр РАН им. А.А.Дородницына, Москва

Вопросы численного решения, аппроксимации и устойчивости задач оптимального управления системами с распределенными параметрами недостаточно изучены даже для линейных систем. Исследованию этих вопросов в общем виде и для конкретных задач посвящены, например, работы [1-5] и др. Конечноразностные аппроксимации задач управления системами, описываемыми параболическими и гиперболическими системами, рассматривались ранее в работах автора. В данной работе для задачи оптимального управления параболическими и гиперболическими системами с управлениями на границе и в правой части с терминальным квадратичным функционалом ставятся в соответствие конечноразностные задачи. Для решения этих задач применяется регуляризованный двойственный метод, описанный авторами ранее в абстрактном виде в гильбертовых пространствах, и который является развитием обобщенного метода моментов. Используя методику исследования свойств аппроксимаций задач оптимального управления, для данного метода в различных случаях гладкости элементов множества допустимых управлений выведены условия и оценки сходимости по функционалу и по управлению.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 04-01-00619.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. // М.: Наука, 1986. 286 с.
2. *Васильев Ф.П.* Методы оптимизации. // М.: Наука, 2002. 800 с.
3. *Васильев Ф.П., Ишмухаметов А.З., Потапов М.М.* Обобщенный метод моментов в задачах оптимального управления. М.: Изд-во МГУ, 1989. 143 с.
4. *Ишмухаметов А.З.* Вопросы устойчивости и аппроксимации задач оптимального управления. // М. Изд-во ВЦ РАН, 2000. 151с.
5. *Ишмухаметов А.З.* Вопросы устойчивости и аппроксимации задач оптимального управления системами с распределенными параметрами. // М.: ВЦ РАН, 2001.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ РАЗВИТИЯ ТЕПЛОВОГО ВЗРЫВА В ХИМИЧЕСКИ АКТИВНОЙ ГАЗОВОЙ СРЕДЕ

Кириллов И.А.[1], Панасенко А.В.[2], Пасман Х.Й.[3]

[1] *РНЦ "Курчатовский институт Москва*

[2] *ФГУП Центральный научно-исследовательский машиностроения, Королев*

[3] *Делфтский Технологический Университет, Нидерланды*

Исследование роли конвекции на динамику само-воспламенения углеводородо-воздушных газовых смесей актуально для обеспечения взрывобезопасности в нефтехимии и крупнотоннажном химическом производстве. Численное моделирование влияния конвекции для теплового саморазгона в жидких химически активных средах, где можно пренебречь сжимаемостью, проводилось в [1]. В данной работе численно исследованы основные типы течения газа, возникающие при самовоспламенении в сферическом сосуде в рамках модели сжимаемой среды, описываемой уравнениями динамики вязкого теплопроводного газа.

Получено, что в случае, когда число Рэлея ниже критического $Ra < Ra^*$ возникает движение газа от центра сферы к ее границе и наоборот, близкое к сферически симметричному. При числах Рэлея выше критического $Ra >$

Ra^* возникает вихреобразное движение газа, приводящее к возникновению термика.

Проведенные систематические численные расчеты показывают, что конвекция в газе, как и в случае несжимаемой жидкости [1], приводит к затягиванию момента взрыва по отношению к результатам, получаемым по теории теплового взрыва [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке NWO-РФФИ (код проекта 04-07-08029) и РФФИ (код проекта 03-07-90248).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Штессель Э.А., Прибыткова К.В., Мержанов А.Г.* Численное решение задачи о тепловом взрыве с учетом свободной конвекции // Физика горения и взрыва. 1971. №2. С. 167 - 178.
2. *Д.А. Франк-Каменецкий.* Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: "Наука". 1967.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ковеня В.М.[1], Козлинская Т.В.[2]

[1] *Институт вычислительный технологий СО РАН, Новосибирск*

[2] *Новосибирский государственный университет, Новосибирск*

Задачи физики плазмы и магнитной гидродинамики характеризуются, как правило, нестационарностью и сильной нелинейностью, что приводит к появлению областей больших градиентов и особенностей течений, их изменению со временем и возникновению неустойчивости. Численные алгоритмы, используемые для их решения, должны обладать достаточной точностью, запасом устойчивости и удовлетворять свойству консервативности, чтобы адекватно описывать решение на больших интервалах времени.В настоящей работе для решения задач магнитной гидродинамики предлагается разностная схема типа предиктор-корректор, где на этапе предиктора расщеплениие уравнений выбирается таким образом, чтобы разностные уравнения на дробных шагах реализовывались скалярными прогонками и схема имела большой запас устойчивости , а на этапе корректора восстанавливалась консервативность. Построенная схема безусловно устойчива (в линейном приближении), что позволяет эффективно использовать ее для расчета нестационарных задач магнитной гидродинамики и физики плазмы.

Тестирование алгоритма, проведенное на решении задач о распаде произвольного разрыва и квазиодномерном течении, показало достаточную точность метода. В одномерном приближении решена задача о нагреве и движении плазмы в неоднородном магнитном поле для одиночной магнитной ячейки и в многопробочной системе, моделирующей нагрев и движение плазмы в экспериментальной установке ГОЛ-3 ИЯФ СО РАН. Получено качественное и количественное совпадение с результатами эксперимента.

В двумерном приближении решена задача разлета облака плазмы в разреженную фоновую плазму во внешнем магнитном поле и задача об истечении плазмы в канале . Получены основные закономерности распространения облака плазмы в широком диапазоне изменения параметров плазмы (плотности, температуры и напряженности магнитного поля), подтверждающие теоретические оценки и эксперимент.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ № 05-01-00146.

ПОГРУЖЕНИЕ ЖЕСТКОЙ СФЕРЫ В СЛОИСТУЮ ГРУНТОВУЮ СРЕДУ ПОД УГЛОМ

Колесников В.А.
Институт проблем механики РАН, Москва

Исследуется высокоскоростное проникание жесткой сферы под углом в грунтовую слоистую среду. Рассматривается движение, характеризующееся изменением двух координат центра масс и угла, первоначально равного углу входа.

Материал в каждом грунтовом слое считается уплотняющимся и упругопластическим. По сдвигу он описывается полными уравнениями Прандтля-Рейса с учетом конвективных и "яумановых"членов. Число слоев задается и может быть сколь угодно большим. Толщина каждого слоя превосходит величину диаметра сферы.

Предполагаемые скорости входа м/с. Погружение сферы, как следует из эксперимента сопровождается образованием за ней несхлопывающегося цилиндрического канала с радиусом, равным радиусу сферы.

Приводится оценка размеров зоны локализации деформаций, образующейся в среде на начальном этапе проникания.

Вычисляется полная глубина погружения в слоистую среду. Исследуется изменение траектории движения в процессе движения в зависимости от начальной скорости, толщины слоя и его механических свойств. Рассматривается явление рикошета в зависимости от тех же параметров. Представлены результаты вычислений критического угла в диапазоне скоростей соударения от 100 до 1000 м/с.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 05-01-0245а).

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ПРОСАЧИВАНИЯ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ НА ОСНОВЕ БАЛАНСНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО МЕТОДА

Кондаков В.Г.

Институт безопасного развития атомной энергетики, Москва

Введение

В работе рассматривается уравнение просачивания жидкости в пористую среду. Задача просачивания дождевых вод в твердую породу возникает из-за захоронения радиоактивных отходов в определенном месте. Возможна ситуация, когда вода просачивается в области почвы, содержащие эти отходы, и в результате происходит заражение грунтовых вод. Поэтому математическое моделирование данного явления в целях своевременного принятия мер в настоящее время очень актуально.

Постановка задачи

Рассматривается движение жидкости в пористой среде под действием гравитационных сил, с учетом влияния капиллярного давления. В этом случае уравнение неразрывности жидкости принимает следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}\phi s\rho = div(\frac{k}{\mu}\rho \cdot \nabla(P+\rho g z)) \tag{1}$$

где ϕ - пористость, s - насыщенность, ρ - плотность жидкости, k - проницаемость среды, μ - вязкость жидкости, $P = P_{gas} + P_{cap}$ - состоящее соответственно из давления газа P_{gas} и капиллярного давления P_{cap}.

Уравнение (1) приводится к следующему виду:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial k(z)F(S)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z}k(z)F(S)\frac{\partial S}{\partial z} \tag{2}$$

где F(s) и D(s) - некоторые непрерывные функции от насыщенности s, определяемые в зависимости от свойств среды и свойств жидкости.

Разностные уравнения

На основе балансно-характеристического метода из уравнения (2) получена систе-ма разностных уравнений. В частном случае, при $F'(s) > 0$, схема принимает следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{S^{n+1/2}_{i+1/2}-S^{n}_{i+1/2}}{\tau/2} + \frac{k_{i+1}F(s^n_{i+1})-k_iF(s^n_i)}{h} = \frac{1}{h}[k_{i+1}D(s^n_{i+1})\frac{S^{n+1/2}_{i+3/2}-S^{n+1/2}_{i+1/2}}{h} - k_iD(s^n_i)\frac{S^{n+1/2}_{i+1/2}-S^{n+1/2}_{i-1/2}}{h}] \\ s^{n+1}_i=2S^{n+1/2}_{i-1/2}-s^n_{i-1} \\ \frac{S^{n+1}_{i+1/2}-S^{n+1/2}_{i+1/2}}{\tau/2}+\frac{k_{i+1}\overline{F}_{i+1}-k_i\overline{F}_i}{h}=\frac{1}{h}[k_{i+1}D(s^n_{i+1})\frac{S^{n+1/2}_{i+3/2}-S^{n+1/2}_{i+1/2}}{h}-k_iD(s^n_i)\frac{S^{n+1/2}_{i+1/2}-S^{n+1/2}_{i-1/2}}{h}] \end{cases} \tag{3}$$

где переменные с полуцелыми индексами $S^{n+1/2}_{i+1/2}$ называются "консервативными а с целыми индексами s^n_i - "потоковыми"; верхнее подчеркивание символизирует алгебраическую полусумму по временным индексам (с текущего уровня n и с вычисляемого n+1).

Тестовые расчеты

Проведены расчеты, подтверждающие линейную устойчивость полученной разностной схемы на постоянном фоне. Схема также была применена к тестам с разрывными параметрами. Для выполнения условия монотонности решения в расчете применялась коррекция. Монотонизация приводит к улучшению дисперсионных свойств решения, при этом степень "размазывание"фронта "ударной волны"составляет одну ячейку.

При включении дисперсии размазывание становится существенным.

Выводы

Разделение переменных на консервативные и потоковые составляет основу балансно-характеристического метода. Сам метод является удобным и простым для создания разностных схем для многих задач (уравнение переноса, газовой динамики, просачивания).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы математической физики. М.: Научный мир, 2000.
2. *Головизнин В.М.* Балансно-характеристический метод численного решения одномерных уравнений газовой динамики в эйлеровых переменных. Москва, ИБРАЭ РАН, 2006.
3. *K. Pruess* A mechanistic model for water seepage through thick unsaturated zones in fractured rocks of low matrix permeability. // WATER RESOURCES RESEARCH, VOL. 35, NO. 4, APRIL 1999. ESD, LBNL, University of California, Berkeley. C. 1039–1051.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ РАСЧЕТА УПРУГИХ ВОЛН В БЛОЧНОЙ СРЕДЕ

Кучунова Е.В., Садовский В.М.

Красноярский государственный университет, г. Красноярск

Институт вычислительного моделирования СО РАН, г. Красноярск

В настоящей работе представлен комплекс параллельных программ, позволяющий исследовать процессы распространения упругих волн напряжений и деформаций в массиве среды, имеющей сложную структуру (имеются поверхности разделов материалов). Математической моделью решаемой задачи является нестационарная гиперболическая система уравнений:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \sum_{i=1}^{3} A_i \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_i} = 0. \qquad (1)$$

Здесь $\mathbf{u} = (v_1, v_2, v_3, \sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12})$ - вектор-функция, компоненты которой: v_i– проекции вектора скорости частиц упругой среды и σ_{ij} – компоненты симметричного тензора напряжения. A_i - матрицы размерности 9×9, коэффициенты которых зависят от механических параметров материала (см. [1]). На внешней границе массива допускается постановка основных типов граничных условий в напряжениях и скоростях, а также неотражающих условий, моделирующих беспрепятственное прохождение волн.

Расчетная сетка строится алгебраическим методом нахождения взаимооднозначного отображения вычислительной области $\Omega_{comp} = [0,1] \times [0,1] \times [0,1]$ в физическую. Численный метод решения системы (1) основан на методе сквозного счета с применением двуциклического расщепления пространственной задачи на серию одномерных задач [2] в параметрическом пространстве Ω_{comp}. На каждом временном шаге $[t_n, t_n + \tau]$ последовательно решается серия шести одномерных задач. К каждой из задач применяется явная монотонная разностная ENO-(Essentially Non-Oscillatory) схема предиктор-корректор с предельной реконструкцией решения (см. [3]). Метод двуциклического расщепления сохраняет второй порядок точности при использовании на его этапах любой одномерной схемы второго порядка [2]. Метод устойчив при выполнении одномерного условия Куранта-Фридрихса-Леви.

Технология распараллеливания вычислений основана на разделении исходной области по узлам в вычислительной системе исходя из требования равномерной загрузки узлов. Алгоритм численного решения задачи реализован комплексом программ по технологии SPMD (Single Program - Multiple Data) на алгоритмическом языке Fortran-90 с использованием библиотеки функций обмена сообщениями MPI. Разработаны универсальные алгоритмы автоматического 1D, 2D и 3D разбиения сеточной области между вычислительными узлами, позволяющие балансировать нагрузку, в том числе алгоритмы разбиения с минимальным числом обменов. Выполнены численные рачсеты модельных задач и проведено исследование эффективности расспараллеливания алгоритма.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 04-01-00267) и Комплексной Программы фундаментальных исследований Президеума РАН "Параррельные вычисления на мноопроцессороных вычислительных системах".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Годунов С.К.* Уравнения математической физики. — М.: Наука, 2002. 200 с.
2. *Марчук С.К.* Методы расщепления. — М.: Наука, 1988.
3. *Куликовский А.Г., Погорелов Н.В., Семенов А.Ю.* Математические во-

просы численного решения гиперболических систем уравнений. — М.: Физматлит, 2001.

О ПОЛНОТЕ СИСТЕМ ПОТЕНЦИАЛОВ НА ГРАНИЦЕ ОБЛАСТИ

Лежнев В.Г.

Кубанский государственный университет, Краснодар

Методика разложения по фундаментальным решениям для краевых задач матфизики состоит в разложении граничных функций по системам потенциалов, удовлетворяющих основному уравнению в области $D \subset R^n$ $(n = 2, 3)$ с границей S, например, для уравнения Лапласа чаще всего используется система функций $\alpha_m^+(x) = E(z^m - x)$, $z^m \in D^+ = R^n \setminus \overline{D}$, а также другие [1], в частности, функции

$$\alpha_m^-(x) = E(z^{m+1} - x) - E(z^m - x), \ \ z^m \in D^- = D, \ \ x \in S, \ \ m = 1, 2, ...,$$

где $E(x)$ — фундаментальное решение уравнения Лапласа (здесь область предполагается ограниченной односвязной).

Последовательность точек z^m должна удовлетворять условию единственности гармонических функций, в частности, не принадлежать поверхностям уровня потенциала Робена (например, сфере (окружности) или поверхностям, близким и "параллельным"границе), иначе возникают численные парадоксы ([2], [3]). Если условие единственности для z^m не выполнено, то нарушается и свойство полноты. Например, все функции $\alpha_m^+(x)$ ортогональны единице в $L_2(S_r)$, где S_r — окружность радиуса r с центром в начале координат и $r < 1$, а $z^m \in S_1$. Действительно, потенциал Робена $R(x)$ для S_r с плотностью $g(x)$ имеет вид

$$R(x) = \int\limits_{|x|=r} g(y)E(x-y)ds_y, \ \ x \in R^n,$$

и удовлетворяет условию $R(x) \equiv const, \in S_r$, при этом $g(y) \equiv 1$. Справедливо равенство $R(x) = r \ln |x|$ при $|x| \geq r$, т.е. $R(z^m) = 0$ при $z^m \in S_1$, $\alpha_m(z) \perp 1$.

Для $\alpha_m^-(x)$, где z^m удовлетворяют условию единственности, справедливо следующее утверждение: система функций $\alpha_m^-(x)$ линейно независима и полна в подпространстве пространства $L_2(S)$, ортогональном плотности $g(x)$ потенциала Робена. Система функций $\alpha_m^-(x)$ может быть эффективно использована в решении задачи Робена и внешней задачи Дирихле.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лежнев В.Г., Данилов Е.А.* Задачи плоской гидродинамики. Краснодар: Просвещение-Юг, 2000. 91 с.

2. *Алексидзе М.А.* Приближенные методы решения прямых и обратных задач гравиметрии. М.: Наука, 1987. 336 с.
3. *Bogomolny A.* Fundemental solutions method for elliptical boundary value problems // J. Numer. Anal. 1985. v. 22. N4. P. 644–669.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УДАРНЫХ ВОЛН С ВИХРЕВЫМ СЛЕДОМ ЗА ТРЕУГОЛЬНЫМ КРЫЛОМ ПРИ ПОДВОДЕ ЭНЕРГИИ

Луцкий А.Е., Миненков Д.С.
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

В последние годы большое внимание уделяется решению задач активного управления обтеканием тел посредством энергетического воздействия на набегающий поток. В ряде работ было показано, что наличие сравнительно узкого прогретого следа за источником энергии может приводить к существенной перестройке структуры течения, например, - формированию циркуляционных зон перед затупленной носовой частью. Такая перестройка течения может приводить заметному изменению аэродинамических характеристик. Большой интерес представляет управление вихревыми структурами над верхней поверхностью крыла и концевыми вихрями за счет теплового воздействия. Имеются экспериментальные данные о том, что сравнительно малое вложение энергии вблизи носовой точки конуса приводит к существенной перестройке таких структур и изменению аэродинамических характеристик.

В настоящей работе исследовалась структура течения над треугольным крылом при сверхзвуковом обтекании. В зависимости от числа Маха набегающего потока и угла атаки на подветренной стороне крыла могут образовываться вихри и ударные волны. Расчеты проводились для обтекания при угле атаки 22^0 и числе Маха 2,5, в этом случае над крылом образуются 2 симметричных вихря и несколько ударных волн. Исследовалось влияние энерговыделения на ударно-вихревую структуру над крылом. При обтекании треугольного крыла линия отрыва потока зафиксирована на острой кромке крыла, поэтому для изменения структуры течения над крылом требуются значительные энергозатраты (больше 10% энтальпии набегающего потока).

С задней кромки крыла отходит ударная волна, которая взаимодействует с вихрем, образованным над крылом. В результате этого взаимодействия основной вихрь распадается на 2 вихря. Исследовалось дальнейшее движение образовавшихся вихрей, а также влияние источников энергии. На достаточном удалении от крыла (порядка 1-2 длин крыла) поперечное сечение вихревой трубки с большой точностью можно считать кругом. Интенсивность вихревой структуры при численном исследовании можно считать как сумму элементарных циркуляций по ячейкам расчетной сетки. Показано, что при небольшом вложении энергии над крылом ($\sim 1\%$ энтальпии) можно снизить интенсивность вихрей за крылом. Зафиксировано снижение интенсивности на 20%.

ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИ НА ПАРАМЕТРЫ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ТРЕУГОЛЬНОГО КРЫЛА

Луцкий А.Е., Черногузов А.С.

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

В работе выполнено численное исследование режима сверхзвукового 3D обтекания треугольного крыла с углом стреловидности 78° при числе Маха 2.75 и угле атаки 8°. Проведен сравнительный анализ результатов численного и физического экспериментов и верификация метода расчета на разных сетках. Сопоставление результатов расчета показало хорошее согласие с работами других авторов [1].

Для расчетов использовался универсальный параллельный алгоритм численного интегрирования уравнений Навье-Стокса на многопроцессорных вычислительных машинах.

Показана возможность адекватного моделирования основных газодинамических особенностей обтекания подветренной поверхности треугольного крыла, включая положение вихревой пелены, сходящей с передней кромки крыла, основного и вторичного вихрей, внутренних скачков уплотнения над и под основным вихрем, линии стекания и растекания на подветренной стороне крыла. Достигнуто хорошее согласие в предсказании основных газодинамических параметров. Эффекты, обусловленные вязкостью, и характеристики течения на поверхности крыла (вторичный отрыв и соответствующие ему линии отрыва и присоединения, распределение давления) лучше предсказываются в расчетах по модели Навье-Стокса. При моделировании по уравнениям Навье-Стокса на подветренной стороне крыла был получен вторичный отрыв, что согласуется с экспериментом.

Работа выполнена при поддержке Программы Фундаментальных Исследований Президиума РАН N17 "Параллельные вычисления и многопроцессорные вычислительные системы"

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бродецкий М.Д., Забродин А.В., Луцкий А.Е., Харитонов А.М., Шевченко А.М.* Численное и экспериментальное исследование сверхзвукового течения на подветренной стороне треугольного крыла. Аэромеханика и газовая динамика, 2002, N 1, с. 3-12.

ПРИНЦИП МАКСИМУМА ДЛЯ ПОЧТИ РЕШЕНИЙ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА

Миклюков В.М.
Волгоградский государственный университет,
miklyuk@mail.ru

Пусть $D \subset \mathbf{R}^n$ – область и пусть $w(x) : D \to \mathbf{R}$ – измеримая по Лебегу функция такая, что $0 < w(x) < \infty$ почти всюду в D. Пусть $A(x,\xi) : D \times \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$ – отображение, удовлетворяющее предположениям: (i) для почти всех $x \in D$ отображение $\xi \in \mathbf{R}^n \to A(x,\xi)$ определено и непрерывно, (ii) отображение $x \in D \to A(x,\xi)$ измеримо для всех $\xi \in \mathbf{R}^n$; (iii) для почти всех $x \in D$ и всех $\xi \in \mathbf{R}^n$ выполняются следующие структурные ограничения:

$$\mu_1 \, w(x) \, |\xi|^p \le \langle \xi, A(x,\xi) \rangle \,, \qquad |A(x,\xi)| \le \mu_2 \, w(x) \, |\xi|^{p-1} \,, \tag{1}$$

где μ_1, $\mu_2 > 0$ и $p \ge 1$ – некоторые постоянные.

Рассмотрим уравнение

$$\operatorname{div} A(x, \nabla f) = 0 \,. \tag{2}$$

Фиксируем $\varepsilon > 0$. Будем говорить, что непрерывная функция f класса $W^1_{p,\mathrm{loc}}(D)$ является *почти решением* уравнения (2), если для всякой функции

$$\varphi(x) \in C^1(D) \,, \quad 0 \le \varphi(x) \le 1 \,,$$

с компактным носителем $\operatorname{supp} \varphi \subset D$ выполнено:

$$\left| \int\limits_D \langle \nabla \varphi, A(x, \nabla f) \rangle \, dx \right| < \varepsilon \,. \tag{3}$$

Величину $\varepsilon > 0$ будем называть *ε-уклонением* почти решения f.

В большинстве приложений дифференциальных уравнений в естествознании на самом деле мы имеем дело не с (идеальными) решениями, но с почти решениями. Мы проиллюстрируем содержательность неравенств (3) на примере стандартного принципа максимума – минимума.

Будем говорить, что неограниченная область $D \subset \mathbf{R}^n$ является (p,k)-*узкой* в окрестности бесконечно удаленной точки $\mathbf{R}^n$, если при всяком $r > 0$ выполнено

$$\lim_{R \to \infty} \operatorname{cap}_{p,k} (D_r, D \setminus D_R; D) = 0 \,.$$

Здесь

$$\operatorname{cap}_{p,k} (A, B; D) = \inf_u \int\limits_D k(x) \, |\nabla u|^p \, dx, \quad u|_A \equiv 0, \quad u|_B \equiv 1 \,,$$

– "взвешенная" p-емкость конденсатора $(A, B; D)$ и $D_t = \{x \in D : |x| < t\}$.

Теорема. *Пусть f – почти решение уравнения (2) с ограничениями (1) в области $D \subset \mathbf{R}^n$. Предположим, что f имеет уклонение $\varepsilon > 0$ и удовлетворяет условию $f|_{\partial D} \leq 0$. Тогда либо $f \leq 0$ всюду в D, либо при любых $r < R$ выполнено*

$$\int\limits_{\{|x|<r\}\cap\mathcal{O}} k(x)\,|\nabla f(x)|^p\,dx \leq \frac{2M}{\mu_1}\,\varepsilon + 2^p\mu^p M^p(p-1)^{p-1}\,\mathrm{cap}_{p,k}\left(\mathcal{O}_r, \mathcal{O}\setminus\mathcal{O}_R; D\right),$$

где $M = \sup\limits_{\mathcal{O}} f(x)$, $\mathcal{O} = \{x \in D : f(x) > 0\}$ и $\mathcal{O}_t = \mathcal{O} \cap \{|x| < t\}$.

В частности, если область D ограничена или является узкой на бесконечности, то для любого $r > 0$ выполнено

$$\int\limits_{\{|x|<r\}\cap\mathcal{O}} k(x)\,f^p(x)\,dx \leq \frac{2\varepsilon M}{\mu_1\,\lambda_{p,k}(\mathcal{O})}.$$

Здесь $\lambda_{p,k}(\mathcal{O})$ — наименьшая из постояннных в L^p-неравенстве Пуанкаре с весом k для финитных в $\mathcal{O}$ функций.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМА ВОДОЕМА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КЛАСТЕРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Никитенко О.Б.

Южно-Российский Региональный Центр Информатизации, Ростов-на-Дону

Решение задач водной экологии требует использования больших вычислительных ресурсов. Ограничение на счетное время, высокие требования к точности получаемого результата, приводящие к необходимости решения систем с огромным количеством неизвестных, для реализации создаваемых математических моделей, требуют использования высокопроизводительных вычислительных систем.

С 1997 года функционирует суперкомпьютерный центр РГУ. Основу суперкомпьютерного центра составляют два Linux-кластера. Кластерные системы в РГУ обладают следующими характеристиками. Linux- кластер - вычислительная система из 10 узлов, соединенных служебной сетью Fast Ethernet через коммутатор Cisco Catalyst 2900 и скоростной вычислительной сетью Gigabit Ethernet через коммутатор фирмы Allied Telesyn. Каждый из узлов представляет собой компьютер с процессором Pentium 4 2.4 Ггц, 512 Мб оперативной памяти (RAMBUS PC-1066) и 20 Гб жест-ким диском. INFINI-кластер представляет собой Linux-кластер, запущенный в эксплуатацию с декабря 2005 года. Он состоит из хост-компьютера и 21-го вычислительного узла, соединенных служебной сетью Gigabit Ethernet и скоростной коммуникационной сетью Infiniband (скорость передачи 700 Мб/сек). Каждый вычислительный узел представляет собой компьютер с процессором Intel Pentium 4 3.4 Ггц и оперативной памятью DDR2 2 Гб. Производи-тельность каждого вычислительного узла на тесте Linpack составляет 5.8 Gflops, а всего кластера 115.6 Gflops.

В работе рассматривается трехмерная модель температурного распределения в Азовском море. В предложенной модели учитываются наиболее существенные компоненты функции притоков-оттоков тепла: суммарная коротковолновая радиация, эффективное излучение, контактный теплообмен, теплообмен, обусловленный фазовыми переходами, теплообмен с грунтом [1]. Трехмерная модель программно реализована на высокопроизводительных вычислительных кластерах с использованием пакета распараллеленных итерационных методов Aztec [2]. Проведены численные эксперименты для сравнения времени счета программы температурного распределения в водоеме для разных кластерных систем. Как показали численные расчеты, на LINUX-кластере быстрее всего задача считалась на 3-х процессорах. Дальнейшее увеличение процессоров не приводило к заметному ускорению процесса счета задачи, что объясняется временными затратами для осуществления пересылок. В настоящее время проводятся численные эксперименты на INFINI-кластере, который, по мнению специалистов, может давать выигрыш во времени на 4-х узлах для хорошо распараллеливаемых задач. В процентном соотношении INFINI-кластер работает на 25-30 процентов быстрее LINUX - кластера.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ. Грант №06-01-96630-р-юг-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Крукиер Л.А., Муратова Г.В., Никитенко О.Б., Чикин А.Л., Шабас И.Н* Моделирование гидрофизических процессов в водоемах// Комплексный мониторинг среды и биоты Азовского бассейна Апатиты, 2004, том 6, с.279-298.
2. *Муратова Г.В., Никитенко О.Б.* . Моделирование температурного распределения в водоеме с использованием высокопроизводительных систем. //Сборник трудов "Всероссийской научно-технической конференции "Параллельные вычисления в задачах математической физики 2004г, г. Ростов-на-Дону, с.101-108.

ИЗМЕРЕНИЕ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ В ФЕМТОСЕКУНДНОМ ВРЕМЕННОМ ДИАПАЗОНЕ

Пергамент А.Х., Томин П.Ю.

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

В работе исследован способ измерения параметров светового импульса (зависимости интенсивности и фазы от времени), основанный на явлении генерации второй гармоники в нелинейных кристаллах [1]. Предложен и реализован алгоритм, позволяющий в итерационном процессе определить зависимости интенсивности и фазы от времени. Рассмотрена и решена задача фильтрации исходных данных при наличии экспериментальной ошибки.

Математическая модель описывается следующими уравнениями:

$$E(t) = A(t)\exp\left[i\varphi(t)\right], \tag{1}$$

$$E_{sig}(t,\tau) = E(t)E(t-\tau), \tag{2}$$

$$I_{frog}(\omega,\tau) = \left|\int\limits_{-\infty}^{+\infty} E_{sig}(t,\tau)\exp(-i\omega t)\,dt\right|^2. \tag{3}$$

По известной функции $I_{frog}(\omega,\tau)$ требуется найти $E(t)$.

В работе использован метод решения системы уравнений (1)–(3), называемый методом обобщенных проекций [2]. Данный метод позволяет в итерационном процессе найти зависимости интенсивности и фазы волны от времени. Проведено численное моделирование, результаты демонстрируют хорошее совпадение исходных и восстановленных параметров.

Рассмотрена задача фильтрации исходных данных при наличии экспериментальной ошибки. Предложен и реализован алгоритм, позволяющий определять зависимости интенсивности и фазы от времени при зашумленной спектрограмме. Результаты показывают достаточно хорошее соответствие между исходными и восстановленными зависимостями интенсивности и фазы от времени, что позволяет судить о применимости предложенного способа фильтрации и устойчивости итерационного процесса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *D.J. Kane, R. Trebino* Single-shot measurement of the intensity and phase of an arbitrary ultrashort pulse by using frequency-resolved optical gating // Opt. Lett. 1993. V. 18. P. 823–825.
2. *Kenneth W. DeLong, David N. Fittinghoff, Rick Trebino, B. Kohler, K.R. Wilson* Pulse Retrieval in Frequency-Resolved Optical Gating Based on the Method of Generalized Projections // Opt. Lett. 1994. V. 19. P. 2152–2154.

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ СЛАУ С СИЛЬНО НЕСИММЕТРИЧНОЙ МАТРИЦЕЙ

Пичугина О.А.
Южно-Российский региональный центр информатизации РГУ, Ростов-на-Дону

Несмотря на то, что сейчас существует огромное множество итерационных методов позволяющих эффективно решать даже те СЛАУ, которые раньше считались "тяжелыми" для решения, проблемы в этой области еще остались. Решение СЛАУ с сильно несимметричными матрицами - одна из таких проблем. Для этого класса матриц мало эффективны большинство классических и современных итерационных методик.

В работе предложен и исследован новый класс переобуславливателей для методов подпространства Крылова, основанный на кососимметрических треугольных и попеременно-треугольных итерационных методах, разработанных в [1]. Ключевой идеей здесь является использование в операторе переобуславливателя информации о поведении кососимметричной части исходной матрицы. Это обеспечивает устойчивый итерационный процесс и быструю сходимость методов в случаях, когда нет диагонального преобладания и матрица системы является сильно несимметричной.

Проведено теоретическое исследование сходимости попеременно-треугольных кососимметрических переобуславливателей. Проделан ряд численных экспериментов, подтверждающих эффективность данной методики.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты N 06-01-00038-а, N 06-01-96630-р-юг-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Крукиер Л.А.* Решение сильно несимметричных систем линейных алгебраических уравнений итерационным методом, основанным на кососимметричной части исходной положительной матрицы // Математическое моделирование. 2002. Т. 13. N. 3. С. 49–56.

ЭФФЕКТИВНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ И АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИЙ ГРИНА ДЛЯ ОПЕРАТОРА СЛАБО-ОТРАЖАЮЩИХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Подгорнова О.В., Софронов И.Л.
Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва

За последние годы были разработаны методы построения операторов прозрачных граничных условий для случая *изотропных* сред, см. [1]-[4]. С использованием спектрального подхода и метода разделения переменных такие операторы выписывается аналитически для каждой Фурье гармоники на внешней границе. Точность граничных условий определяется принимаемым во внимание количеством гармоник: чем больше гармоник учитывается при построении оператора, тем меньше отражение от границы. При этом, каждый коэффициент Фурье, являющийся функцией от времени, обрабатывается отдельно по рекуррентным формулам.

Однако, построение прозрачных граничных условий для волнового уравнения в *анизотропной* среде - это открытая проблема. В силу того, что для анизотропной среды невозможно выписать компактное аналитическое представление соответствующих функций Грина, построение оператора граничных условий приходится осуществлять численно [5].

В работах [6] и [7] мы предложили спектральный метод построения слабоотражающих граничных условий для волнового уравнения в анизотропной среде на открытых границах. Метод состоит из двух последовательных этапов: сперва численно находится точный оператор для дискретного аналога уравнений, затем осуществляется "сжатие"получаемой матрицы. Это "сжатие необходимое для резкого уменьшения вычислительных ресурсов в процессе использования граничных условий, приводит к появлению малого и контролируемого по силе отражения от открытой границы.

Одним из элементов алгоритма "сжатия"является аппроксимация суммами экспонент по времени функций Грина, вычисленных на первом этапе. Как показали наши эксперименты, эффективность сжатия напрямую зависит от "гладкости"дискретных функций Грина. Поэтому сейчас, в развитие [6] и [7], мы рассматриваем *спектральные* методы аппроксимаций дифференциальных уравнений для вычисления функций Грина, как по времени, так по пространству. При этом, для пространственной аппроксимации используются полиномы Чебышева и тригонометрические функции, а для временной - обобщенные функции Лагерра. В докладе мы представляем наши последние результаты для рассматриваемого подхода. Численные эксперименты, анализ точности и производительности демонстрируются на примере волнового уравнения в среде с двумя разными скоростями звука в верхней и нижней полуплоскостях.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант 04-01-00567

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sofronov, I.L.* Conditions for complete transparency on a sphere for the three-dimensional wave equation. // Russ. Acad. Sci. Dokl. Math., V. 46, No. 2 (1993), 397-401.
2. *Sofronov, I.L.* Artificial boundary conditions of absolute transparency for two-

and three-dimensional external time-dependent scattering problems. // Euro. J. Appl. Math., V. 9, No. 6 (1998), 561-588.

3. *Grote, M.J.; Keller, J.B.* Exact nonreflecting boundary conditions for the time dependent wave equation, // SIAM J. Appl. Math., V. 55 (1995), 280-297.
4. *Hagstrom, T.* Radiation boundary conditions for the numerical simulation of waves. // Acta Numerica, Cambridge: Cambridge University Press, V. 8 (1999), 47-106.
5. *Ryaben'kii, V.S.* Exact transfer of difference boundary conditions. // Functional Anal. Appl. 24 (1990), pp. 251–253.
6. *Sofronov I.L., Podgornova O.V.* Spectral nonlocal boundary conditions for the wave equation in moving media // Keldysh Inst. Appl. Math., preprint No. 53, 2004.
7. *Sofronov I.L., Podgornova O.V.* A spectral approach for generating nonlocal boundary conditions for external wave problems in anisotropic media // Published online in Journal of Scientific Computing, 10 January 2006, http://dx.doi.org/10.1007/s10915-005-9041-0

МОДЕЛИРОВАНИЕ БЫСТРОВРАЩАЮЩЕЙСЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Решетняк М.Ю.
Институт физики Земли РАН, Москва

Под быстрым вращением, обычно понимают режимы, когда сила Кориолиса много больше инерционного члена (число Россби $\mathrm{Ro} \ll 1$). Такие режимы хорошо известны во многих геофизических приложениях: атмосфере, в жидком ядре Земли и других планет. Поскольку данные объекты турбулентны (большие числа Рейнольдьца $\mathrm{Re} \gg 1$), то изучение влияния вращения неразрывно связано с изучением статистических, каскадных свойств турбулентности при $\mathrm{Ro} \ll 1$. В этом случае происходит вырождение трехмерной турбулентности в геострофическую, когда масштабы вдоль оси вращения на много порядков больше масштабов в трансверсальных направлениях. Так, на Рис. 1-2 представлены спектры кинетической энергии с максимумами в области $\sim \mathrm{E}^{-1/3}$ для задачи в быстровращающейся сфере.

Данное свойство является принципиальным отличием от колмогоровской турбулентности, где во всем инерционном интервале наблюдается степенной закон ($\sim m^{-5/3}$). В докладе рассматриваются вопросы моделирования быстровращающейся турбулентности на основе двух кодов для многопроцессорной техники: с помощью метода контрольных объемов в сфере, а также с использованием псевдоспектрального кода в Декартовой системе координат.

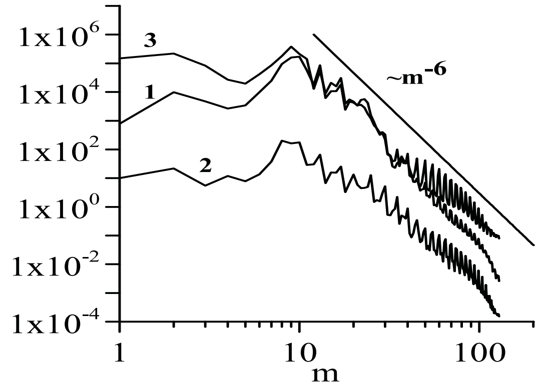


Рис. 1: Спектры компонент поля скорости (1,2,3 – r, θ, φ в сферической системе координат) для числа Экмана $\mathrm{E} = 10^{-6}$, Прандтля $\mathrm{Pr} = 0.1$. Для Рэллея $\mathrm{Ra} = 100$.

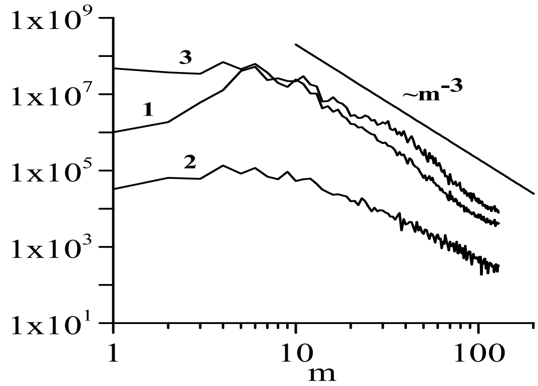


Рис. 2: Спектры компонент поля скорости (1,2,3 – r, θ, φ в сферической системе координат) для числа Экмана $\mathrm{E} = 10^{-6}$, Прандтля $\mathrm{Pr} = 0.1$. Для Рэллея $\mathrm{Ra} = 500$.

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ НА МВС МОДЕЛИ ПЕРЕНОСА ЗАГРЯЗНЕНИЯ В ЦИМЛЯНСКОМ ВОДОХРАНИЛИЩЕ В РАЙОНЕ РОСТОВСКОЙ АЭС

Сидиропуло С.Г.

Южно-Российский региональный центр информатизации РГУ, Ростов-на-Дону

Решение задачи по определению концентрации содержащегося в воде вещества, включая радионуклиды, состоит из двух основных этапов: расчет поля течений и расчет, собственно, концентрации вещества. Перенос вещества расссматривается на примере радионуклидного загрязнения, причем растворенной его фазы.

Перенос радионуклидов в растворенной форме описывается уравнением конвекции-диффузии с соответствующими граничными условиями и решаются конечно-разностными методами.

В области $\bar{\Omega} = \Omega_h \cup \Gamma_h$ вводится равномерная по всем направлениям разностная сетка с соответствующими шагами h_x, h_y, h_z. Здесь $\bar{\Omega}$ – множество внутренних узлов сетки, Γ_h – множество граничных узлов. При пространственной аппроксимации уравнения переноса выбрана противопотоковая схема. При аппроксимации граничных условий III-го рода правыми или левыми разностями используется идеология противопотоковых схем, когда выбор направления аппроксимации производной зависит от знака составляющей вектора скорости, участвующей в граничном условии. Данная модель была программно реализована на вычислительном кластере, построенном с использованием коммуникационной технологии Infiniband. Кластер состоит из управляющего компьютера и 21-го вычислительного узла.

В данной работе приводятся результаты расчета распределения концентрации радионуклидов в случае их залпового выброса.

При моделировании залпового выброса радионуклидов в Цимлянское водохранилище в районе РоАЭС бралось поле скоростей, получаемое при действии ветра западного и северо-западного направлений с различными по акватории скоростями. Расчеты показали, что в течение 8 часов основная часть загрязнения накапливается в районе порта г. Волгодонск и шлюза № 14. При этом максимальная концентрация вещества достигается за первые два часа после выброса. Затем происходит вынос вещества и, соответственно, снижение концентрации, но этот процесс протекает гораздо медленнее, и первоначальная концентрация достигается лишь через 6 часов после ее максимума.

Полученные результаты вычислительного эксперимента на построенной математической модели показывают возможность появления в южной части Цимлянского водохранилища застойных зон. Данные зоны могут возникать при определенных ветровых ситуациях и, следовательно, накапливать в себе повышенное содержание различных взвесей и растворенного вещества.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ. Гранты №06-01-00038-а, №05-01-00096-а.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАИЛЕНИЯ СУДОХОДНЫХ КАНАЛОВ В МЕЛКИХ ВОДОЕМАХ

Сидиропуло С.Г., Чикин А.Л.

Южно-Российский региональный центр информатизации РГУ, Ростов-на-Дону

Подводные судоходные каналы сооружаются для возможности подхода судов к портам в мелководных районах судоходных водоемов. Процесс эрозии дна инициируется не только ветровым течением воды, но и струей воды, отбрасываемой гребным винтом корабля. При этом сам корабль совершает движение вдоль исследуемого канала.

Рассматривается судоходный канал со слоем ила толщины δ. По данному каналу движется судно со скоростью a_0. Винт корабля из-за эффекта скольжения выбрасывает свободную затопленную струю воды со скоростью u. Выброшенная струя, достигнув слоя ила, взмучивает его и перемещает. В зависимости от величины скорости потока в канале возможны процессы как размывания или эрозии (E_b), так и оседания (D_b). Кроме того, в перемещении взвеси участвует и ветровое течение самой воды в канале с вектором скорости $\bar{V} = (u, v, w)$.

Так как исследуемая область включает в себя и мелководный район и сам канал, где глубина значительно больше средней глубины мелководья, то при расчете ветрового течения учитывается данная неоднородность глубин [2].

Струя, созданная гребным винтом корабля, попадая в массу окружающей ее жидкости, постепенно расширяется и в конечном счете рассеивается в жидкости.

В связи с наличием поперечных по отношению к поверхности раздела пульсационных скоростей будет происходить постоянный обмен частицами жидкости между струей и окружающей ее средой.

Соответствующие исследования показали, что размеры эпюр осредненных скоростей, построенных для плоских живых сечений струи, связаны между собой относительно простыми зависимостями. Эти же исследования привели также к выводу, что в случае равномерной эпюры скоростей в выходном сечении гидродинамическое давление в струе практически равно давлению в окружающей среде. Практический интерес представляют следующие величины, определяющие изучаемую струю: расстояние x_0, дающее положение полюса струи; длина x_n, начального участка; угол α, равный половине угла расхождения прямолинейных лучей, ограничивающих струю; радиус R_{bnd} струи на заданном расстоянии x от выходной кромки отверстия и, наконец, скорость на оси основного участка струи $u_{\max}$. Все эти величины могут быть найдены по следующим формулам [1]:

$$x_0 = \frac{0,29}{a} R_0, x_n = \frac{0,67}{a} R_0, tg\alpha = 3,4a,$$
$$R_{bnd} = \left(3,4\frac{ax}{R_0} + 1\right) R_0, u_{\max} = \frac{0,96}{\dfrac{ax}{R_0} + 0,29} u_0 \tag{1}$$

Процесс переноса взвеси разделяется на перенос взвешенных частиц и донный нанос. Соответственно, область исследования можно разделить на область донных наносов толщиной δ и область взвешенных наносов, расположенную выше и имеющую толщину $H - \delta$. Обмен взвесями между этими двумя областями происходит через оседание вниз с расходом D_b и размывания (поднятием вверх из нижнего слоя) с расходом E_b.

Толщина активного слоя донных отложений может быть определена с помощью уравнения

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{D_b - E_b}{\rho}$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ. Гранты №06-01-00038-а, №05-01-00096-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абрамович Г.Н.* Теория турбулентных струй. М.: Физматгиз, 1960.
2. *Чикин А.Л.* Об одном из методов расчета параметров течений в водоемах с большой неоднородностью глубин // Водные ресурсы, 2005, т. 32. № 1, с. 55-60.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ФОРМОЙ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ НА ПРИМЕРЕ ЛОПАСТИ НЕСУЩЕГО ВИНТА ВЕРТОЛЕТА

Соловьев А.Н.[1], Шевцов С.Н.[2]

[1] *Ростовский государственный университет, Ростов-на-Дону*

[2] *Южный научный центр РАН, Ростов-на-Дону*

Управление статическим и в особенности динамическим поведением несущих конструкций летательных аппаратов обеспечивает надежность и устойчивость режимов их функционирования. Внедрение таких систем приводить

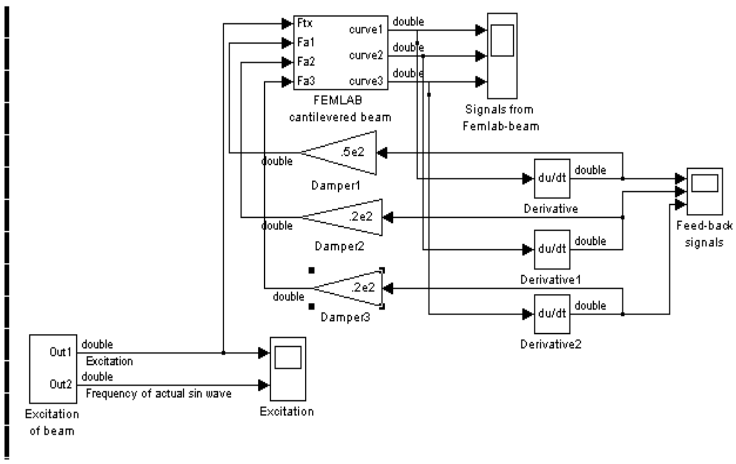


Рис. 1: Схема управления тремя актуаторами, размещенными на консольной балке.

к активному гашению колебаний и к изменению динамических характеристик, что в свою очередь позволяет избежать нежелательных режимов движения таких как, например, изгибно-крутильный флаттер и др. В работе проведен анализ литературы, посвященной построению систем управления, отмечено наличие в них обратных связей зависящих, как от смещений, так и от скоростей. Особое внимание уделено системам, построенным на основе пьезокерамических сенсоров и актуаторов, а так же конечноэлементным методам их моделирования. На основе сочетания конечноэлементного и имитационного моделирования построена система управления нестационарными колебаниями одно-, двух-, и трехмерными упругими конструкциями, в которых действие актуаторов заменяется соответствующим силовым воздействием. Проведены модельные расчеты по активному гашению первых мод колебаний.

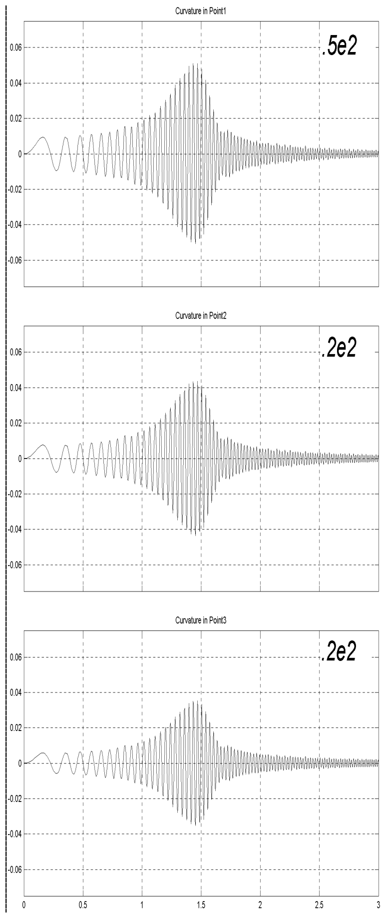


Рис. 2: Изменение деформации на поверхности балки. В верхнем правом углу показана глубина обратной связи для соответствующих актуаторов Схема управления тремя актуаторами, размещенными на консольной балке.

На рис.1 представлена схема управления, а на рис.2 изменение деформации в точках нижней поверхности консольно закрепленной балки с тремя сенсорами и актуаторами при различной глубине обратной связи.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант 05-01-00690) и ФЦНТП (контракт 02.442.11.7240).

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТЕЧЕНИЯ ЗА ОБРАТНЫМ УСТУПОМ, СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

Субботин Д.А.

Институт прикладной математики им. М.В. Кельдыша РАН, г.Москва

В работе рассматривались различные аспекты численного решения уравнений Навье-Стокса на примере задачи, известной как течение жидкости в канале с обратным уступом. Задача решалась для вязкой несжимаемой жидкости в диапазоне чисел Рейнольдса от 100 до 1600.

Реализован алгоритм чиссленного решения задачи на прямоугольной разнесенной сетке с использованием метода коррекций. Для решения возникающей в процессе расчета промежуточной задачи Пуассона использовались метод Гаусса и итерационный попеременно-треугольный метод.

Получены результаты расчетов. Для чисел Рейнольдса 100, 200, 300 и 400 проведено сравнение и получено соответствие с результатами экспериментов и расчетами других авторов. Для сравнения результатов использовалось положение точки присоединения. Расчеты проводились на измельчающихся сетках с изучением сходимости к аналитическому решению. Сравнивались результаты, полученные с использованием различных вариантов аппроксимации конвективных членов (центральных разностей и разностей против потока первого и второго порядка аппроксимации).

Расчеты при числах Рейнольдса до 800 заканчивались выходом на стационар. При больших числах Рейнольдса стационарное решение нарушалось. С увеличением числа Рейнольдса нестационарность развивалась, количество и размеры областей обратного течения увеличивалось вплоть до достижения хаотичного образования небольших разнонаправленных областей течения.

ЯВНЫЕ РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ С ПЕРЕМЕННЫМИ ШАГАМИ ПО ВРЕМЕНИ В ЗАДАЧЕ ВИХРЕРАЗРЕШАЮЩЕГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОТОКА ВОЗДУХА

Ушаков К.В.

Институт вычислительной математики РАН, Москва

Современные задачи моделирования атмосферных процессов требуют больших объёмов вычислений. Поэтому при их решении может оказаться полезным применение явных разностных схем с переменными шагами по времени, допускающих хорошее распараллеливание и при определённом выборе параметров накладывающих менее жёсткие условия устойчивости по сравнению с классическими явными схемами. В работе исследуется эффективность такого применения в задаче вихреразрешающего моделирования турбулентного потока воздуха в областях различной конфигурации. Модель основана на уравнениях типа уравнений Рейнольдса, получаемых после осреднения по пространству бездивергентной системы уравнений Навье-Стокса для несжимаемой среды [1]. При этом движения больших масштабов описываются явным образом, а влияние мелкомасштабной турбулентности параметризуется. Для пространственной аппроксимации используются схемы 2го-4го порядков. В дискретизации по времени применены входящие в пакет DUMKA алгоритмы, предназначенные для систем уравнений, полученных методом прямых, и построенные путём максимизации длины цикла из заданного числа шагов при заданной конфигурации спектра оператора, стоящего в правой части, с наложением условия устойчивости [2]. Численные эксперименты проводились на сетках, содержащих до 1.3 млн. узлов, с использованием параллельных вычислительных систем и показали, что удачный выбор последовательности временных шагов позволяет ускорить счёт по сравнению со многими традиционными явными схемами с постоянным шагом.

Работа выполнена по программе РАН «Теоретические проблемы современной математики» (проект «Оптимизация вычислительных алгоритмов решения задач математической физики») и при поддержке РФФИ (проекты 04-05-64898, 05-05-64918, 05-01-00582).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Glazunov A.V., Lykossov V.N.* Large-eddy simulation of interaction of ocean and atmospheric boundary layers // Russ. J. Numer. An. Math. Modelling. V. 18, N 4, 2003, P.279-296.
2. *Бахвалов Н.С., Кобельков Г.М., Кузнецов Ю.А., Лебедев В.И., Лифанов И.К., Нечепуренко Ю.М., Шайдуров В.В.* . Численные методы решения задач математической физики, §3 // Соврем. пробл. вычисл. матем. и математич. моделирования,Т.1. М.:Наука, 2005.

О ДИФРАКЦИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ГАЗОВЗВЕСИ НА РАЗРЫВЕ СЕЧЕНИЯ КАНАЛА

Федоров А.В., Харламова Ю.В., Хмель Т.А.

Институт теоретической и прикладной механики, Новосибирск

Распространение ударных и детонационных волн в плоских каналах сложной геометрии представляет интерес для создания технических устройств. Важной является задача определения критических условий при выходе волны из узкого канала в широкий [1].Перспективы использования в качестве рабочих сред газовзвеси реагирующих частиц металлов приводят к необходимости исследования процессов гетерогенной детонации в каналах сложной геометрии.

В работе изложена физико-математическая модель и численная технология расчета ударно-волновых и детонационных процессов в гетерогенной смеси газ - частицы алюминия. Рассматривается задача о распространении плоской ударной (или детонационной) волны и переходе ее из узкого канала в широкий. В качестве основы взят численный метод [2] расчета двумерных нестационарных двухфазных неравновесных течений. Расчет проводится с включением теневых точек в прямоугольной области максимальной ширины. Граничные значения на стенках узкой и широкой частей канала определяются из условий непротекания. На входе для УВ ставились условия поддерживающего поршня, на выходе - "мягкие"граничные условия. Тестирование проведено на расчете для идеального газа. Получено хорошее совпадение в структуре течения, реализующегося на угле расширения, с результатами, представленными в обзоре [3]. Исследовано влияние добавки инертных частиц. УВ в смеси обладает внутренней структурой, обусловленной процессами релаксации, масштабы которой зависят от размера частиц. Особенностью ударно-волновой структуры является также наличие ρ-слоя, т.е. зоны повышенной концентрации плотности частиц и газа за фронтом. Все это существенно меняет картину дифракции УВ при огибании потоком смеси прямого угла.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 06-01-00299).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *F.H. Ma, J.-Y. Choi, Y. Wu, V. Yang* Modeling of multitube pulse detonation engine dinamics // In: Confined Detonations and Pulse Detonation Engines.-Moscow: TORUS-PRESS, 2004. P. 233–248.
2. *Хмель Т.А., Федоров А.В.* Взаимодействие ударной волны с облаком частиц алюминия в канале // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, N. 2. С. 89–98.
3. *Takayama K., Inoue O.* Shock wave diffraction over a 90 degree sharp corner // Shock Waves. 1991. N. 1. P. 301–312.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ ТЕЧЕНИЙ ЯЧЕИСТОЙ ДЕТОНАЦИИ В МОНОДИСПЕРСНЫХ И ДВУХДИСПЕРСНЫХ ГАЗОВЗВЕСЯХ

Федоров А.В., Хмель Т.А.

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, Новосибирск

В рамках физико-математической модели неидеальной детонации газовзвеси частиц алюминия в кислороде [1] численно исследуются процессы формирования ячеистых структур при инициировании детонации в плоском канале. Рассматриваются монодисперсные и двух-дисперсные взвеси частиц различного диаметра и стехиометрического состава. Целью является определение зависимости результатов формирования ячеистых структур (их характера и размера) от параметров взвеси.

Расчеты проводятся с использованием конечно-разностных методов класса TVD для газа и схемы Gentry-Martin-Daly для дискретной фазы. Развита и тестирована технология распараллеливания расчетов на МВС-1000, основанная на линейном разделении расчетной области.

Результаты расчетов позволили установить степенную зависимость размера детонационной ячейки в монодисперсной взвеси от размера частиц. Данная зависимость подтверждается аналитическими оценками размера ячейки на основе акустического анализа [2].

Результаты аналогичных расчетов и акустического анализа для двухдисперсных взвесей выявили неожиданный эффект влияния состава не только на размер ячейки, но и на ее характер. Увеличение доли мелких частиц в основной фракции крупных приводит к ослаблению поперечных волн и снижению выраженности ячеистой детонации до полного ее исчезновения. В определенном диапазоне концентраций фронт детонации остается плоским, поперечные волны не формируются. При дальнейшем увеличении доли мелких частиц ячейки появляются вновь, размер их резко приближается к значению, отвечающему мелкой фракции. Данное свойство подтверждается соответствующим теоретическим анализом, выполненным на основе методологии [2] для поля течения двухдисперсной взвеси.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 06-01-00299).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хмель Т.А.* Численное моделирование двумерных детонационных течений в газовзвеси реагирующих твердых частиц // Математическое моделирование. 2004. Т. 16. N. 6. С. 73–77.
2. *Barthel H.O.* Predicted spacings in hydrogen-oxygen-argon detonations The Physics of Fluids. 1974. V. 17. N. 8. C. 1547–1553.

ОДИН ИЗ ПОДХОДОВ К ЧИСЛЕННОМУ ИССЛЕДОВАНИЮ ТЕЧЕНИЙ В РАЙОНЕ БЕРДЯНСКОЙ КОСЫ

Циркунова М.В., Чикин А.Л.
Южно-Российский региональный центр информатизации РГУ, Ростов-на-Дону

Бердянская коса расположена в северной части Азовского моря и выступает вглубь его примерно на 8 километров, что оказывает существенное влияние на формирование морских течений в данном районе. Для исследования течений строится математическая модель, основанная на уравнениях движения жидкости. В предлагаемой модели используются как уравнения мелкой воды, так и трехмерные уравнения движения несжимаемой среды.

Задача решается конечно-разностными методами на равномерной прямоугольной сетке. Так как Бердянская коса имеет сложную форму, то используется достаточно мелкая сетка с шагами по горизонтали 200 метров, а по вертикали 0,5 метра, что после индексации областьи дает нам порядка 1 миллиона неизвестных для каждого разностного уравнения. Данная задача решается на вычислительном кластере, построенном с использованием коммуникационной технологии Infiniband.

Расчет течений проводится в два основных этапа. На первом этапе с использованием грубой сетки рассчитывается течение на всей акватории Азовского моря. Затем строится мелкая сетка в исследуемом районе Бердянской косы с тремя открытыми границами. При этом полученные на грубой сетке значения берутся в качестве начальных и граничных значений.

При различных ветровых ситуациях были получены картины течений. На данной модели было проведено исследование влияния глубины моря на скорость течения. Получена устойчивая корреляционная зависимость между этими параметрами.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ. Гранты №06-01-00038-а, №05-01-00096-а.

БЕЗПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ТРЕУГОЛЬНЫЙ КОСОСИМЕТРИЧЕСКИЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕСИММЕТРИЧНЫХ СЛАУ

Чикина Л.Г.
Южно-Российский региональный центр информатизации РГУ, Ростов-на-Дону

Решение несимметричных систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$Ax = f \tag{1}$$

с невырожденными матрицами без диагонального преобладания представляет практический и теоретический интерес.

Используем разложение матрицы системы A на симметричную A_0 и кососимметричную A_1 составляющие части исходной матрицы системы (1): $A = A_0 + A_1$, $A_0 = \frac{1}{2}(A + A^*) = A_0^*$, $A_1 = \frac{1}{2}(A - A^*) = -A_1^*$, причем для кососимметричной составляющей имеет место представление $A_1 = K_L + K_U$,где K_L и K_U - строго нижняя и верхняя треугольные части матрицы A_1.

Определение. *Оператор A называется диссипативным, если для любого вектора $x \neq 0$ его симметричная часть положительно определена* $(Ax, x) = (A_0x, x) > 0$.

Итерационный метод

$$(B_C + \omega K_L)B_T(\omega)\frac{x_{k+1} - x_k}{\tau} + Ax_k = f, \quad k = 0,\ 1,\ 2, ..., \tag{2}$$

где $T = U, L$, B_C – диагональный оператор, будем называть *двухпараметрический треугольный кососимметрический итерационный метод (двухпараметрический ТКМ(ω, τ))*. Оператор перехода двухпараметрического итерационного метода (2) можно представить в виде:

$$G(\tau, \omega) = (E + 0,5\omega F)^{-1}(E + (0,5\omega - \tau)F), \tag{3}$$

где $F = N_T^{-1}A$, $N_T = B_{T0} - 0,5\omega A_0 = N_T^*$, где $T = L = U$.

Теорема 1. [1] Если $N_T = B_{T0} - 0,5\omega A_0 > 0$*, то для сходимости* $TKM(\tau, \omega)$ *достаточно выполнения неравенства*

$$0 < \tau < \omega + 2\min_k Re\lambda_k\left(P^{-1}\right),$$

или в энергетической норме N_T неравенства

$$0 < \tau < \omega + 2\lambda_{\min}\left(\left(P^{-1}\right)\right)_0,$$

где $P = N_T^{-\frac{1}{2}}AN_T^{-\frac{1}{2}}$.

Утверждение . *Пусть матрица А диссипативна. Для выполнения операторных неравенств $N_{T0} = B_{T0} - 0,5\omega A_0 = N_{T0}^* > 0$ достаточно чтобы диагонали в операторах метода (2) вычислялись по формуле*

$$\{Diag(B_T(\omega))\}_{ii} = 0,5\omega\sum_j\left(\left|\{A_1\}_{ij}\right| + \left|\{A_0\}_{ij}\right|\right) + \delta, \tag{4}$$

где T=L, U, числовой параметр $\delta > 0$.

Ускорение ТКМ может быть достигнуто не только за счет наличия параметров и их оптимального выбора, но и за счет специального построения операторов B_C, B_L, B_U, входящих в структуру обращаемых операторов методов.

Положим в (4) $\delta = \omega$, тогда в (2) из оператора метода можно за скобки вынести параметр ускорения ω. В итоге получим однопараметрический итерационный метод

$$B_T \frac{x_{k+1} - x_k}{\alpha} + A x_k = f, \quad k = 0,\ 1,\ 2, ..., \tag{5}$$

где $T = U, L$, $\alpha = \frac{\tau}{\omega}$, оператор метода B_T не зависит от итерационного параметра и имеет вид $B_T = B_C + K_T$, в котором элементы диагональной матрицы B_C вычисляются по формуле

$$B_{C_{ii}} = 0,5 \sum_j \left(\left| \{A_1\}_{ij} \right| + \left| \{A_0\}_{ij} \right| \right) + 1 \tag{6}$$

Оператор перехода итерационного метода (5) будет иметь вид

$$G_{TKM}(\alpha) = N_T^{-\frac{1}{2}} \widetilde{G}_{TKM}(\alpha) N_T^{\frac{1}{2}},$$

где

$$\widetilde{G}_{TKM}(\alpha) = (E + 0,5Q)^{-1} (E - (\alpha - 0,5) Q).$$

$Q = N_T^{-\frac{1}{2}} A N_T^{-\frac{1}{2}}$, а оператор $N_T = B_{T0} - 0,5A_0 = N_T^*$ положительно определен за счет структуры (6) элементов диагонали B_C.

Теорема 2. *Для сходимости итерационного метода (5), (6) в энергетической норме* $N_T = B_{T0} - 0,5A_0 = N_T^*$ при $\alpha = 1$ *достаточно диссипативности матрицы A.*

Доказательство. Т.к. оператор $Q = N_T^{-\frac{1}{2}} A N_T^{-\frac{1}{2}}$ диссипативен, то

$$\left\| G_{TKM}(1) \right\|_{N_T} = \left\| \widetilde{G}_{TKM}(1) \right\| = \left\| (E + 0,5Q)^{-1} (E - 0,5Q) \right\| < 1$$

по лемме Келлога.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ. Гранты №06-01-00038-а, №05-01-00096-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чикина Л.Г.* Два подхода к условиям сходимости двухпараметрического треугольного кососимметрического итерационного метода. // Сб.тр. IX

Всероссийской школы "Современные проблемы математического моделирования"". – Абрау-Дюрсо, Изд-во РГУ. – 2001. – С.410-413.

ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОПРОЦЕССОРНОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ ПРИ КОНТРОЛЕ КАЧЕСТВА В ПОТОЧНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

Ясинский Ф.Н., Ясинский И.Ф.

Ивановский государственный энергетический университет, Иваново

Ивановская государственная текстильная академия, Иваново

В условиях поточного производства остро стоит проблема контроля качества выпускаемой продукции, который часто осуществляется визуально. Такой метод носит субъективный характер, ограничивает производительность разбраковки и не обеспечивает требуемого качества.

Предлагается в цехе на браковочном оборудовании устанавливать батареи видеокамер, связанных с многопроцессорным вычислительным устройством.

Разработана нейронная сеть, решающая задачи контроля и классификации дефектов при их появлении на потоке выпускаемого материала.

При обучении нейронной сети использовались генетические алгоритмы и усовершенствованный случайный поиск. Входной образ подвергался процедуре сжатия с помощью "нейросетевой воронки". Алгоритмы распараллелены с использованием топологии "звезда". Предлагаемая система испытана при контроле качества ткани в текстильном производстве.

Известно, что задача настройки нейронной сети это задача многоэкстремального поиска. Одним из самых распространенных методов настройки является метод обратного распространения ошибки. При использовании этого метода часто возникают ситуации, когда процесс обучения, достигнув некоторого уровня, далее не продолжается. Происходит это из-за того, что поисковая точка попадает в один из локальных минимумов целевой функции, из которого выйти уже не может. Для решения этой проблемы следует использовать алгоритмы, способные искать глобальный минимум. Предлагается алгоритм, основынный на объединении двух наиболее перспективных методов - случайного поиска и генетического алгоритма. Случайный поиск по сравнению с градиентными методами минимизации нечувствителен к негладкости целевой функции и с успехом применим (и это особенно важно) к поиску глобального минимума среди множества локальных.

В численных экспериментах лучшие результаты получались комбинированным алгоритмом, в котором последовательно чередовалось обучение нейронной сети по методу случайного поиска, и минимизация ошибки по генетическому алгоритму. Данный вариант показал большую эффективность по сравнению со случайным поиском и генетическим алгоритмом в отдельности.

Для сжатия информации использовалась "нейросетевая воронка".

Скрытый средний слой - горловина нейросетевой воронки - имеет меньшее количество элементов по сравнению с входным слоем. С помощью "воронки"выполняется сжатие и восстановление информации. Горловина воронки сужается до тех пор, пока исходная и восстановленная картины близки. Воронка выполняет функцию отбора наиболее характерных свойств, присущих распознаваемым образам. Такой отбор чрезвычайно важен при решении задач классификации и анализа изображений, когда на входной слой нейронной сети поступают большие массивы информации, среди которой требуется выделить только интересующие нас свойства.

Содержание