

Институт прикладной математики
им. М.В.Келдыша РАН (Москва)

Южно-Российский региональный центр
информатизации ЮФУ (Ростов-на-Дону)

ХІХ ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
"ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И
КОНСТРУИРОВАНИЕ ЧИСЛЕННЫХ АЛГОРИТМОВ
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ",
посвященная памяти К.И. Бабенко

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Дюрсо, 2012

Оргкомитет XIX Конференции выражает признательность Российскому фонду фундаментальных исследований (грант 12-01-06072-г) и Отделению математических наук РАН, поддержавших это мероприятие.

УДК 51, 53

ББК 22.19

Тезисы докладов XIX Всероссийской конференции "Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов решения задач математической физики", посвященной памяти К.И. Бабенко (Дурсо, 10-16 сентября, 2012).- М: Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша, 2012. - 116с.

ISBN 978-5-98354-008-8

АННОТАЦИЯ

Конференция включает лекции и доклады по вычислительной математике, аэро-гидродинамике, молекулярной биологии. Обсуждаются направления развития алгоритмов математической физики и параллельных вычислительных технологий. Также рассматриваются теоретические вопросы дифференциальных уравнений, точные и асимптотические представления решений краевых задач и динамических систем.

Proceedings of the XIX All-Russian Conference "Theoretical bases and generation of numerical algorithms of solving mathematical physics problems", devoted to K.I.Babenko (Durso, 10-16 September, 2012)

ABSTRACT

The conference includes lectures and reports on computational mathematics, aero-hydrodynamic, molecular biology. The development of mathematical physics algorithms and the parallel computational technologies are discussed. The theoretical problems on differential equations, exact and asymptotic solutions of boundary problems are considered.

ISBN 978-5-98354-008-8

Программный оргкомитет

Афендииков А.Л. – председатель, Крукиер Л.А. – сопредседатель, академик Бердышев В.И., академик Годунов С.К., академик Костомаров Д.П., академик Левин В.А., академик Четверушкин Б.Н., Аптекарев А.И., Брушлинский К.В., Брюно А.Д., Дерюгин Ю.Н., Долголева Г.В., Жуков В.Т., Куропатенко В.Ф., Луцкий А.Е., Муратова Г.В., Тихомиров В.М., Тишкин В.Ф., Филимонов М.Ю., Шагалиев Р.М.

© Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша

Численное исследование свободных колебаний упругого тела вращения

Алгазин С.Д.

Институт проблем механики им. А.Ю.Ишлинского РАН, Москва

Векторное уравнение свободных колебаний теории упругости для однородной изотропной среды имеет вид:

$$\Delta \vec{u} + \omega \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u} + \lambda^2 \vec{u} = 0, \lambda^2 = \rho \bar{\omega} / \mu, x \in \Omega \quad (1)$$

где $\omega = (1 - 2\sigma)^{-1}$ и σ - постоянная Пуассона, ρ - плотность, $\bar{\omega}$ - частота колебания, μ - модуль сдвига. Ставится задача: исследовать спектр оператора в левой части уравнения (1) при краевых условиях первой задачи: $\vec{u}|_{\Gamma} = 0$. Здесь Ω тело вращения вокруг оси (O, x_3) , $x = (x_1, x_2, x_3)$, Γ - его граница, G - его меридиональное сечение. При всех конечных значениях ω , кроме $\omega = -1$, оператор $\Delta^* = \Delta + \omega \operatorname{grad} \operatorname{div}$ эллиптический. Следовательно, решения первой краевой задачи теории упругости достаточно гладкие. Чтобы воспользоваться этой гладкостью, ниже построен метод дискретизации первой краевой задачи теории упругости, не имеющий насыщения [1, 2]. Наиболее распространённым в настоящее время методом решения задач механики деформируемого твёрдого тела является метод конечных элементов. Его недостатки общеизвестны: аппроксимируя перемещение кусочно-линейной функцией, мы получаем, что напряжения разрывные. Вместе с тем, следует заметить, что большинство задач механики деформируемого твёрдого тела описывается уравнениями эллиптического типа, которые имеют гладкие решения. Представляется актуальным разработать алгоритмы, которые учитывали бы эту гладкость. Идея таких алгоритмов принадлежит К. И. Бабенко [2]. Эта идея высказана им в начале 70-х годов прошлого века. Многолетнее применение этой методики в эллиптических задачах на собственные значения автором настоящей работы доказали их высокую эффективность. Например, рассматривалась задача на собственные значения для нулевого уравнения Бесселя, на сетке из 23 узлов первое собственное значение этой задачи определено с 28 знаками после запятой. В отличие

от классических разностных методов и метода конечных элементов, где зависимость скорости сходимости от числа узлов сетки степенная, здесь имеем экспоненциальное убывание погрешности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алгазин С. Д.* Численные алгоритмы классической математической физики. М.: Диалог-МИФИ, 2010. 249 с.
2. *Бабенко К. И.* Основы численного анализа. М.: Наука, 1986. 744 с.

Полтора года эксплуатации К-100. Что получилось, а что нет

Андреев С.С., Давыдов А.А., Дбар С.А., Краснов М.М., Лацис А.О.,
Простов И.В., Плоткина Е.А., Храмцов М.Ю.

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

На протяжении примерно 4 лет много говорилось о том, что на смену традиционным многопроцессорным вычислительным системам идут машины с нетрадиционной архитектурой. Подробно показывалось, почему это так, почему этому технологическому перевороту нет альтернативы. Прошедшие 2 года в России стали, наконец, временем осуществления этого переворота на практике. Вслед за вводом в промышленную эксплуатацию суперкомпьютера К-100 [1] в ИПМ им. М. В. Келдыша в начале 2011 года, были поставлены под рабочую нагрузку еще несколько гибридных многопроцессорных систем, в первую очередь - в НИВЦ МГУ [2]. Времени прошло достаточно, чтобы проанализировать накопленный опыт и сделать первые практические выводы. Представленный доклад посвящен подробному разбору состояния дел с технологией разработки приложений для гибридных вычислительных систем, в частности, обоснованию следующих ключевых утверждений.

1). Несмотря на очевидно возросшую, по сравнению с традиционными суперкомпьютерами, сложность и трудоемкость разработки приложений, альтернативы новым архитектурам, похоже, все-таки нет. Данное утверждение является не просто экспертной оценкой. Его обоснование может быть проведено в терминах таких фундаментальных ограничений и закономерностей, как, например, закон Амдала.

2). Разработка приложений для гибридных суперкомпьютеров преимущественно (если не исключительно) ведется низкоуровневыми средствами, вручную. Это крайне опасная для отрасли тенденция. Еще один виток усложнения вычислительного оборудования - и сложность разработки прикладных программ станет неподъемной. На самой идее суперкомпьютера как машины общего назначения, эксплуатируемой в ВЦ коллективного пользования, можно будет смело ставить крест. Ситуация не терпит отлагательства, у нас просто нет в запасе тех, в лучшем случае, нескольких лет, которые потребуются для разработки и практического внедрения принципиально новых подходов к программированию в целом. Нужны массированные паллиативные меры, много “малых дел”, и некоторые примеры таких возможных мелких (или не очень мелких) улучшений в докладе приводятся.

3). Практически все реальные продвижения в использовании гибридных суперкомпьютеров стали возможными благодаря тому, что архитектура используемых в них ускорителей - GPGPU - сравнительно недалеко ушла от фоннеймановской, то есть является “не очень нетрадиционной”. Однако, в технике за все надо платить. Эффективность использования массива транзисторов на кристалле GPGPU также оказалась гораздо ниже, чем ожидалось. Весьма заметно, но все же не очень сильно усложнив себе жизнь, мы получили безусловно заметный, но все же не очень впечатляющий результат. В среднесрочной перспективе никак нельзя исключать возможности появления более эффективных, но и более нестандартных вычислительных архитектур. Несколько отодвинутые на задний план триумфальным шествием GPGPU, работы по вычислениям с использованием ПЛИС остаются актуальными. Мы их продолжаем, и в докладе будет об этом рассказано.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант N 10-08-01302-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. <http://www.kiam.ru/MVS/research/> Время обращения 05.04.12г.
2. <http://www.t-platforms.ru/solutions/lomonosov-supercomputer.html>

Об алгоритмах без насыщения в численном решении задач с индексом

Афендикова Н.Г.

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва

Проводится сравнение двух подходов к численному решению задачи с индексом. Первый был предложен К.И. Бабенко, который много внимания уделял построению и исследованию алгоритмов без насыщения, учитывающих информацию о гладкости входных данных решаемых задач. В работе 1975 года на примере задачи Римана-Гильберта он показал, что такие алгоритмы способны учесть даже наличие ненулевого индекса. Альтернативный подход, использующий априорную информацию о величине индекса, был позже предложен автором и применен к построению алгоритма численного решения обобщенной задачи Римана-Гильберта.

Оптимизация гибридной микромишени инерциального термоядерного синтеза

Басс Л.П., Жуков В.Т., Забродина Е.А., Имшенник В.С.,
Масленников М.В., Николаева О.В.

*Институт Прикладной Математики им. М.В. Келдыша РАН,
Москва*

Для исследования взята цилиндрически-симметричная конструкция мишени малых размеров, состоящая из 4-х слоёв: дейтериево-тритиевая смесь, тяжелая оболочка - пушер, область энерговложения и внешняя оболочка, удерживающая мишень от быстрого разлета.

Энерговложение от внешнего источника имитируется заданием удельной мощности, рассчитываемой по формуле, обеспечивающей безударное сжатие области ДТ.

В результате при достижении больших плотностей и температур в ДТ начинаются термоядерные реакции с выделением энергии, превышающей вложенную. Если пушер сделать из делящегося материала, например урана, то поток первичных нейтронов из ДТ, попадая в него, вызывает реакции деления с дополнительным энерговыделением. Вследствие

этого происходит более сильное обжатие и нагрев ДТ, что приводит к увеличению энергетического выхода и от реакций синтеза по сравнению с чисто термоядерной системой. Такую мишень мы называем гибридной.

Код НЗТ, позволяющий численно решать систему уравнений газовой динамики с учетом теплопроводности и термоядерной кинетики в цилиндрически-симметричной геометрии на подвижных сетках, был модернизирован для дополнительного решения нестационарного уравнения переноса нейтронов с учётом ядерного деления. С помощью него был рассчитан ряд моделей микромишени с целью поиска оптимальных размеров и снижения требуемых энергозатрат.

Было найдено, что для работы чисто т/я мишени выбранных размеров требуется минимальное энерговложение 25 МДж, что даёт усиление энергии в 23 раза. В гибридной мишени путём подбора соответствующей массы пушера можно достичь почти 400-кратного усиления энергии, в основном за счёт вынужденного деления урана-238, и снизить энергетический порог зажигания до 15 МДж, т.е. примерно на 40%. Поэтому гибридная мишень представляется более энергетически выгодной, чем чисто термоядерная.

Моделирование спиральных волн в аорте

Батищев В.А., Ломакин Н.Д., Петровская Д.С.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

В конце прошлого века появились сообщения об обнаружении закрученных потоков крови в артериях человека и животных [1, 2]. Среди причин возникновения спиральных течений крови можно назвать закрученную структуру стенок в левом желудочке сердца [2], наличие вихревого движения жидкости на входе в аорту и др.

В докладе приведены асимптотические разложения решений системы Навье-Стокса, описывающие длинные и короткие спиральные волны, а также квазистационарные режимы течений жидкости в цилиндре, ограниченном тонкой упругой оболочкой. Эти решения моделируют спиральные нестационарные течения крови в аорте. Известно, что в аорте

распространяется и стационарный поток, скорость которого по данным [1] изменяется в промежутке от десяти до сорока см/сек. Этот поток моделируется параболическим по осевой координате профилем скорости.

Асимптотические разложения спиральных волн построены как малые возмущения к длинным продольным пульсовым волнам. В работе используется метод пограничного слоя, так как пограничные слои в аорте наблюдаются экспериментально [2]. Решение задачи о длинных пульсовых волнах известно давно [1]. В докладе показано, что эти волны локализируются в пограничном слое вблизи стенки аорты и вызваны упругими свойствами оболочки и вязкостью жидкости. В отличие от длинных волн, короткие спиральные волны заполняют все поперечное сечение аорты и слабо зависят от упругих свойств оболочки. Механизмом переноса коротких волн является стационарный поток. При малой вязкости возникает критический слой вблизи оси цилиндра. Построена асимптотика квазистационарных режимов течений жидкости. Квазистационарные моды в первом приближении не зависят от времени и, в отличие от спиральных волн, не изменяют направления вращения жидкости в цилиндре. Показано, что короткие спиральные волны и квазистационарные спиральные моды локализованы вблизи входа в аорту.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Педли Т.* Гидродинамика крупных кровеносных сосудов. М.: Мир, 1983. 400 с.
2. *Кикнадзе Г.И., Олейников В.Г., Гечелидзе И.А., Городков А.Ю., Доброва И.Б., Бакей Ш., Бара Ж.Л.* О структуре потока в левом желудочке сердца и аорте с применением точных решений нестационарных уравнений гидродинамики и морфометрических исследований // ДАН. 1996. Т. 351. № 1. С. 119–122.

Эффективное решение краевых задач для системы Ляме в областях с конусами

Безродных С.И., Власов В.И.

ВЦ РАН им. А.А. Дородницына, Москва

Пусть гомеоморфная сфере область $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ является подобластью бесконечного конуса K произвольного основания, а ее граница $\partial\Omega$ является кусочно-гладкой и состоит из трех замкнутых подобластей, $\partial\Omega = \bar{\gamma} \cup \bar{D} \cup \bar{N}$, где γ — жорданова подобласть поверхности ∂K , содержащая вершину конуса, а D и N — непересекающиеся поверхности. В области Ω ставится краевая задача для системы Ляме $\Delta u - (1 - 2\nu)^{-1} \text{grad div } u = 0$, где ν — коэффициент Пуассона. На γ задано условие отсутствия внешней нагрузки: $\sigma_{ik} n_k = 0$, где n_k , $k = \overline{1, 3}$ — компоненты внешней нормали, а σ_{ik} — тензор напряжений, связанный с тензором деформаций $u_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right)$ формулой $\sigma_{ik} = \frac{E}{1+\nu} \left(\frac{\nu}{1-2\nu} u_{ll} \delta_{ik} + u_{ik} \right)$, в которой E — модуль Юнга. На D заданы перемещения: $u = h$, а на N — внешняя нагрузка: $\sigma_{ik} n_k = P_i$. Решение этой задачи рассматривается как обобщенное в пространстве Соболева W_2^1 , понимаемое в смысле соответствующего интегрального тождества, а входящие в формулировку задачи функции $h(x)$ и $P_i(x)$ принадлежат подходящим пространствам Соболева-Слободецкого.

Метод решения этой задачи, являющийся развитием [1]–[3], основан на представлении $u(x)$ в виде предела $u = \lim_{N \rightarrow \infty} u^N$ последовательности линейных комбинаций $u^N = \sum_{k=1}^N a_k^N \Psi_k$ функций Ψ_k , $k = 1, 2, \dots$, тождественно удовлетворяющих уравнению Ляме в K и однородному условию Неймана на ∂K и образующих полную в соответствующем пространстве систему на $\partial\Omega \setminus \gamma$. При их построении возникает спектральная задача для угловой части оператора Ляме в области $\mathcal{S} = \mathbf{S}^2 \cap K$; центр сферы \mathbf{S}^2 совпадает с вершиной конуса K .

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№10-01-00837), программы фундаментальных исследований ОМН РАН №3 и программы РАН "Современные проблемы теоретической математики", проект "Оп-

тимальные алгоритмы решения задач математической физики“.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Vlasov V.I.* A meshless method for solving boundary value problems in 3D domains of complex shape // The Fourth International Congress on Industrial and Applied Mathematics, Edinburgh, 5–9 July 1999. Book of Abstracts. P. 323.
2. *Власов В.И.* Метод решения краевых задач для уравнения Лапласа в областях с конусами // Докл. РАН. 2004. Т. 397, №5. С. 571–574.
3. *Skorokhodov S.L., Vlasov V.I.* The Multipole method for the Laplace equation in domains with polyhedral corners // Comp. Assisted Mechan. and Engin. Scien. V. 11. 2004. P. 223-238.

Численное моделирование сейсмических волн с использованием математической библиотеки Intel®MKL

Белоносов М.А.¹, Kostov С.², Решетова Г.В.³,

Соловьев С.А.¹, Чеверда В.А.¹

¹*ИНГГ СО РАН, Новосибирск*

²*Московский научно-исследовательский центр Шлюмберже*

³*ИВМиМГ СО РАН, Новосибирск*

Предлагается реализация параллельных вычислений для моделирования сейсмических волн в неоднородных средах на основе применения интегрального преобразования Лагерра по времени [1]. Основными преимуществами этого преобразования являются независимость и строгая знакоопределённость пространственной части оператора и, следовательно, матрицы, возникающей в результате его конечно-разностной аппроксимации. Эти свойства позволяют организовать эффективные параллельные вычисления, основанные на декомпозиции расчётной области с последующим применением аддитивного метода Шварца [2]. На каждом шаге альтернирования по Шварцу в каждой из подобластей система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) решается независимо

с последующим обменом граничными данными с соседними подобластями. Для решения СЛАУ используется прямой метод, основанный на LU-разложении. Так как матрица не зависит от параметра разделения, LU-разложение в каждой подобласти строится только один раз, запоминается соответствующим кластерным узлом и впоследствии используется для различных правых частей.

Реализована гибридная организация параллельных вычислений:

1. На каждом кластерном узле, для решения СЛАУ с разными правыми частями, используется компонента Pardiso из математической библиотеки Intel® Math Kernel Library (Intel® MKL). Решатель Intel® MKL Pardiso эффективно распараллелен и оптимизирован под многоядерные системы с общей памятью (OpenMP).

2. Взаимодействие между группами процессорных элементов, объединённых в узлы, организовано с использованием библиотеки MPI.

Численные эксперименты показали хорошую масштабируемость предложенного алгоритма (до 70%). Приведены результаты численного моделирования для двумерно неоднородной среды, описывающей сейсмогеологическое строение одного из месторождений Северного моря.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mikhailenko B. G., Mikhailov A. A., Reshetova G. V.* Numerical Modeling of transient seismic fields in viscoelastic media based on the Laguerre spectral method // Pure Appl. Geophys. 2003. V. 160. P. 1207-1224.
2. *Мацюкин А.М., Непомнящих С.В.* Метод альтернирования Шварца в подпространстве // Изв. высш. уч. заведений. Математика. – 1985. - № 10. – С. 99-112.

К проблеме численного решения эллиптических краевых задач (и доказательности вычислений)

Белых В.Н.

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

Если расширенные возможности современных компьютеров определяются в основном успехами в микроэлектронике, то ценность получае-

мых на них численных результатов существенным образом зависит от качеств используемых вычислительных алгоритмов. Желание иметь прецизионные алгоритмы численного решения задач математической физики приводит к появлению новых классов вычислительных алгоритмов. К числу таковых относятся ненасыщаемые численные методы [1], которые до недавнего времени не входили в арсенал средств вычислителей-практиков. Основное свойство этих методов – отсутствие главного члена погрешности, и как результат – способность автоматически подстраиваться к имеющимся экстраординарным “запасам” гладкости решений задач.

Существуют классы задач, в которых такой информацией можно распорядиться с пользой для вычислений. Так, в эллиптических задачах качественные дискретизации отличает способность к наследованию их характеристического свойства – шаудеровских оценок гладкости. Идеальным здесь было бы положение, когда каждой теореме существования решения соответствовала бы оценка сходимости приближённого решения в нормах, соответствующих гладкости коэффициентов эллиптических уравнений.

Высказанная точка зрения на проблему качества компьютерных вычислений оказала серьёзное влияние и на выбор материала для доклада. В нём мы ограничимся рассмотрением осесимметричных краевых задач для уравнения Лапласа, предъявив новую – *ненасыщаемую* – методику их дискретизации. В общих чертах она описана в [2].

Ранее указанное свойство этих задач едва ли было востребовано практикой, но актуальным его сейчас делает известный контекст – стремление к числовому ответу *гарантированного* качества.

Это в совокупности с хорошей обусловленностью дискретизации способно приводить к истинной *terra incognita* компьютерных вычислений – их *доказательности* [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 11-01-00147).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бабенко К.И.* Основы численного анализа. М.: Наука, 1986. 744 с. (2-е издание: М.; Ижевск: РХД, 2002. 848 с).
2. *Белых В.Н.* Ненасыщаемый численный метод решения внешней осесимметричной задачи Неймана для уравнения Лапласа // Сиб. мат. журн. 2011. Т. 52. № 6. С. 1234–1252.

О задании начальных и граничных условий при трехмерном моделировании динамики ультрарелятивистских пучков заряженных частиц

Боронина М.А., Вшивков В.А.

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт вычислительной математики и математической
геофизики СО РАН, Новосибирск*

Доклад посвящен проблемам вычисления начальных и граничных условий в задаче моделирования полностью трехмерной динамики пучков заряженных частиц в ускорителях нового поколения. В этом случае высокие значения релятивистского фактора $\gamma(10^3 - 10^6)$ приводят к большим градиентам электромагнитных полей и требуют аккуратного задания начальных и граничных условий.

В докладе предлагаются несколько методов задания электромагнитных полей, часть из них основана на методе выделения особенности в подынтегральной функции для вычисления электрического поля и потенциала, с использованием модифицированного уравнения Пуассона для нахождения потенциала во всей расчетной области, другая часть - на применении модельного ядра метода частиц в ячейках, имеющего форму тонких игл, расположенных вдоль движения частицы.

Проведены численные эксперименты и сравнения как со стандартными методами вычисления начальных и граничных условий, так и с аналитическим решением в случае движения цилиндрического равномерно-заряженного пучка. Результаты продемонстрировали целесообразность

использования новых методов, которые также могут найти свое применение в других задачах физики релятивистской плазмы.

К вопросу неустойчивости протопланетного диска Солнца

Брушлинский К.В., Плинер Л.А., Забродина Е.А., Меньшов И.С.,
Жуков В.Т., Долголева Г.В., Легкоступов М.С.

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Несмотря на многочисленные исследования, вопрос о механизме образования планетной системы Солнца до сих пор остается открытым. Одним из физических процессов, который может привести к зарождению планет, является крупномасштабная гравитационная неустойчивость протопланетного диска Солнца. В докладе приведены результаты численного моделирования крупномасштабных гравитационных неустойчивостей на начальной стадии эволюции протопланетного диска. В полной постановке задача эволюции диска является чрезвычайно сложной. В задачу внесены ряд упрощений, что обеспечивает более однозначную трактовку результатов. Среда диска – однофазная, представляет собой идеальный политропный газ, что на начальной стадии эволюции диска является допустимым приближением. Из всех физических процессов, наблюдаемых в диске, оставлены только основные, определяющие гравитационную устойчивость диска: это газодинамические процессы, гравитационное поле Солнца и собственное гравитационное поле диска.

Численное моделирование эволюции протопланетного диска проводится в основном в двумерной постановке и требует больших затрат машинного времени. Поэтому представляют интерес более простые численные одномерные модели, дающие возможность исследовать некоторые характерные особенности эволюции диска. Такие модели представлены в [1].

В проведенных численных экспериментах в одномерной модели наблюдается, как и в двумерных расчетах, перестройка структуры протопланетного диска Солнца с появлением кольцевых областей, в которых

течения среды развивается таким образом, что они приводят к концентрации вещества (увеличению плотности вещества) в определенных сечениях этих областей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Численное моделирование эволюции протопланетного диска Солнца. Отчет по Программе фундаментальных исследований Президиума РАН № 25 “Происхождение биосферы и эволюция гео-биологических систем”, М., ИПМ им. М.В.Келдыша, 2011.

Численное исследование сосуществования и конкуренции популяций хищников и жертв

Будянский А.В.

Донской Государственный Технический Университет, Ростов-на-Дону

Для биологических сообществ характерна пространственная неоднородность, вызываемая конкуренцией за ресурсы неантагонистических популяций и борьбой за существование различных видов. Рассматривается модель о распространении m видов популяций жертв и $n - m$ видов хищников:

$$\partial_t u_i = -\nabla \cdot q_i + f_i, \quad i = 1, \dots, n.$$

Миграционные потоки q_i и функции f_i для близкородственных видов жертв [1] и хищников записываются соответственно:

$$q_i = -k_i \nabla u_i + \alpha_i u_i \nabla p + u_i \sum_{j \neq i}^m \beta_{ij} \nabla u_j, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$f_i = \mu_i u_i f_0 - u_i \sum_{j=m+1}^n l_{ij} u_j, \quad f_0 = 1 - \frac{1}{p} \sum_{j=1}^m u_j,$$

$$q_i = -k_i \nabla u_i + u_i \sum_{j=1}^m \beta_{ij} \nabla u_j, \quad f_i = u_i \sum_{j=1}^m \mu_{ij} u_j - l_i u_i, \quad i = m+1, \dots, n.$$

Изменение плотности популяций жертв определяется «логистическим» законом и убылью из-за хищника (слагаемые с коэффициентами l_{ij}). Направленная миграция учитывается слагаемыми с коэффициентами α_i и

β_{ij} (диагональные матрицы второго порядка). Неоднородность обобщенного ресурса $p(x, y)$ по ареалу проявляется через градиенты ∇p и поточечно через функцию f_0 . Модель учитывает влияние неравномерности распределения одного вида на миграцию другого.

Представлены результаты численного исследования эволюции двух популяций жертв при наличии хищника ($m = 2, n = 3$). На границах ареала ставились условия отсутствия потоков. Для прямоугольного ареала найдены условия на параметры системы, при которых модель принадлежит классу косимметричных динамических систем [2] и имеются непрерывные семейства стационарных решений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Будянский А.В., Цибулин В.Г. Моделирование пространственно-временной миграции близкородственных популяций // Комп. исследование и моделирование. 2011 Т.3 № 4 С. 477–488.
2. Юдович В.И. Косимметрия, вырождение решений операторных уравнений, возникновение фильтрационной конвекции // Мат. заметки. 1991. Т. 49. № 5. С. 142–148.

Математическое моделирование процессов усталостного разрушения элементов конструкции газотурбинного двигателя

Бураго¹ Н.Г., Журавлев¹ А.Б., Никитин² И.С.

¹ИИПМех РАН им. А.Ю. Ишлинского, Москва

²МАТИ им. К.Э.Циолковского, Москва

В данной работе разработана методика математического моделирования процесса усталостного разрушения элементов авиационных конструкций. Объектом исследования является контактная система дисколопатки компрессора газотурбинного двигателя Д30, для которой существуют данные наблюдений о сроках зарождения усталостных трещин при эксплуатации.

Для определения трехмерного напряженно-деформированного состояния (НДС) создана конечноэлементная расчетная модель диска ком-

прессора с сопутствующими элементами реальной конструкции. Проведены расчеты НДС в полетных циклах нагружения (малоцикловая усталость) с учетом центробежных и аэродинамических нагрузок, контактных взаимодействий составляющих элементов. Учитывались аэроупругие эффекты, связанные с изменением формы конструкции при ее взаимодействии с набегающим потоком. Определены зоны зарождения усталостных трещин в левом углу паза диска под лопатку, вблизи тыльной части. Получены оценки долговечности диска в полетных циклах нагружения на основе современных моделей многоосного усталостного разрушения по напряженно-деформированному состоянию и по накопленной повреждаемости.

Также получены оценки долговечности, связанные с наблюдаемыми высокочастотными осевыми колебаниями бандажных полок (гигацикловая усталость). В отсутствие экспериментально обоснованных моделей многоосной усталости в данном режиме, применялись известные критерии многоосного малоциклового усталостного разрушения. Параметры для них определялись с учетом немногочисленных данных одноосных гигацикловых испытаний.

Зоны зарождения усталостного разрушения в обоих случаях близко расположены и приблизительно совпадают с наблюдаемыми при эксплуатации, а интегральная оценка долговечности в реальном времени составляет 20000 – 50000 полетных циклов. Это указывает на возможность альтернативных механизмов усталостного разрушения рассмотренной части конструкции.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 годы, а также проектов РФФИ 12-08-00366-а, 12-08-01260-а.

Эффективные итерационные кластерные решатели для СЛАУ электромагнетизма

Бутюгин Д.С.

*Институт Вычислительной Математики и Математической
Геофизики СО РАН, Новосибирск*

Новосибирский Государственный Университет, Новосибирск

В работе рассматривается расчет электромагнитных полей с гармонической зависимостью от времени на кластерах. Используются вариационные постановки соответствующих краевых задач как для электрического поля \vec{E} , так и смешанные постановки с множителем Лагранжа [1]. Аппроксимация соответствующих краевых задач на неструктурированных тетраэдральных сетках с использованием векторных и смешанных элементов Неделека первого рода различных порядков приводит к плохо обусловленным комплексным неэрмитовым системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Решение таких систем высокого порядка требует эффективных итерационных алгоритмов для кластеров.

Предлагаемый в работе подход заключается в использовании итерационных методов в подпространствах Крылова, таких как FGMRES, совместно с методом аддитивного Шварца в качестве предобуславливателя [2]. Для декомпозиции задачи применяется рекурсивное квазиоптимальное геометрическое разбиение сетки. Решение задач в подобластях осуществляется методом FGMRES, использующем алгебраический мультисеточный предобуславливатель, основанный на иерархических базисных функциях конечных элементов Неделека [3]. Для увеличения эффективности алгоритма при большом числе подобластей используется алгебраическая коррекция на грубой сетке.

Результаты численных экспериментов на серии модельных и практических задач геоэлектрофизики и СВЧ электроники показывают точность и эффективность предлагаемых методов. В работе проводится сравнительное исследование эффективности и масштабируемости предлагаемых алгоритмов. Кроме того, продемонстрирована сходимость конечно-элементных решений на последовательности сгущающихся сеток.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 11-01-00205)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Monk P.* Finite element methods for Maxwell's equations. Oxford University Press, 2003.
2. *Saad Y.* Iterative methods for sparse linear systems, second edition. SIAM, 2003.
3. *Ingelström P.* A new set of H(curl)-conforming hierarchical basis functions for tetrahedral meshes // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 2006. Vol. 54, no. 1. Pp. 106-114.

Анализ модели вакуумного диода

Варин В.П.

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Рассматривается модель вакуумного диода, представленная двумя сингулярными ОДУ 2-го порядка на интервале $x \in [0, 1]$.

$$\frac{d^2 f}{dx^2}(x) = j \frac{1 + f(x)}{\sqrt{(1 + f(x))^2 - 1 - a^2(x)}}, \quad \frac{d^2 a}{dx^2}(x) = j \frac{a(x)}{\sqrt{(1 + f(x))^2 - 1 - a^2(x)}},$$

с начальными и краевыми условиями

$$f(0) = 0, \quad a(0) = 0, \quad f'(0) = 0, \quad a'(0) = C, \quad f(1) = f_1, \quad a(1) = a_1. \quad (1)$$

Здесь f – электростатический потенциал, a – магнитный потенциал, j – ток в диоде (задаваемый как параметр). Для заданных значений потенциалов на конце интервала $f(1) = f_1$, $a(1) = a_1$ требуется определить начальное значение $a'(0) = C > 0$ и параметр $j > 0$ так, чтобы выполнялись краевые условия (1). Проблема представляет значительные трудности как теоретического, так численного характера, и о ее решениях практически ничего не было известно. Мы даем полное решение этой задачи. Найдено аналитическое описание области определения A , области достижимых значений B , и построен диффеоморфизм $M: A \rightarrow B$, который эффективно вычисляется с произвольной точностью.

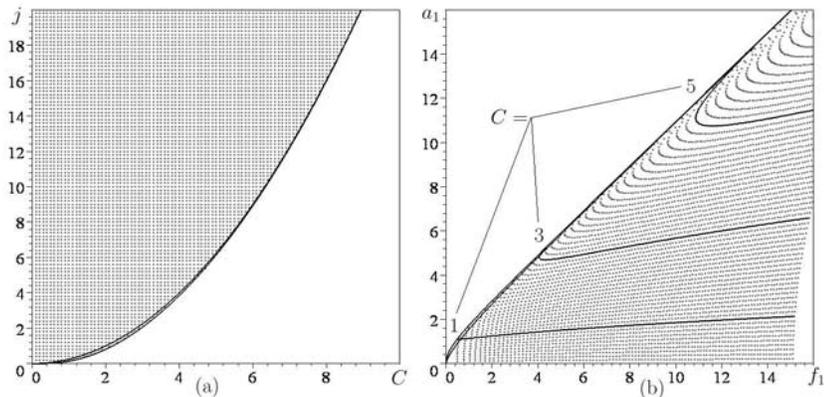


Рис. 1: Диффеоморфизм $M: A \rightarrow B$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Varin V.P.* An analysis of a vacuum diode model // Keldysh Institute preprints, 2012, No. 8, 19 p. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-8&lg=e>

Математическое моделирование дробления вещества во встречных волнах разрежения

Варфоломеев Д.А., Куропатенко В.Ф.

*Российский Федеральный Ядерный Центр - ВНИИТФ им. академика
Забабахина, Снежинск*

В результате взаимодействия встречных волн разрежения вещество может перейти в метастабильную область отрицательных давлений. В этой области на микроуровне происходит рост поврежденности кристаллической структуры вещества. Скорость роста микроповрежденности зависит как от величины отрицательного давления, так и от времени пребывания вещества в области отрицательных давлений. Если концентрация микропор или микротрещин превысит критическое значение – вещество разрушается. Методы расчета отколов, в основе которых лежит любой из однородных методов, обладают существенными недостатками. Из-за размытия слабых разрывов, ограничивающих волны разрежения, место и время образования первого откола определяется с низкой точностью. Из-за размытия ударных волн, возникающих в точке откола,

в решение вносятся значительные погрешности при их формировании, что приводит к искажению картины в целом. Методы расчета отколов, в основе которых лежит один из неоднородных разностных методов, например метод [1] лишены этих недостатков, т.к. выделяют в решении сильные и слабые разрывы, тем самым четко разграничиваются зоны влияния сжатия и разрежения.

Предлагается новый метод расчета отколов, принципиальным отличием которого от других методов является учет всех особенностей течения при разрушении. Предприняты шаги по повышению точности определения момента и координаты образования трещины. В момент откола рассчитываются ударные волны, фронты которых отслеживаются в последующем счете. Происходит раскрытие трещины. Проводится анализ течения в окрестности трещины. Созданы методы для расчета уединенной трещины и для случая, когда в окрестности трещины происходит дробление вещества.

Построены аналитические решения задач с образованием уединенной трещины и откола с последующим дроблением вещества. Аналитические решения предназначены для определения погрешностей численных методов, используемых для расчетов откольного разрушения и дробления вещества.

На примере расчета эталонных решений показано преимущество нового метода перед другими методами. Исследована сходимость метода при измельчении пространственной сетки и проведено сравнение с результатами расчетов отколов однородными методами.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ ГРАНТ №-10-01-00032.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куропатенко В. Ф., Коваленко Г. В., Кузнецова В. И. и др. Комплекс программ ВОЛНА и неоднородный разностный метод для расчета неустановившихся движений сжимаемых сред // ВАНТ, Сер. Методики и программы числ. решения задач матем. физики. 1989. Вып. 2. С. 9-17.

Погрешность, обусловленность и гарантированная точность многомерных сферических кубатурных формул

Васкевич В.Л.

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Новосибирск

В докладе приведена оценка сверху уклонения нормы возмущенного функционала погрешности от нормы исходного функционала погрешности многомерной сферической кубатурной формулы. Уклонение возникает в результате комбинированного влияния на итог вычислений малых изменений весов кубатурной формулы и округлений при последующем подсчете кубатурной суммы в условиях заданных стандартов приближения вещественных чисел.

Дана оценка практической погрешности кубатурной формулы при ее действии на произвольную функцию из единичного шара нормированного пространства подынтегральных функций. Полученные оценки применены при исследовании практической погрешности сферических кубатурных формул в случае подынтегральных функций из пространств типа Соболева на многомерной единичной сфере. Норма функционала погрешности в сопряженном соболевскому классу пространстве представлена в виде положительно определенной квадратичной формы от весов кубатурной формулы.

Проведена оценка практической погрешности для сферических кубатурных формул, каждая из которых конструируется как прямое произведение квадратурной формулы Гаусса по меридиану сферы в трехмерном пространстве и квадратурной формулы прямоугольников по экватору этой сферы. Веса такого прямого произведения с $2m^2$ узлами положительны, сама же формула точна на всех сферических гармониках до порядка $2m - 1$ включительно.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проекты 12-01-00061 и 11-01-00147.

**Особенности использования методов ILU и CG+ILU при
решении стационарной задачи конвекции-диффузии в
анизотропной среде**

Виноградова С.А.

*Южно-Российский региональный центр информатизации (ЮГИНФО)
Южного федерального университета, Ростов-на-Дону*

Решается трехмерная стационарная задача конвекции-диффузии со смешанными производными, описывающая конвективно-диффузионные процессы в анизотропной среде. Задача дополняется однородными краевыми условиями первого рода. На тринадцатиточечном шаблоне проведена конечно-разностная противопотоковая аппроксимация данной задачи, подробно описанная в работе [1]. Также в [1] были выведены ограничения на коэффициенты при производных второго порядка в составе обобщенного эллиптического оператора, достаточные для сходимости итерационного метода ILU-разложения при решении итоговой СЛАУ.

Для преодоления данных ограничений построен двухэтапный итерационный метод CG+ILU, в рамках которого диффузионная часть СЛАУ решалась итерационным методом CG (методом сопряженных градиентов), а конвективная часть СЛАУ решалась итерационным методом ILU (методом неполного LU-разложения).

Сравнивались результаты работы методов ILU и CG+ILU для различных наборов коэффициентов при смешанных производных в уравнении конвекции-диффузии. Метод CG+ILU продемонстрировал эффективную работу в анизотропной среде в случае преобладания одного из процессов. Однако наблюдается нестабильная работа в случае, когда число кососимметрии находится в интервале $0.1 < \kappa < 1$, и при меньших значениях κ в случае потери диагонального преобладания матрицы СЛАУ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виноградова С.А., Крукиер Л.А. Решение трехмерной стационарной задачи конвекции-диффузии в анизотропной среде методом неполного LU-разложения. // Труды XIV Молодежной конференции-шко-

лы с международным участием "Современные проблемы математического моделирования пос. Дюрсо, 12-17 сентября 2011г. С. 74–90.

Применение неконформного метода конечных элементов для трехмерной задачи Стокса

Воронин К.В., Калинин А.А., Лаевский Ю.М.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск

Данная работа посвящена решению трехмерной задачи Стокса с помощью неконформных конечных элементов, предложенных в цикле работ Калинкина и Лаевского [1] для задач теории упругости. В ней были предложены два семейства узловых и "интегральных" неконформных конечных элементов второго порядка на параллелепипедальных сетках. Теоретическое исследование применимости предложенных конечных элементов за исключением нескольких технических лемм аппроксимации повторяет работу Раннахера и Турека [2]. В отличие от упомянутой работы, для решения возникающей после дискретизации сеточной задачи с седловой матрицей используется прямой решатель PARDISO из библиотеки Intel MKL для проведения расчетов на машинах с общей памятью и прямой решатель MuMPS для проведения расчетов на кластерных системах. В работе представлены результаты численных экспериментов, подтверждающие теоретические выводы о применимости предложенных элементов к задаче Стокса. Сравнительный анализ предложенных элементов и элементов Раннахера-Турека на нескольких тестовых примерах показал, что эти элементы приводят к сеточной системе с приблизительно одними и теми же численными характеристиками.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ 10-01-00102а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Калинкин А.А., Лаевский Ю.М.* On the nonconform finite element method for the 3D elasticity problem, Rus. J. Numer. Anal. Math. Model., 21 (2006), No.4.

2. *R. Rannacher, S. Turek*. Simple nonconforming quadrilateral Stokes element. Numer. Methods Partial Differential Equations, 8 (1992), p. 97-111.

Электромагнитная гидродинамика двухжидкостной плазмы

Гавриков М.Б.

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва

В докладе рассмотрена двухжидкостная гидродинамическая модель нерелятивистской двухкомпонентной полностью ионизованной плазмы, состоящая из уравнений электромагнитной гидродинамики (ЭМГД). Принципиальная особенность ЭМГД – нелокальная зависимость электрического поля \mathbf{E} от остальных параметров плазмы: согласно обобщенному закону Ома, значение \mathbf{E} в любой точке зависит от значений остальных параметров во всей области, занятой течением.

Наличие пространственной дисперсии у ЭМГД – плазмы приводит, с одной стороны, к возникновению нелинейных колебаний плазмы (в частности, уединённых волн), а с другой – к ослаблению диффузии магнитного поля, обусловленного магнитной вязкостью. Приведены дисперсионные уравнения, уравнения нелинейных бегущих волн и рассмотрены некоторые результаты о взаимодействии уединённых волн, полученные численно.

В задачах плазмостатики огромную роль играет ”инерционная сила”, в результате баланс сил в равновесной конфигурации принципиально отличается от аналогичного в классической МГД. Нахождение равновесных конфигураций сводится к поиску установившихся течений сжимаемого газа в специальном поле сил. Уравнения для таких течений имеют смешанный тип – эллиптический в дозвуковой области и гиперболический в сверхзвуковой. Дозвуковые ”течения” соответствуют плотным конфигурациям а сверхзвуковые – разреженным. Для осесимметрических задач поиск равновесия сводится к решению двух уравнений второго порядка относительно функций магнитного потока и полного тока.

Уравнения Грэда-Шафранова в классической МГД получаются из представленных в докладе предельным переходом $\ell_c/L_0 \ll 1$ ($\ell_c = c/\omega_p$ – скиновская длина, L_0 – характерный линейный масштаб задачи, ω_p – плазменная частота).

На примере плоского канала и течения плазмы поперёк силовых линий магнитного поля показано, что новые ”холловские” слагаемые в обобщённом законе Ома ответственны за мощные ускорение и торможение плазмы в зонах шириной $\sim \ell_c$.

Нелокальная зависимость поля E приводит к появлению новых классов физически интересных решений. Примером являются однородные деформации плазменного шнура. В газовой динамике такие течения исследованы Л.И. Седовом, в классической МГД – А.Г. Куликовским. В двухжидкостной ЭМГД найдены однородные деформации шнура с произвольным законом изменения полного тока.

Работа профинансирована РФФИ (грант №12-01-00071).

Численное и аналитическое исследование поглощения альфвеновской волны в диссипативной плазме

Гавриков М.Б., Таюрский А.А.

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва

Как известно, плоская альфвеновская волна, бегущая в однородной плазме вдоль постоянного магнитного поля, является точным решением уравнений магнитной гидродинамики. Это позволяет исследовать временное и пространственное поглощение альфвеновской волны, обусловленное диссипативными эффектами (магнитной и гидродинамическими вязкостями и теплопроводности электронов и ионов), и релаксацию температур электронов и ионов в волне, вызванную их упругим взаимодействием, на основе точного решения нелинеаризованных магнитогидродинамических уравнений. В докладе поглощение альфвеновской волны изучается на базе точного решения двухжидкостных уравнений электромагнитной гидродинамики плазмы (ЭМГД-уравнения), в полном объёме учитывающих инерцию электронов.

В докладе показано, что анализ временного нелинейного поглощения альфвеновской волны сводится к исследованию некоторой нелинейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) на комплексные амплитуды параметров волны. При этом затухание волны не зависит от теплопроводностей электронов и ионов и распадается на два этапа. При учёте магнитной вязкости на первом этапе происходит быстрая трансформация магнитной и (почти полностью) кинетической энергий в тепловую энергию электронов и ионов, которая резко ускоряется при дополнительном учёте гидродинамических вязкостей электронов и ионов. На втором этапе происходит значительно более длительная релаксация температур электронов и ионов, при которой в тепловую энергию плазменных компонент переходят остатки кинетической энергии, а магнитная энергия не меняется и имеет фоновое значение.

Для изучения пространственного поглощения предложена неявная разностная схема решения ЭМГД-уравнений на полупрямой в случае плоской симметрии. В докладе оценивается скорость проникновения альфвеновской волны в плазму, влияние на поглощение частоты альфвеновской волны, конкретных типов теплопроводности электронов и электронной вязкости. Так, по результатам исследования сделан вывод, что реальная электронная вязкость должна быть на два-три порядка меньше теоретической. Проведенное сравнение полученных результатов с аналогичными результатами в МГД-теории и линейной теории показывает грубое расхождение предсказаний двух последних теорий с ЭМГД.

Работа профинансирована РФФИ (грант №12-01-00071).

**Вариант бессеточного численного метода расчета динамики
плоских вихревых структур**

Говорухин В.Н.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Предложен вариант вихревого метода частиц в ячейках для расчета двумерных нестационарных невязких несжимаемых течений в замкнутой

области с возможным протеканием через него. Основными уравнениями являются уравнения Эйлера в терминах завихренности и функции тока, или двумерные геофизические модели динамики атмосферы. Обсуждается метод, первоначально представленной в [1], и развитый в [2]. Алгоритм основывается на приближении поля завихренности ее значениями в жидких частицах, а для вычисления функции тока используется метод Галеркина. Для аппроксимации поля завихренности задается разбиение области на элементарные ячейки, в которых она приближается методом наименьших квадратов полиномами третьей степени. Полученное приближение позволяет получить аналитически галеркинские коэффициенты разложений компонент скорости жидких частиц.

С помощью ряда тестовых расчетов обсуждается использование различных интеграторов по времени для вычисления динамики жидких частиц, предложены наиболее подходящие методы для представленного вихревого метода. Описана параллельная реализация алгоритма, экспериментально изучены возможности ускорения при различных параметрах численного метода. Работа метода проиллюстрирована результатами исследования задачи протекания идеальной жидкости сквозь прямоугольный канал [3] и расчетами динамики вихревых мультипольных вихревых конфигураций, сравнением результатов с физическими экспериментами [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 11-01-00708).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Govorukhin V. N.; Il'in K.I.* Numerical study of an inviscid incompressible flow through a channel of finite length//Int. J. Numer. Methods Fluids. 2009. 60. N. 12. P. 1315-1333.
2. *Говорухин В.Н.* Вариант метода вихрей в ячейках для расчета плоских течений идеальной несжимаемой жидкости//Ж. выч. мат. и мат. физики. 2011. Т. 51. N. 6. С. 1133-1147.
3. *Govorukhin V.N.; Morgulis A.B.; Vladimirov V.A.* Planar inviscid flows in a channel of finite length: washout, trapping and self-oscillations of

vorticity // J. Fluid Mech. 2010. V. 659, p. 420-472.

4. *Trieling R.; van Heijst G. J. F.; Kizner Z.* Laboratory experiments on multipolar vortices in a rotating fluid// Phys. Fluids. 2010. V. 22. 094104. DOI: 10.1063/ 1.3481797

Плазмостатические модели некоторых ловушек галатей

Гольдич А.С.

*Национальный исследовательский ядерный университет - МИФИ,
Москва*

Представленная работа продолжает обширный цикл работ по плазмостатическому моделированию и расчету равновесных конфигураций плазмы в магнитном поле. Данный вопрос связан с разработкой магнитных ловушек для удержания плазмы, который в свою очередь связан с проблемой управляемого термоядерного синтеза, для реализации которого необходимо удерживать рабочее вещество при температурах порядка десятков миллионов градусов магнитным полем. Плазмостатические модели рассматриваются для перспективных конфигураций предложенных А.И.Морозовым [1, 2]: в них проводники с электрическим током, создающие магнитное поле, погружены в плазменный объем. Математические модели плотной и горячей плазмы основаны на идеологии механики сплошных сред и используют уравнения магнитной газодинамики. Равновесные конфигурации плазмы, электрического тока и магнитного поля в указанных выше ловушках описываются тремя параметрами давлением p , плотностью тока \mathbf{j} и напряженностью поля \mathbf{H} , распределение которых описывается МГД - уравнением равновесия и уравнениями Максвелла. Большое количество работ рассматривают ловушки обладающие по своей конфигурации симметрией - плоской, осевой, винтовой, или после несущественных предположений позволяют считать себе симметричными, в них математический аппарат плазмостатики фактически сводится к двумерным краевым задачам с одним скалярным дифференциальным уравнением эллиптического типа для функции магнитного потока - уравнением Грэда-Шафранова[3, 4].

В представленной работе приведены три варианта конфигураций ловушек-галатей: «Пояса» [5], «Трилистника» и «Стелларатор-галатей» [6] в их распрямленной в цилиндр модификации, для которых обсуждается: спектральный анализ бифуркаций, связанных с неединственностью решения задач о «Поясе»; расчет конфигурации «Трилистник» с тремя (вместо двух в «Поясе») параллельными проводниками с током; подробный анализ распределения плазмы, магнитного поля и плотности тока в «Стелларатор-галатее» в двух различных вариантах сосредоточения плазмы. Во всех трех примерах обращается внимание на тенденцию к «скинированию» электрического тока в плазме, т.е. его сосредоточение на границах плазменных конфигураций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Морозов А.И.* О галатеех – плазменных ловушках с омываемыми плазмой проводниками // Физ. плазмы, 1992. Т.18. Вып.3. С.305-316
2. *Морозов А.И., Савельев В.В.* О галатеех - ловушках с погруженными в плазму проводниками // УФН, 1998. Т.168. №11. С.1153-1194
3. *Шафранов В.Д.* О равновесных магнитогидродинамических конфигурациях // ЖЭТФ, 1957. Т.33. Вып. 3(9). С. 710-722
4. *Grad H., Rubin H* Hydromagnetic equilibria and force-free fields // Proc. 2-nd United Nations Int.Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva. Vol/31/ P/190/ Columbia Univ. Press, N.Y. 1959
5. *Брушлинский К.В., Игнатов П.А.* Плазмостатическая модель магнитной ловушки «Галатеея-пояс» // ЖВМиМФ, 2010. Т.50. №12. С.2184-2194
6. *Брушлинский К.В., Зуева Н.М., Михайлова М.С. и др.* Численное моделирование прямых винтовых шнуров с проводниками, погруженными в плазму // Физ. плазмы, 1994. Т.20. №3. С.284-292

Расчёт разрывных течений газа характеристическими консервативными схемами высокой точности

Грудницкий В.Г., Мендель М.

МФТИ, Москва

В докладе дано описание характеристических консервативных схем высокой точности [1] для “сквозного” расчёта разрывных течений сжимаемого газа. Они созданы на основе аппарата характеристических консервативных схем [2, 3]. Проведена серия тестовых расчётов одномерных нестационарных течений с взаимодействием разрывов (в том числе многократным). Результаты, наряду с устойчивостью и монотонностью решения, показали его высокую точность во всём течении, что особенно важно, на разрывах.

Численные решения “сквозных” схем на фронтах ударных волн, имеют в настоящее время интегральный характер. Фронт обычно “размывается” на несколько (3-5) ячеек. Амплитуда волны при этом может значительно уменьшаться (на 20% - 40%). Для некоторых приложений это недопустимо. Мы полагаем, что разработанный нами тип схем может изменить ситуацию в этой области вычислительной математики в лучшую сторону.

Определяющим фактором нашего подхода явилось то, что значения решений гиперболических уравнений передаются вдоль характеристических фронтов в неизменном виде до момента их пересечения с другими фронтами. Следовательно, тщательное следование геометрии характеристик (а не гладкости решения!) имеет определяющее значение для качества решения.

Мы отказались от диф. уравнений как базовой модели расчёта разрывных течений. Они плотно связаны с гладкими решениями, что не имеет смысла для задач такого типа. В частности, их предельная форма при уменьшении размеров ячеек не существует на разрывах. Кроме того информативность этого типа уравнений мала. Их форма возникла когда-то для краткой и простой записи уравнений.

Как нам представляется, основной моделью описания (для разрыв-

ных течений) должны быть интегральные уравнения, включающие в себя локальное точное решение - распад разрыва [2, 3]. В диф. уравнениях течение в (t, x) ячейке описывается разностями двух пар чисел. Картина течений в ячейках качественно богаче.

При тождественном переходе от дивергентной дифференциальной формы законов к квазилинейной интегральной, вводятся отношения приращений потоков к приращениям функций. Последние имеют размерность скоростей. Доказывается однозначность (единственность) такой замены, независимость этих скоростей от номера уравнения в системе, а также их совпадение со скоростями всех возмущений, получаемыми при распаде разрыва. Другими словами устанавливается характеристический тип получаемой формы уравнений.

Для повышения точности метода, основанного на полученной форме уравнений, были приняты ряд мер. Во-первых, численное решение вычисляется нами во всех точках расчётной области. Во-вторых, локальное точное решение (распад произвольного разрыва) при взаимодействии двух "встречных" потоков применяется всегда (в зависимости от амплитуды в нелинейной или линеаризованной форме). Каждое решение распада используется во всей области его существования. В схеме принципиально нет арифметических усреднений при взаимодействии потоков распада. Мы отказались также от двух усреднений численного решения в каждой "ячейке" по времени и пространству. В этом случае теряется значительная часть (порядка половины) полученного в распаде точного решения, как следствие снижается точность. Их заменили одним усреднением по времени и пространству, проводимым вдоль фронтов крайних характеристик распада, с учётом развития потока в течение шага.

Такое усреднение имеет механическое обоснование. Основной крайней характеристикой распада обычно является фронт ударной волны, течение за которым имеет относительно него дозвуковой характер. Это приводит к усреднению параметров течения за фронтом.

В результате, численные решения обладают устойчивостью и монотонностью. Эти качества являются следствием принципов построения

схемы и сетки. В схеме используется всего две приближённые операции (распад разрыва и усреднение вдоль фронта характеристики). Каждая из них удовлетворяет условиям устойчивости и консервативности. Естественно, решения обладают этими качествами. По описанной схеме проведены тестовые расчёты течений с взаимодействием (в том числе многократным) различных разрывов. Результаты расчётов приводятся в докладе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Грудницкий В.Г.* Консервативная характеристическая форма законов сохранения сплошной среды и её приложения. Обзорение прикладной и промышленной математики. 2011. т.18, в.1.
2. *Грудницкий В.Г.* Достаточное условие устойчивости при явном построении разрывных решений системы уравнений Эйлера. // ДАН, 1998, т.362, №3.
3. *Грудницкий В.Г.* Нелинейные проблемы законов сохранения сплошной среды. М.: // Изд.-во "Спутник+ 2009.

Двумерные решения уравнений мелкой воды, описывающие выход волны на берег

Дерябин С.Л. Садов А.П.

*Уральский государственный университет путей сообщения,
Екатеринбург*

Для описания распространения длинных волн используются все модели, от классических уравнений мелкой воды до полной модели идеальной жидкости [1]. В работе [2] проведены исследования для классических уравнений мелкой воды и был получен закон движения границы уреза и значения скорости жидкости на ней.

В настоящей работе в рамках модели мелкой воды по методологии [3] исследованы три различных конфигурации двумерных течений, возникающих при выходе волны на берег. Во всех случаях решения поставленных начально-краевых задач построены в виде рядов, сходящихся в

окрестности границы уреза. Найдены законы движения границы уреза и моменты времени, до которых сохраняется непрерывная картина течения и после которых возникает другая конфигурация течения. Также построены законы движения границы уреза с угловой точкой.

Для описания вертикальных распределений параметров волны исследовалась одномерная модель газовой динамики для политропного газа с показателем политропы равным 7 [4]. Решение, описывающее волну, построено в виде сходящихся рядов, в окрестности свободной поверхности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №№ 11-01-00198).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хакимзянов Г. С., Шокин Ю. И., Бараннин В. Б., Шокина Н. Ю.* Численное моделирование течений жидкости с поверхностными волнами. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2001.
2. *Баутин С. П., Дерябин С. Л., Хакимзянов Г. С., Соммер А. Ф.* Исследование решений уравнений мелкой воды в окрестности подвижной линии уреза // Вычислительные технологии: Новосибирск: 2010. Т.15. № 6. С. 19-41.
3. *Баутин С. П., Дерябин С. Л.* Математическое моделирование истечения идеального газа в вакуум. Наука, Новосибирск, 2005.
4. *Нигматуллин Р.И., Болотнова Р.Х.* Широкодиапазонное уравнение состояния воды и пара. Метод построения // Теплофизика высоких температур, 2008. . 46, № 2. С. 206-218.

Высокоточная аппроксимация прозрачных граничных условий для волнового уравнения

Довгилевич Л.Е., Краснов Н.А., Софронов И.Л.

Московский Физико-Технический Институт, Москва

Московский научно-исследовательский центр Шлюмберже, Москва

Прозрачные граничные условия (ПГУ) обеспечивают прохождение волн без отражений через открытые границы вычислительной области [1]. До последнего времени аппроксимация этих аналитических условий в прикладных задачах проводилась со вторым порядком точности по времени

и пространству [2]. Применение схем высокого порядка точности, моделирующих волновые процессы внутри вычислительной области, требует соответствующей точности и от операторов на границе. Отметим, что для ПГУ высокий порядок аппроксимации вполне естественен, поскольку они являются аналитическими точными граничными условиями (в отличие, например, от PML).

В данной работе мы впервые рассматриваем вопрос о повышении порядка точности по пространству при дискретизации ПГУ. Решается модельная двумерная задача для волнового уравнения в прямоугольнике с помощью центрально-разностных схем 2-го, 4-го и 6-го порядка точности по пространству, и вторым порядком точности по времени. Боковые границы – периодические, нижняя – однородное условие Дирихле, на верхней открытой границе заданы ПГУ. Для получения аппроксимации граничных условий вплоть до 6-го порядка мы добавляем по два слоя сетки для всех границ вне прямоугольника и продолжаем решение на них с требуемой точностью. Для боковых и нижней границ это делается тривиально. Для верхней границы мы разработали специальную процедуру продолжения на основе теории ПГУ.

В докладе представлена формулировка проблемы, предложены формулы продолжения решения на вспомогательные слои сетки на верхней границе, рассмотрен способ дискретизации и экономного вычисления оператора граничных условий по этим формулам, и даны результаты численных экспериментов по сеточной сходимости решений с нужным порядком аппроксимации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. I.L. Sofronov, Artificial boundary conditions of absolute transparency for two- and three-dimensional external time-dependent scattering problems, *Euro. J. Appl. Math.*, V.9, No.6 (1998) 561–588.
2. И.Л. Софронов, “О применении прозрачных граничных условий в задачах аэроакустики”, *Матем. моделирование*, 19:8 (2007), 105–112

**Анализ явных и неявных конечно-разностных операторов в
применении к задачам распространения волн в анизотропной
упругой среде**

Довгилович Л.Е., Софронов И.Л.

Московский Физико-Технический Институт, Москва

Московский научно-исследовательский центр Шлюмберже, Москва

Моделирование распространения волн в анизотропной упругой среде для геофизических приложений важно для понимания характера откликов от различных структур земной толщи. Оно используется при построении так называемой синтетики, при сейсморазведке (решение обратных задач, задач миграции) и т.п. В этих расчетах происходит многократное вычисление волновых полей на сетках с миллионами узлов в 2D и миллиардами в 3D геометрии. Поэтому, одной из основных целей при построении алгоритмов для решения таких задач является сокращение требуемой оперативной памяти, что напрямую связано с использованием как можно более грубых сеток, если речь идет о конечно-разностных методах. В связи с этим, чтобы сохранить точность решения, на смену традиционным в геофизике схемам второго и четвертого порядка аппроксимации приходят схемы более высоких порядков.

Часто обсуждаемыми конечно-разностными алгоритмами в сейсмике являются: 1) алгоритм, основанный на "повернутых разнесенных сетках" (RSG), см. [1], и 2) алгоритм, основанный на "разнесенных сетках Лебедева" (LSG), см. [2]. Оба эти подхода используют расположение компонент искомой вектор-функции в сдвинутых на полшага точках от основной сетки. Мы разработали подход, основанный на обычных, т.е. не разнесенных, сетках (CG) и также рассмотрим его.

В [3] было показано преимущество алгоритма на LSG перед алгоритмом на RSG. Поэтому в данной работе мы будем сравнивать только алгоритм на LSG и наш алгоритм на CG. Ключевым элементом во всех перечисленных алгоритмах является аппроксимация первой производной. Обычно для этих целей используются явные центрально-разностные операторы, но в данной работе мы также рассматриваем подход, использу-

ющий неявные центрально-разностные операторы (компактные схемы), [4].

Таким образом, мы сравниваем четыре алгоритма, различаемых по двум типам сеток и двум типам центрально-разностных операторов. Рассматриваются порядки аппроксимаций от 2-го до 20-го. Основным критерием является величина объема памяти, требуемой для достижения заданной точности. Анализ проводится на основе разложений в ряды Тейлора и спектральных свойств разностных операторов. Результаты анализа систематизированы в виде графиков, позволяющих проводить необходимые оценки ресурсоемкости алгоритмов для различных сценариев задач моделирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Saenger E.H., Gold N., Shapiro S.A.* Modeling the propagation of the elastic waves using a modified finite-difference grid. // *Wave motion*, 2000, 31, 77–92
2. *Lisitsa V., Vishnevskiy D.* Lebedev scheme for the numerical simulation of wave propagation in 3D anisotropic elasticity // *Geophysical Prospecting*, 2010, 58, 619–635
3. *Chapman C., Bernth H.* A comparison of the dispersion relations for anisotropic elastodynamic finite-difference grids // *GEOPHYSICS*, 2011, VOL. 76, NO. 3, WA43–WA50
4. *Довгилевич Л.Е., Софронов И.Л.* О применении компактных схем для решения волнового уравнения // *Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН № 84, Москва (2008)*

Численное моделирование процесса теплопереноса

Долголева Г.В.

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва

При решении широкого круга задач, в частности, задач лазерной плазмы одним из определяющих процессов является перенос тепла. Для математического описания процессов переноса тепла чаще всего используют

закон Фурье (диффузионное приближение). Это приближение ограничивается малыми температурными градиентами. С ростом градиента температуры поток неограниченно возрастает и превышает максимальный тепловой поток. Для крутых температурных фронтов, которые имеют место в облучаемых лазером мишенях, результаты могут быть получены путем численного решения кинетического уравнения Фокера-Планка. Но поскольку численно решать кинетическое уравнение - задача достаточно сложная и громоздкая, а учет процессов теплопереноса в высокотемпературной плазме необходим, то зачастую в расчетах используют приближение Фурье, модифицируя разумным образом величину потока. В результате появляются различные модели для описания процесса теплопереноса, уточняющие диффузионную модель. Простейшие и довольно распространенные модели - это модификация диффузионного потока либо ограничивая его максимально допустимым потоком [1], либо учитывается нелокальный характер теплопереноса [2]. Люциани Г.Ф. и Мора Р. предложили для теплового потока формулу, которая учитывает нелокальный характер теплопереноса. Поток учитывает влияние всех точек системы на данную точку с помощью ядра, зависящего от оптических свойств системы.

В работе рассмотрено несколько приближений, сопоставляются результаты расчетов, анализируются положительные и отрицательные характеристики этих приближений, выбрано оптимальное приближение как с точки зрения точности, так и времени счета.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Волосевич П.П., Косырев В.И., Леванов Е.И.* Об учете ограничения теплового потока в численном эксперименте // М.: Препринт ИПМ, №21, 1978, 22с.
2. *Luciani J., Mora R., Virmont I.* Nonlocal heat transport due to steep temperature gradients // Phys. Rev. Lett., 51, 1983, 1664-1667.

Методика расчета гибридной микромишени

Долголева Г.В., Николаева О.В.

Институт Прикладной Математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва

Рассматривается задача моделирования нейтронно-ядерных процессов в гибридных микромишенях с внешним энерговлечением [1]. Представлена математическая модель взаимодействия нейтронов с ядрами, опирающаяся на многогрупповые нестационарные уравнения переноса. В модели [2] эти уравнения сопряжены с уравнениями двухтемпературной газодинамики и термоядерной кинетики. Уравнения кинетики определяют в каждой пространственной точке микромишени величину источника нейтронов. Уравнения двухтемпературной газодинамики с учетом физической вязкости задают лагранжеву пространственную сетку на текущем временном шаге и концентрации нуклидов в каждой ее ячейке, которые однозначно определяют сечения взаимодействия нейтронов с нуклидами в каждой ячейке. Для решения уравнения переноса нейтронов используется консервативная, безусловно устойчивая сеточная схема второго порядка аппроксимации по пространственным переменным и по времени. Сеточные уравнения строятся на пространственной и временной сетке, полученной из решения уравнений газодинамики. Решение уравнения переноса нейтронов в каждой пространственной ячейке определяет величины кинетической энергии и импульса, передаваемых нейтронами нуклидами при столкновении. Эти величины образуют источник в уравнениях двухтемпературной газодинамики. Приведены результаты расчетов микромишени с тонким слоем U238. Показано влияние различных приближений в нейтронной модели на временной ход нейтронно-ядерных процессов в микромишени и на форму спектра нейтронов до и после максимального сжатия мишени.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 11-01-00490

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Имшенник В.С., Жуков В.Т.* Модели гибридных мишеней ИТИС с использованием безударного сжатия // Высокопроизводительные

вычисления в задачах механики и физики. - Москва, 2009, стр. 95-105

2. Долголева Г.В. Методы расчета движения двухтемпературного излучающего газа // ВАНТ. Сер. Методики и программы численного решения задач математической физики. 1983. Вып. 13. стр. 29-33.

Численное моделирование распространения аэрозольных эмиссий от пожаров и их влияние на атмосферную циркуляцию

Дубровская О.А., Мальбахов В.М., Сухинин А.И.

Институт вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

*Институт вычислительной математики и
математической геофизики СО РАН, Новосибирск*

Институт леса СО РАН им. В.Н.Сукачева, Красноярск

Лесные пожары являются мощным источником большого количества аэрозольных частиц, которые меняют оптические, радиационные, термодинамические и экологические характеристики атмосферы. Увеличение площадей, выгоревших в результате массовых лесных пожарах на территории Сибири, а также длительности пожароопасного сезона и пожарной активности приводят к значительным выбросам дымовых газов и аэрозоля. Дымовые шлейфы покрывают территорию в сотни раз большую, чем площадь огня и оказывают влияние на формирование облаков и образование осадков.

Анализ данных дистанционного зондирования, связанные с катастрофическими пожарами для азиатской части России в период с 2002 по 2010 год показывает следующие регулярные зависимости:

1. Области катастрофических массовых пожаров возникают в условиях длительной засухи, когда устанавливается блокирующий антициклон;
2. Ожидаемая циклоническая облачность, которая частично должна подавлять такие пожары, обтекает зону пожаров и задымления по периферии.

По данным спутникового зондирования был сделан анализ метеорологической ситуации, при которой дымовой аэрозоль при развитой конвективной облачности над зоной пожара, может оказывать влияние на атмосферную циркуляцию. Численные расчеты показали, что увеличение концентрации дымового аэрозоля в вершине облака приводило к уменьшению общего количества выпавших осадков. Также представлены результаты численного моделирования переноса и трансформации дымовых шлейфов, выделяемых при массовых лесных пожарах и создающих обстановку чрезвычайного задымления местности с использованием оперативных данных. При этом предлагается метод оценки и прогнозирования возникновения катастрофической лесопожарной ситуации, которая наблюдается в условиях длительного антициклона. Метод базируется на совместном использовании данных спутникового зондирования, прямых наземных измерений и на расчете комплексного показателя пожарной опасности (КПО). При этом в частности, возможно выделение катастрофических пожаров, если пожарная ситуация удовлетворяет критическому набору параметров (число, площадь пожаров, их энергетические данные).

Численные и аналитические методы в исследовании задачи о распаде сглаженного начального разрыва

Елаева М.С.

*Лаборатория геометрических методов математической физики,
механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова,*

Москва

Финансовый университет при правительстве Российской Федерации,

Москва

Рассматривается квазилинейная система в частных производных первого порядка с кусочно-постоянными начальными данными

$$\frac{\partial u_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_k u_k}{1+s} \right) = 0, \quad s = \sum_{i=1}^n u_i, \quad u_k|_{t=0} = \begin{cases} 0, & x \notin (x_1, x_2) \\ u_k^0, & x \in (x_1, x_2) \end{cases}. \quad (1)$$

Система дополняется условиями Рэнкина-Гюгонио на разрывах и условиями устойчивости Лакса (см., например, [1, 2]).

Система (1) принадлежит к классу систем вполне интегрируемых при помощи обобщенного метода годографа [3]. Указанный метод позволяет построить точное решение задачи Коши, хотя и в неявной форме. Однако, для его применения разрывные начальные данные необходимо сгладить с помощью бесконечно-дифференцируемой функции

$$\frac{\partial u_k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\mu_k u_k}{1+s} \right) = 0, \quad s = \sum_{i=1}^n u_i, \quad u_i|_{t=0} = u_i^0 \frac{1 + \operatorname{th} \beta x}{2}. \quad (2)$$

Получено аналитическое решение задачи (2) в случае начальных данных близких к кусочно-постоянным. С помощью численных методов проведено сравнение полученного аналитического решения с решением для кусочно-постоянных начальных данных. Построена асимптотика решения, позволяющая сделать вывод о поведении бегущих волн.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Жуков М.Ю.* Массоперенос электрическим полем. Ростов-на-Дону: Издательство Ростовского Университета, 2005. 215 с.
2. *Елаева М.С.* Исследование зонального электрофореза двухкомпонентной смеси веществ // Математическое моделирование. 2010. Т. 22. N. 9. С. 146–160.
3. *Царев С.П.* Геометрия гамильтоновых систем гидродинамического типа. Обобщенный метод годографа // Изв. АН СССР, серия Математическая. 1990. Т. 54, N. 5. С. 1048-1067.

Масштабируемый параллельный многосеточный метод для решения разностных эллиптических уравнений

Жуков В.Т., Новикова Н.Д., Феодоритова О.Б.

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Многосеточный метод в различных его вариантах используется в приложениях при решении задач диффузии, теплопроводности, динамики

жидкости и др. Эффективность параллельного многосеточного кода в значительной степени зависит от выбора разновидности метода и его реализации. Авторами выполнены несколько компьютерных реализаций многосеточного метода: для разностных дискретизаций эллиптических уравнений на блочно-структурных сетках [1], для конечно-элементных дискретизаций уравнений Эйлера и Навье-Стокса на неструктурированных сетках, включая геометрический и полиномиальный варианты метода [2], [3].

В дополнение к обычным трудностям реализации для достижения в перспективе экзафлопной производительности возникает требование масштабируемости многосеточного кода при использовании сотни тысяч и более процессоров. В условиях роста производительности компьютеров и усложнения их архитектур претендентом на высокую масштабируемость является классический многосеточный метод Р.П. Федоренко при реализации его этапов на принципе алгоритмической простоты, что особенно важно для ультрапараллельных вычислений.

В докладе излагаются основные алгоритмические элементы, составляющие основу параллельной реализации [4] многосеточного метода решения разностных эллиптических уравнений, записанных на трехмерных декартовых сетках. Для эллиптических задач многосеточный метод оптимален - вычислительная трудоемкость метода зависит линейно от числа неизвестных, то есть метод является алгоритмически масштабируемым. Число многосеточных итераций и время счета зависит от конкретной задачи, но также от реализации основных алгоритмических элементов – операторов интерполирования, проектирования и сглаживающих процедур.

Изложение ведется на примере построенного параллельного многосеточного алгоритма для итерационного решения систем линейных уравнений, возникающих при дискретизации уравнения диффузии с краевыми условиями общего вида при наличии сильной анизотропии. Масштабируемость обеспечивается использованием явных чебышевских итераций для решения уравнений на грубой сетке и для построения сглаживающе-

лей. Сейчас роль чебышевского метода активно пересматривается в свете ультрапараллельных вычислений. Поэтому в докладе приводятся основные сведения о двух чебышевских сглаживателях – стандартном полиномиальном и специальном дробно-рациональном сглаживателем [5].

Для прикладных задач характерна постановка вырожденной задачи Неймана. Из условия разрешимости данной задачи следует, что нужно обеспечить ортогональность невязки ядру дискретного оператора на каждом сеточном уровне. Традиционный способ соблюдения этого условия содержит глобальную операцию – расчет скалярного произведения, что снижает параллельную эффективность. Нами показано, что автоматическое обеспечение условия ортогональности выполняется при использовании оператора проектирования, сопряженного оператору интерполяции.

Приведены результаты расчетов на гибридном вычислительном комплексе К-100 ИПМ имени М.В.Келдыша РАН, суперкомпьютерах “Ломоносов” МГУ имени М.В. Ломоносова, подтверждающие работоспособность алгоритма и масштабируемость параллельного кода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Жуков В.Т., Феодоритова О.Б.* Многосеточный метод решения эллиптических уравнений с использованием чебышевских итераций. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 1996, препринт №16.
2. *Жуков В. Т., Феодоритова О. Б., Янг Д.П.* Итерационные алгоритмы для схем конечных элементов высокого порядка // Матем. моделирование. 2004. Т.16. № 7, с.117–128.
3. *Жуков В.Т., Феодоритова О.Б.* Многосеточный метод для конечно-элементных дискретизаций уравнений аэродинамики // Матем. моделирование. 2011. Т. 23. № 1. С. 115-131.
4. *Жуков В.Т., Новикова Н.Д., Феодоритова О.Б.* Параллельный многосеточный метод для разностных эллиптических уравнений. Часть I. Основные элементы алгоритма. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2012, препринт № 30.
5. *Жуков В.Т.* О явных методах численного интегрирования для пара-

болических уравнений // Матем. моделирование. 2010. Т.22. № 10. С. 127-158.

Усеченные условия полной прозрачности на открытых границах в изотропных средах

Зайцев Н.А.

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва

Постановка условий полной прозрачности (УПП) на гладких внешних границах расчётной области разработана достаточно хорошо теоретически и технологически [1-4]. Для линейных задач с постоянными коэффициентами и простыми границами (сфера, окружность, прямая) коэффициенты оператора УПП могут зачастую быть вычислены аналитически [5-7]. Для задач с переменными коэффициентами или границами более сложной формы для вычисления коэффициентов оператора УПП необходимо решить численно определённое количество вспомогательных задач с очень высокой точностью (порядка 10^{-12} и выше). В результате полученный оператор УПП является полностью эквивалентным решению задачи во внешней отброшенной области. Эффективные методы решения таких задач разработаны в работах [1-4].

Тем не менее, такие расчёты являются весьма трудоёмкими. Основные усилия при построении УПП тратятся на отыскание нелокальной части оператора. В то же время, как показано в [8], для широкого класса гиперболических систем дифференциальная, т.е. локальная, часть оператора находится аналитически. В работе [8] предложено также рассматривать получаемые дифференциальные уравнения на границе в качестве приближенных УПП, что позволяет называть их усеченными условиями полной прозрачности (УУПП), которые получаются из УПП отбрасыванием нелокальной части оператора.

В настоящей работе разработан численный алгоритм реализации УУПП в трехмерных задачах для уравнений Навье, описывающих линейную упругую среду, и исследованы его свойства. Исследована зависимость величины отраженного сигнала от границ с УУПП, проведено

сравнение с более простыми характеристическими граничными условиями.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ 10-01-00567 и 11-01-00114.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *I. L. Sofronov, N.A. Zaitsev*, Non-reflecting boundary conditions for 2D anisotropic elastodynamics, ПАММ, V. 6, Iss. 1, 611 - 612 (2007)
2. *I.L. Sofronov, N.A. Zaitsev*, Application of transparent boundary conditions for solution of 2D elastodynamics with azimuth anisotropy, Mathematical Modeling, V. 19, №8, 49-54 (2007) [in Russian]
3. *I.L. Sofronov, N.A. Zaitsev*, Transparent boundary conditions for the elastic waves in anisotropic media, Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications. Eds. Benzoni-Gavage, Serre. Springer Verlag, p. 997-1004 (2008)
4. *I.L. Sofronov, N.A. Zaitsev*, Numerical generation of transparent boundary conditions on the side surface of a vertical transverse isotropic layer, Journal of Computational and Applied Mathematics, Online publication: 21-AUG-2009; V. 234, Issue 6 ,1732-1738 (2010)
5. *Sofronov, I. L.* Conditions for complete transparency on a sphere for the three-dimensional wave equation, Doklady Akademii Nauk, 1992, Vol. 326, No. 6, pp. 453-457 (Russian). Translation in Doklady Mathematics, 1993, Vol. 46, No. 2, pp. 397-401
6. *Sofronov, I. L.* Non-reflecting inflow and outflow in wind tunnel for transonic time-accurate simulation, J. Math. Anal. Appl., V. 221, (1998) 92-115.
7. *Sofronov, I. L.* Artificial boundary conditions of absolute transparency for two- and three-dimensional external time-dependent scattering problems, Euro. J. Appl. Math., V.9, No.6 (1998) 561-588.
8. *Софронов И.Л.* Дифференциальная часть прозрачных граничных условий для некоторых гиперболических систем уравнений второго порядка. — ДАН, 2009, том 426, № 5, с. 602 – 604.

О пространственной дискретизации квазигазодинамической системы уравнений и уравнении баланса энтропии

Злотник А.А.

НИУ Высшая школа экономики, Москва

Квазигазодинамические (КГД) системы уравнений являются основой для построения класса разностных методов решения задач газовой динамики. Вопросы теории КГД систем, построение разностных методов и разнообразные приложения подробно представлены в [1, 2].

Существенно, что для КГД системы уравнений справедлив закон убывания полной энтропии. В теоретическом плане представляет интерес строгое обоснование этого закона не только для самой КГД системы, но и для ее дискретизаций. Однако для стандартных дискретизаций этого сделать не удастся из-за появления сеточных незнакоопределенных дисбалансов.

В работе предлагается новая консервативная симметричная трехточечная дискретизация по пространству, для которой уравнение баланса энтропии имеет надлежащий вид и производство энтропии неотрицательно. Для этого, в частности, строятся специальные нелинейные «логарифмические» усреднения плотности и внутренней энергии. Результаты справедливы при произвольной неравномерной сетке. Подробно построение дискретизации описано в [3]. Выполненные численные эксперименты подтверждают ее достоинства, связанные, в том числе, с резким уменьшением энтропийных следов в известных тестах.

Аналогичные дискретизации построены для КГД уравнений мелкой воды в общем случае неровного дна для обеспечения выполнения закона невозрастания энергии [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке программы “Научный фонд НИУ ВШЭ” в 2012-2013 гг., проект 11-01-0051 и Федерального агентства по науке и инновациям (госконтракт 14.740.11.0875).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Четверушкин Б.Н.* Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений. М.: МАКС Пресс, 2004.

2. *Елизарова Т.Г.* Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. М.: Научный мир, 2007.
3. *Злотник А.А.* Пространственная дискретизация одномерной квазигазодинамической системы уравнений и уравнение баланса энтропии // ЖВМиМФ. 2012. Т. 52. N. 7.
4. *Злотник А.А.* Пространственная дискретизация одномерной баротропной квазигазодинамической системы уравнений и уравнение энергетического баланса // Матем. моделирование. 2012. Т. 24. N. 8.

Параллельные алгоритмы и технологии декомпозиции областей

Ильин В.П.

*Институт Вычислительной Математики и Математической
Геофизики СО РАН, Новосибирск*

Проводится сравнительный анализ подходов к распараллеливанию методов декомпозиции подобластей, включая одно-, двух- и трёхмерные топологические разбиения, различные размеры пересечений соседних подобластей и разные типы условий сопряжения на внутренних границах. Обсуждаются технологические вопросы распараллеливания различных этапов технологической цепочки математического моделирования. Рассматриваются итерационные алгоритмы крыловского типа в подпространствах следов при использовании прямых или итерационных решателей в подобластях. В качестве предобуславливателей используются аддитивный процесс Шварца, операторы Пуанкаре-Стеклова, грубо-сеточная коррекция, блочный метод Чиммино, для которых приводятся оценки числа итераций и ресурсоёмкость алгоритмов, а также анализ эффективности распараллеливания с учётом коммуникационных потерь на вычислительных системах гетерогенной архитектуры с иерархически распределённой и общей памятью. Приводятся результаты численных экспериментов по исследованию реальных ускорений для различных подходов на представительном наборе характерных модельных задач.

**К построению теории биологической адаптации.
Компьютерные эксперименты и теорема Перрона**

Ильичев В.Г.

*Институт аридных зон Южного научного центра РАН,
Ростов-на-Дону*

В рамках дискретных моделей динамика популяции является композицией нелинейного оператора, ответственного за процессы гибели и размножения, и линейного оператора M , осуществляющего перемешивание особей между районами. Здесь M - квадратная матрица с неотрицательными элементами, а сумма ее элементов в каждом столбце равна 1. Дополним модель динамики фактором адаптации маршрута миграции в зависимости от состояния кормовых ресурсов районов. Это достигается путем имитации эволюционного процесса путем генерации мутантов с различными маршрутами с последующим отбором. Пусть задана начальная матрица MH . Тогда естественной представляется гипотеза: в процессе адаптации финальная матрица MF определяется однозначным образом. К сожалению, компьютерные расчеты показали, что исход адаптации сильно зависит от выбора начальной матрицы. Возможно, существуют менее жесткие характеристики адаптации, чем сама матрица. Так, согласно теореме Перрона каждая положительная матрица имеет единственный положительный собственный вектор, который ниже будем называть перроновским. Его компоненты характеризуют относительное время пребывания популяции в районах. Неожиданно удалось обнаружить, что перроновские вектора всех финальных матриц почти одинаковы. В результате коадаптации матриц миграции хищника и жертвы происходит совпадение их перроновских векторов. Коадаптация конкурирующих (хищных) популяций значительно сложнее. Если кормовые ресурсы районов примерно равны, то ситуация упрощается. Здесь следует сопоставить финальным матрицам, например, двух конкурентов свой граф смежности. Оказывается, поглощающие структуры (= вершины и циклы) этих графов не пересекаются. При оптимальном или заданном вылове адаптивное поведение рыбной популяции сводится к

однозначному "установлению" своего перроновского вектора. Районы, в которых пребывание не является комфортным (мало корма или значительный вылов), популяция посещает достаточно редко. По сути, здесь пространственная адаптация свелась к перестройке временных характеристик поведения популяции.

Применение стабилизированных методов для решения задач конвекции-диффузии-реакции

Иткина Н.Б.

*Новосибирский государственный технический университет,
Новосибирск*

Многие прикладные задачи характеризуются наличием внутренних и пограничных слоев – узких области, где решение и его производные резко изменяются. Приближенное решение такой задачи, полученное стандартным методом Галеркина, может содержать значительные осцилляции. В настоящее время для решения этого класса задач успешно применяются стабилизированные методы конечных элементов, в частности, streamline upwind/Petrov-Galerkin (SUPG), residual-free bubble (RFB). Численное решение задач фильтрации в пористой среде, т.е. задач с внутренними границами, область моделирования которых содержит мелкомасштабные контрастные включения, требует разработки специальных адаптивных сеток, сгущающиеся в окрестности особенностей решения, либо сетки с достаточно мелким шагом h , что ведет к увеличению размерности дискретного аналога. В работе проводится сравнительный анализ вычислительных схем, выполненных на базе стабилизированных конечноэлементных методов и разрывного метода Галеркина, на классе модельных задач и задач, приближенных к реальным. Рассматривается возможность совместного использования RFB и SUPG-методов, а также применение дополнительных многомасштабных функций для повышения устойчивости вычислительной схемы.

Вычислительные эксперименты позволили оценить преимущества и недостатки использования bubble-функций по сравнению с разрывным

методом Галеркина.

Итерационный решатель систем уравнений с разреженной матрицей для машин с распределенной памятью

Калинкин А.А., Лаевский Ю.М.

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт вычислительной математики и математической
геофизики СО РАН, Новосибирск*

Данная работа посвящена разработке пакета программ для решения систем уравнений с разреженной матрицей для компьютеров с распределенной памятью. Пакет основан на итерационном алгоритме решения изначальной системы уравнений с предобуславливателем, построенным либо с помощью алгебраической декомпозиции области [1], либо с помощью точного обращения блочно трехдиагональных матриц [2]. Такой подход позволяет реализовывать умножение на предобуславливатель и матрицу жесткости одновременно на нескольких вычислительных процессах. Так же, для повышения эффективности вычислений на каждом процессе используется функциональность PARDISO и SparseBlas из библиотеки Intel®MKL [3]. Кроме распределения вычислений между вычислительными процессами в данном пакете так же используется распараллеливание вычислений собственно на вычислительном процессе с помощью как директив OpenMP, так и внутреннего распараллеливания функциональности Intel®MKL. Приводятся результаты тестовых расчетов, показывающих скалирование (обратную зависимость) предложенного пакета как по времени расчетов, так и по памяти в зависимости от количества вычислительных процессов.

Работа выполнена при финансовой поддержке проектов РАН 10-01-00102-а, 11-05-12022-офи-м-2011

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dryja, Maksymilian, Widlund, Olof An additive variant of the Schwarz alternating method for the case of many subregions, Technical report

339, also Ultracomputer Note 131, 1987, Department of Computer Science, Courant Institute

2. Eric Polizzi and Ahmed H. Sameh. A parallel hybrid banded system solver: the spike algorithm. *Parallel Comput.*, 2006, 32(2):177-194.
3. <http://software.intel.com/en-us/articles/intel-mkl/>

О численном моделировании задачи фильтрационного горения газа

Кандюкова Т.А., Лаевский Ю.М.
ИВМиМГ СО РАН, Новосибирск

Рассматривается задача фильтрационного горения газа – численное моделирование процессов распространения зоны газофазной экзотермической реакции в химически инертной пористой среде при фильтрационном подводе газообразных реагентов к зоне химического превращения [1].

Основной сложностью при расчете движения пламени в этой задаче является ее большая разномасштабность (обычно выделяют три масштаба: газодинамический, диффузионный и кинетический). Функции решения на фронте горения претерпевают разрыв значений, что требует использования сеток с очень мелкими шагами по пространству (и еще более мелкими по времени, поскольку вычисления производятся по явной схеме). В то же время из-за низкой скорости распространения фронта необходимо обсчитывать относительно большие физические времена.

Для решения этой задачи построены различные алгоритмы; приводятся результаты ускорений по сравнению с изначальным кодом, полученных как с помощью модификаций алгоритма с введением адаптивных сеток, так и с помощью программного ускорения кода (использование распараллеливания на общей памяти [2], использование внешних высокооптимизированных библиотек [3], искусственное увеличение изначального кода с целью уменьшить количество пересылок данных).

Работа выполнена при финансовой поддержке проектов РАН 10-01-00102-а, 11-05-12022-офи-м-2011.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лаевский Ю. М., Бабкин В. С.* Фильтрационное горение газов // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Под ред. Ю.Ш. Матроса. - Новосибирск, 1988.
2. <http://openmp.org>
3. <http://software.intel.com/ru-ru/articles/intel-mkl>

Математическое моделирование прохождения ударных волн через перфорированную перегородку в канале с использованием многоблочных сеточных технологий

Карцева Е.Ю, Липницкий Ю.М., Панасенко А.В.

*Центральный научно-исследовательский институт машиностроения,
Королев*

Возможность ослабления ударной волны (УВ) перфорированной перегородкой (ПГ), расположенной на пути ее распространения, представляет интерес для ряда приложений, например, [1]. В случае расположения ПГ на некотором расстоянии от торца канала, по которому распространяется УВ, интерес представляет временная продолжительность существования зоны пониженного давления перед торцом.

Рассматривается плоский канал AC_1MNC_1B (см. рис. 1), перегородженный перфорированной перегородкой C_1C_1 . Первоначальная УВ распространяется слева направо и характеризуется безразмерным перепадом давления $\Delta P_+ = P_s/P_0 - 1$, а прошедшая сетку УВ - $\Delta P_- = P_{sc1}/P_0 - 1$. На стенках канала AC_1MNC_1B и на твердых границах ПГ C_1C_1 ставятся условия отсутствия потоков. Задача решается в рамках модели уравнений Эйлера, записанных в интегральной форме в виде законов сохранения, методом типа МакКормака. ПГ характеризуется коэффициентом проницаемости $K_c = S_d/S_c$, где S_d/S_c — отношение общей площади отверстий сетки к площади канала.

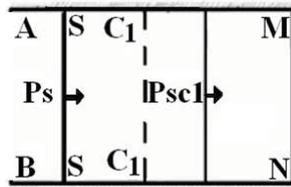


Рис. 1: Схема постановки задачи

В расчетах получено характерное время τ , по прошествии которого происходит повышение давления до уровня, характерного для давления нормального отражения УВ от стенки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гельфанд Б.Е., Медведев С.П., Поленов А.Н., Цыганов С.А. Взаимодействие нестационарных волн давления с перфорированными перегородками // Известия АН СССР. Механика жидкости и газа. 1987. N. 6. С. 174–176.

Параллельные алгоритмы численного решения функционально-дифференциальных уравнений

Ким А.В., Кормышев В.М., Сафронов М.А.

*Институт математики и механики УрО РАН, Екатеринбург,
Уральский федеральный университет имени первого Президента
России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург*

В докладе обсуждаются теоретические аспекты распараллеливания численных методов решения функционально-дифференциальных уравнений [1]. Представлены численные алгоритмы и результаты распараллеливания численных алгоритмов на многопроцессорном вычислительном комплексе ИММ УрО РАН.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 11-01-00117-а), Программы президиума РАН "Фундаментальные науки медицине Урало-сибирского междисциплинарного проекта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *А.В. Ким, В.Г. Пименов.* i-Гладкий анализ и численные методы решения функционально-дифференциальных уравнений. Регулярная и хаотическая динамика. М.- Ижевск. 2004. 140 с.
2. *А.В. Ким, В.М. Кормышев, Е.С. Чой, О.Б. Квон, Г.С. Ю.* Математическое и компьютерное исследование некоторых задач теории функционально-дифференциальных уравнений. Екатеринбург. Уральский федеральный университет, 2011, 103 с.
3. *А.В.Ким, А.Н. Красовский.* Математическое и компьютерное моделирование систем с последствием. Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2010. 134 с.
4. *В.Х.Квон, А.В.Ким, В.М.Кормышев, В.Г.Пименов, С.И.Солодушкин.* Аналитическое конструирование регуляторов для систем с последствием. Екатеринбург. Изд-во Уральского федерального университета. 2010.

Об одном подходе к расчету генетического кода

Козлов Н.Н.

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва

Как известно, генетический код был окончательно установлен экспериментально в 1966 году. Сразу после этого началась расшифровка генов с использованием генетического кода. Главный объект исследований автора также гены, но перекрывающиеся, открытые в 1976 году и обнаруживаемые в настоящее время в значительных количествах в больших геномах. Перекрывающиеся гены это случаи, когда один и тот же участок ДНК кодирует более одной (вплоть до 6-и) белковой последовательности. В ходе исследований были решены ряд задач для области ДНК с перекрытиями генов. Подробное изложение этих задач в их взаимосвязи представлено в авторской монографии [1]. Решения некоторых из этих задач, представлены в докладе. В ходе решения указанных задач возникла мысль попытаться расчетным путем установить структуру

генетического кода, или найти такой тип математических преобразований, на основе которых можно было бы вычислить генетический код. Об одном подходе к решению этой задачи говорится в данной работе.

Ранее нами было введено понятие элементарного перекрытия применительно к перекрытиям пар генов. Обобщено это понятие для трех генов, принадлежащих одной и той же цепи ДНК [2]. Под термином элементарное перекрытие понимаем, перекрытие для кодонов одиночных аминокислот по максимальному числу позиций. Главное множество в расчетах - множество из трех аминокислот, соответствующее указанным элементарным перекрытиям. Число элементов этого множества оказалось равным 307 [3,4]. В докладе предлагается впервые представить метод расчета генетического кода, который основывается на исследовании свойств, обнаруженных для специального представления главного из множеств. Процедуры вычисления кода по этой методике были представлены ранее [2-4].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (коды проектов 10-01-00145, 11-01-00110).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Козлов Н.Н.* Математический анализ генетического кода. Монография. М., БИНОМ, 2010, 223 с.
2. *Козлов Н.Н.* Расчет генетического кода. ДАН 2010.Т.433.№.2.С.158-162.
3. *Козлов Н.Н.* Расчет генетического кода. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН 2010, N 26, 23 с.
4. *Козлов Н.Н.* О расчете генетического кода. Математическое моделирование, т.23, N 6,с.3-17, 2011.

Закрутка газа силой Кориолиса при плавном стоке

Крутова И.Ю.

Уральский государственный университет путей сообщения,

Екатеринбург

Система уравнений газовой динамики (СУГД) для изэнтропических нестационарных общих пространственных течений политропного газа в условиях действия сил тяжести и Кориолиса имеет следующий вид [1,2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} c_t + uc_r + \frac{v}{r}c_\varphi + wc_z + \frac{(\gamma-1)}{2}c \left(u_r + \frac{u}{r} + \frac{v_\varphi}{r} + w_z \right) = 0, \\ u_t + uu_r + \frac{v}{r}u_\varphi - \frac{v^2}{r} + wu_z + \frac{2}{(\gamma-1)}cc_r = av - bw \cos \varphi, \\ v_t + uv_r + \frac{uv}{r} + \frac{v}{r}v_\varphi + wv_z + \frac{2}{(\gamma-1)}\frac{c}{r}c_\varphi = -au + bw \sin \varphi, \\ w_t + uw_r + \frac{v}{r}w_\varphi + ww_z + \frac{2}{(\gamma-1)}cc_z = bu \cos \varphi - bv \sin \varphi - g. \end{array} \right. \quad (1)$$

В системе (1): t – время; x, y, z – декартовы независимые переменные и в плоскости переменных x, y введена полярная система координат (r, φ) ; $c = \rho^{(\gamma-1)/2}$ – скорость звука газа; $\gamma = \text{const} > 1$ – показатель политропы газа в уравнении состояния $p = \rho^\gamma/\gamma$, где p и ρ – давление и плотность газа; u, v, w соответственно радиальная, окружная и вертикальная составляющие вектора скорости газа; $a = 2\Omega \sin \psi$; $b = 2\Omega \cos \psi$; $\Omega = |\mathbf{\Omega}|$ – модуль угловой скорости вращения Земли; ψ – широта точки O на поверхности Земли, в которой находится начало координатной плоскости xOy , вращающейся вместе с Землей и касающейся поверхности Земли в точке O ; $g = \text{const} > 0$ – постоянное ускорение свободного падения. Если точка O – начало прямоугольной системы координат лежит в Северном полушарии, то: $0 < \psi \leq \pi/2$. Если в Южном, то: $-\pi/2 \leq \psi < 0$. На экваторе $\psi = 0$. В данной работе, как и в [1,2], в системе (1) не учитывается центробежное ускорение: $-\mathbf{\Omega} \times (\mathbf{\Omega} \times (\mathbf{R} + \mathbf{r}))$, где \mathbf{R} – вектор, соединяющий точку центр Земли и точку O , \mathbf{r} – радиус-вектор текущей точки в системе координат x, y, z .

Пусть соотношения

$$r = r_0(t, z), \quad r_0(t, z)|_{t=0} = r_{00} = \text{const} > 0$$

с аналитической функцией $r_0(t, z)$ задают поверхность звуковой C^+ -характеристики, которая при $t \geq 0$ от цилиндра $r = r_{00}$ в сторону возрастания r распространяется по покоящемуся в поле тяжести газу, имеющему параметры:

$$\begin{aligned} c(t, r, \varphi, z)|_{r=r_0(t,z)} &= c_0(z) \equiv \sqrt{c_{00} - (\gamma - 1)gz}; \quad c_{00} = \text{const} > 0, \\ u(t, r, \varphi, z)|_{r=r_0(t,z)} &= v(t, r, \varphi, z)|_{r=r_0(t,z)} = w(t, r, \varphi, z)|_{r=r_0(t,z)} \equiv 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Пусть на поверхности цилиндра, т.е. при $r = r_{00}$ задана радиальная скорость газа

$$u(t, r, \varphi, z)|_{r=r_{00}} = u_0(t), \quad u_0(0) = 0, \quad u'_0(0) < 0, \quad (3)$$

где функция $u_0(t)$ предполагается монотонной и аналитической в некоторой окрестности точки $t = 0$.

Условие (3) описывает заданный на поверхности цилиндра $r = r_{00}$ плавный радиальный сток газа в направлении оси Oz .

Теорема. *Задача (1)–(3) при любом значении $\varphi = \varphi_0$ ($0 \leq \varphi_0 < 2\pi$) имеет в некоторой окрестности точки $(t = 0, r = r_{00}, \varphi = \varphi_0, z = 0)$ единственное аналитическое решение, представимое сходящимся рядом*

$$\mathbf{U}(t, r, \varphi, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{U}_k(r, \varphi, z) \frac{(r - r_0(t, z))^k}{k!}; \quad \mathbf{U} = \begin{pmatrix} c \\ u \\ v \\ w \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Доказательство теоремы проводится сведением задачи (1)–(3) к характеристической задаче Коши стандартного вида [3,4], для которой справедлив соответствующий аналог теоремы Ковалевской.

Первые коэффициенты ряда (4) строятся в явном виде при решении обыкновенных дифференциальных уравнений. Их анализ приводит

к следующим значениям производных функции v , выводящих с C^+ -характеристики:

$$\frac{\partial v}{\partial r} \Big|_{C^+} = 0; \quad \text{sign} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} \Big|_{C^+} \right) = \text{sign} (\sin \psi),$$

т.е в указанной окрестности знак производной $\partial^2 v / \partial r^2 |_{C^+}$ совпадает со знаком $\sin \psi$ и, следовательно, указанная производная положительна в Северном и отрицательна в Южном полушариях.

Установленные знак неравенства для производной $\partial^2 v / \partial r^2 |_{C^+}$ и равенство $\partial v / \partial r |_{C^+} = 0$ доказывают следующий факт: *при плавном стоке газа одновременно с радиальным движением газа при стоке сразу возникает окружное движение (закрутка газа) в положительном направлении для случая Северного полушария и в отрицательном – для Южного полушария.*

Приведенная в работе теорема обобщает теорему, ранее доказанную в случае двух независимых переменных t, r [5].

Выражаю благодарность своему научному руководителю профессору С.П.Баутину.

Работа поддержана РФФИ, проект № 11-01-00198.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. —М.: Физматгиз, 1963. 583 с.
2. *Баутин С.П.* Торнадо и сила Кориолиса. —Новосибирск: Наука, 2008. 96 с.
3. *Баутин С.П.* Характеристическая задача Коши для квазилинейной аналитической системы // Дифференциальные уравнения. 1975. Т. 1, № 11. С. 2052–2063.
4. *Баутин С.П.* Характеристическая задача Коши и ее приложения в газовой динамике. —Новосибирск: Наука, 2009. 368 с.
5. *Крутова И.Ю.* Задача о плавном стоке в переменных u, t как характеристическая задача Коши стандартного вида // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. 2011. № 1(9). Екатеринбург: Издательство УрГУПС 2011.

Программная реализация вычисления вероятности рецидива инсульта

Крыжановская Ю.А., Владимирова И.С.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Воронежский государственный университет», Воронеж

Статистические методы и информационные технологии широко применяются и вносят большой вклад в развитие медицинских наук. Результаты анализа данных и построение статистических моделей могут быть использованы при принятии медицинских решений по стратегии и тактике лечения больных. Особое место среди медицинских проблем занимает инсульт. Предотвращение инсультов, как первых, так и повторных снижает показатели заболеваемости, позволяя снизить показатели смертности и инвалидизации пациентов.

В докладе представлено программное обеспечение, позволяющее на основе составленного словаря наиболее информативных признаков вычислить вероятность повторного инсульта у больных в течение нескольких лет.

На вход приложения подаются личные данные пациента и перечень имеющихся у него признаков. Затем на основе определения информативности признаков по Кульбаку [1,2] составляется словарь признаков, которые, с одной стороны, наиболее информативны, а с другой - могут быть в принципе определены имеющимися или специально созданными средствами наблюдения. Этот словарь является информативной базой для расчета вероятности повторного инсульта, который в данном случае производится с использованием модифицированной формулы Байеса. Выходными данными приложения являются значения вероятностных оценок рецидива инсульта за 5 лет, в 1-ый год, в течении 2-3 лет, в течении 3-5 лет. Для проведения статистических или иных исследований в программе предусмотрено создание архива записей о пациентах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Львович И.Я., Гладских Н.А., Крыжановская Ю.А.* Алгоритм фор-

мирования словаря информативных признаков на основе критерия информативности Кульбака при решении задач диагностики вегетативных синдромов // Вестник ВГТУ. 2009. Т. 5. N. 8. С. 138–139.

2. Чернов В.И., Гладских Н.А., Чернов А.В., Штаньков С.И. Методика формирования диагностически значимых признаков при расчете вероятности повторного инсульта // сет. электрон. изд. Научно-практич. журнал "Научно-медицинский вестник Центрального Черноземья". I квартал. 2011. N. 43.

Осреднение в условиях рождения вторичных течений слабонеоднородной вязкой жидкости

Ларченко В.В.

Донской государственной технической университет, Ростов-на-Дону

Исследование слабых конвективных течений вязкой жидкости в рамках связанной системы Навье-Стокса и теплопроводности отвечает постановке, при которой физические свойства континуума в любой текущей точке области изменения независимых переменных усреднены до постоянных. При такой идеологии каждая искомая уравнений - проекции скорости и температура - определяются лишь одним значением. Обращение к проблеме осреднения имеет две причины. В физических экспериментах установлено, что локальные неоднородности в свойствах континуума приводят к изменению критических чисел θ_k [1]. Причём $\theta_* = \min_k \{\theta_k\}$ может превосходить или не достигать θ_* для однородной жидкости, а амплитуды слабых вторичных течений изменяют свои свойства. Согласно [2] для анализа вторичных конвективных течений в локально неоднородном приближении используются последовательности краевых задач:

$$(x, z) \in D, \rho_i \sum_{j=1}^n p_{ij} \langle \nu^j, \nabla \rangle \nu_\alpha^i = -\nabla p_i + \mu_i \Delta \nu_\alpha^i + f_\alpha^i, \operatorname{div} \nu^i = 0,$$

$$\delta \eta (1 - \operatorname{sign} |\theta - \theta_*|) + \sum_{i=1}^n c_i \langle \nu^i, \nabla \rangle T = \langle \chi \rangle \Delta T, \sum_{j=1}^n p_{ij} = 1, \delta \in R,$$

$$\alpha \in \{x, z\}, \forall \gamma \in R^n \gamma \equiv (\gamma_1, \dots, \gamma_n), n = 1, 2, \dots, N, i \in \{1, \dots, n\}, N < \infty;$$

$$(x, z) \in \partial D, \nu_\alpha^i = 0, T = \theta.$$

Смысл всех величин пояснен в [2]. Для указанной последовательности краевых задач проведен численный анализ закономерностей бифуркаций периодических по z решений в зависимости от значений вероятностей p_{ij} . Сформулирован критерий существования вторичных течений.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №11-01-00147-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Путин Г.Ф.* Экспериментальное исследование условий возникновения и структуры слабо конвективных течений. Пермь: Дис. соис. уч. ст. д.ф.-м.н., 2000.
2. *Ларченко В. В.* Закон Архимеда в условиях бифуркации решения и частичное осреднение феноменологических переменных // ЖВМ и МФ. 2011. Т. 51. N 4. С. 708 -722.

Математическое моделирование переноса заряда в биополимерах и проводящие свойства ДНК

Лахно В.Д.

Институт математических проблем биологии РАН, Пущино

Доклад посвящен изучению общих свойств движения заряда в молекулярных цепочках. При математическом моделировании движение заряда описывается квантовомеханически, в то время как движение колебательных степеней свободы цепочки описывается как классически, так и квантовомеханически. Моделирование сводится к численному интегрированию квантово-классических динамических нелинейных уравнений переноса заряда в ДНК со случайной силой и случайным потенциалом и расчета на основе найденных решений проводящих свойств ДНК. Разработан новый подход к расчету проводящих свойств нанопроводов на основе ДНК. Подход заключается в вычислении подвижности заряда в ДНК

на основе формул Кубо, в которые входят усредненные по реализациям квадраты смещений заряда в ДНК, получаемых в результате решения дискретной цепочки динамических квантово-классических уравнений со случайной силой, моделирующей источник температурных флуктуаций. Типичная картина переноса заряда при низких температурах представляет собой перенос полярона или солитона. В рамках модели Холстейна получено аналитическое выражение для зависимости скорости частицы от напряженности электрического поля, которое анализируется посредством численного моделирования. Особое внимание уделяется случаю движения заряда в жестких цепочках, зонной структуре регулярных полинуклеотидных цепочек, динамике формирования поляронных состояний в цепочке Холстейна, движению полярона в электрическом поле, роли дисперсии, блоховским осцилляциям солитона и бризерным состояниям, биполярному механизму сверхпроводящих свойств ДНК, основанному на модели Холстейна–Хаббарда. Полученные результаты объясняют большую совокупность экспериментальных данных по переносу заряда в ДНК и в фотореакционном центре фотосинтеза и составляют основу нового научного направления - нанобиоэлектроники.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты NN 11-07-12054, 10-07-00112.

О расчете свободной энергии полярона Холстейна при низких температурах

Лахно В.Д., Фиалко Н.С.

Институт математических проблем биологии РАН, Пущино

Проблема установления термодинамического равновесия – один из важных вопросов физики. Для классической молекулярной цепочки эта задача хорошо известна и исследована, следующий вопрос – установление равновесия в квантово-классической системе.

В модели Холстейна [1] изучается цепочка молекулярных сайтов, в которую привносится избыточный заряд (электрон или дырка). уравнениями Шредингера, а колебания сайтов – классическими уравнениями

движения. Без учета температуры заряда E_H , E_{int} , и стационарным состоянием с наименьшей энергией E_p будет полярон, когда заряд локализован на нескольких сайтах и "вырывает ямку" на них, смещая сайты. Величина E_p зависит от параметров модели, но не зависит от длины классической цепочки (если, конечно, она достаточно длинная, и полярон не упирается в края цепочки). Для учета температуры в классические уравнения движения сайтов добавим член с трением и случайную силу со специальными свойствами (уравнения Ланжевена) [2]. При заданной температуре T оценить свободную энергию $F(T)$ системы можно, зная $E(T)$, из формулы $E = -T^2 \frac{dF}{dT}$, $F(T=0) = E(T=0)$. Т.е. вопрос сводится к нахождению свободной энергии по известной энергии $E(T)$, которая рассчитывается осреднением по реализациям.

При изучении транспортных свойств молекулярных цепочек в идеале надо рассматривать бесконечные цепочки. Но расчеты проводятся для цепочек конечной длины, поэтому нам нужна величина, инвариантная относительно длины цепочки. При $T = 0$ невозмущенные (без заряда) сайты дают нулевой вклад в E системы. При конечной температуре T скорости и смещения сайтов распределяются по Максвеллу, давая ненулевой вклад E , т.е. F зависит от длины цепочки. Вместо вычисленной E можно рассматривать ее разность с "классической энергией цепочки без заряда" E_{cl} . Мы провели ряд расчетов для полярона малого радиуса в однородной цепочке N сайтов. Результаты расчетов при малых T для разных N дают совпадающие значения $E(T) - E_{cl}(T)$. Т.о. эту величину можно рассматривать применительно к бесконечным молекулярным цепочкам при вычислении свободной энергии полярона.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, гранты 11-07-00635, 10-07-00112, 11-07-12054 офи-М.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Holstein T.* Studies of polaron motion // Ann. Phys. 1959. V. 8. P. 325–389.
2. *Lakhno V.D., Fialko N.S.* HSSH-model of Hole transfer in DNA // The Euro. Phys. J. B. 2005. V. 43. P. 279–281.

Численное моделирование тороидального электрического разряда в горючей смеси

Левин В.А., Мануйлович И.С., Марков В.В.

Научно-исследовательский институт механики им.

М.В. Ломоносова, Москва

В настоящее время наблюдается повышенный интерес к проблемам детонации, которая может быть эффективно использована в двигательных устройствах благодаря высокому термическому коэффициенту полезного действия и возможности высокоскоростного сжигания топлива. В центре внимания специалистов находятся две проблемы – инициирование детонации и ее стабилизация в ограниченном объеме камеры сгорания. Известно много способов решения этих проблем. Одним из них является управление детонацией с помощью электрических разрядов различной конфигурации, распределенных по пространству. В настоящей работе рассматривается тороидальный электрический разряд. Исследуются его возможности для прямого инициирования детонации в неподвижной и движущейся горючей смеси. Приводятся данные по критическим энергиям в зависимости от вида газообразного горючего, от его концентрации в смеси с окислителем и инертными добавками и от геометрических параметров кольцевого разряда. Установлено, что при небольших докритических величинах энергии разряда формируется режим горения с развитием неустойчивости его фронта из-за воздействия систем ударных волн, возникающих благодаря осевой симметрии камеры сгорания и ее ограниченности в радиальном направлении. Фронт воспламенения, являясь контактным разрывом, разделяющим газы с различными сильно отличающимися плотностями, сильно деформируется, и распространение горения приобретает турбулентный характер. Исследование проводится численно с использованием оригинального программного комплекса, предназначенного для решения широкого круга задач нестационарной динамики газообразных горючих смесей.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 11-

01-00068, 11-01-12043-офи-м-2011, 12-01-90416-Укр-а), Совета по грантам Президента РФ (НШ-5911.2012.1, МК-3355.2012.1), Программ фундаментальных исследований Президиума РАН.

Управление аэродинамическими характеристиками летательных аппаратов путем активного воздействия на поток

Луцкий А.Е.

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва

К настоящему времени традиционные подходы к улучшению аэродинамических характеристик летательных аппаратов различного назначения, основанные на оптимизации формы поверхности летательного аппарата (ЛА), в значительной степени исчерпаны. С другой стороны, необходимость радикального повышения летных качеств летательных аппаратов ощущается весьма остро. В качестве одного из возможных подходов к решению указанных задач предлагается целенаправленное воздействие на поток с помощью локального выделения энергии [2]. К настоящему времени выполнен большой объем теоретических работ по снижению волнового сопротивления летательных аппаратов. Показано [1], что вложение энергии, например, с помощью электрического разряда, в поток перед носовой частью ЛА позволяет снизить волновое сопротивление в 10 раз и более за счет формирования конусообразной отрывной области перед носовой частью. При этом такой способ снижения сопротивления является весьма эффективным. Затраты мощности на энергетическое воздействие существенно меньше той экономии мощности двигателя, которая обеспечивается снижением сопротивления.

До сих пор, однако, основное внимание уделялось изучению перестройки течения вблизи носовой части летательного аппарата и задачи решались, как правило, в двумерной постановке. Вопросы влияния вложения энергии на трехмерную картину течения изучены к настоящему времени в значительной меньшей степени. Это касается, в частности, влияния разряда на подъемную силу, аэродинамическое качество, вихревые структуры, взаимодействия ударных волн с пограничным слоем на

поверхности ЛА. Имеются экспериментальные данные о том, что сравнительно малое вложение энергии вблизи поверхности конуса приводит к существенной перестройке вихревых структур и изменению аэродинамических характеристик. Аналогичные данные имеются в отношении энергетического воздействия на вихри на подветренной стороне треугольного крыла.

Существенное влияние на аэродинамические характеристики летательных аппаратов оказывает состояние пограничного слоя. К настоящему времени имеются, как теоретические, так и экспериментальные данные по управлению пограничным слоем с помощью плазменных образований [3]. Например, управление переходным и турбулентным пограничным слоем потока осуществляется путем создания на обтекаемой поверхности регулярного поперечного температурного распределения, генерирующего пространственно-периодическую вихревую структуру, преобразующую пограничный слой.

Работа выполнена при поддержке РФФИ - проекты 11-08-00269-а, 11-01-12043-офи-м-2011.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Георгиевский П.Ю., Левин В.А.* Управление обтеканием различных тел с помощью локализованного подвода энергии в сверхзвуковой набегающий поток // Изв. РАН. МЖГ. 2003. 5. с.152-165
2. *D. M. Van Wie.* Future Technologies - Application of Plasma Devices for Vehicle Systems // Paper presented at the RTO AVT Lecture Series on "Critical Technologies for Hypersonic Vehicle Development held at the von Kármán Institute, Rhode-St-Genèse, Belgium, 10-14 May, 2004, and published in RTO-EN- AVT-116.
3. *Ларин О.Б., Левин В.А.* Отрыв ламинарного сверхзвукового пограничного слоя с источником энерговыделения // Письма в ЖТФ, 2008, том 34, вып. 5.

Неустойчивость системы двух осцилляторов при сложном и комбинационном резонансах

Люлько Н.А

*Институт Математики им. С.Л. Соболева, Новосибирский
государственный университет, Новосибирск*

В [1] построена гидродинамическая теория водонефтяных газосодержащих слоистых систем. Показано, что при наличии начального градиента концентрации газовой фазы и периодических внешних возмущениях в линеаризованной распределенной системе возникает параметрический резонанс, приводящий к разрушению всей системы. В данной работе рассматривается задача Коши для нелинейной системы двух осцилляторов

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \sigma_1^2\right)u = f, \quad (1)$$

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \sigma_2^2\right)f = q\left(\left(\frac{d^2}{dt^2} + \omega_1^2\right)u^2 + \varepsilon\left(\frac{d^2}{dt^2} + \omega_2^2\right)(u \sin(\omega t))\right),$$

являющаяся модельной для нелинейной системы в [1]. Здесь $q, \varepsilon > 0$ - малые параметры, ω - частота внешнего возмущения, $\sigma_1, \sigma_2, \omega_1, \omega_2 > 0$ - параметры модели. Невозмущенная система (1) ($\varepsilon = 0$) имеет в окрестности нуля бесконечное число квази-периодических решений с базисом частот σ_1, σ_2 .

Цель работы - исследование характера неустойчивости начала координат у системы (1) при $\omega = 2\sigma_1$ (сложный резонанс) и при $\omega = \sigma_1 + \sigma_2$ (комбинационный резонанс). Основным подходом при решении этой задачи является применение метода Крылова-Боголюбова-Митропольского к системе (1) и анализ усредненной автономной системы следующего вида:

$$\dot{\Psi} = q\varepsilon C\Psi + q^2 S(\Psi^3), \quad (2)$$

где C - постоянная матрица, $S(\Psi^3)$ - форма третьей степени относительно Ψ . Для системы (2) найдены два независимых интеграла (в случае обоих резонансов), позволяющие построить фазовый портрет системы (2) при всех значениях q, ε , и определить максимальную амплитуду колебаний

системы (2), а, следовательно и системы (1). Доказано, что неустойчивость системы (1) при $\omega = 2\sigma_1$ и $\omega = \sigma_1 + \sigma_2$ имеет место, если $\frac{q}{\varepsilon} \rightarrow 0$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований Президиума РАН №15 и Междисциплинарного интеграционного Проекта СОРАН № 30.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белоносов В.С., Доровский В.Н., Белоносов А.С., Доровский С.В. Гидродинамика газосодержащих слоистых систем // Успехи механики. 2005. Т. 3. N. 2. С. 37–70.

Численные схемы моделирования трехмерных электромагнитных полей при различных типах источников

Мариненко А.В., Шурина Э.П.

Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, Новосибирск

При численном решении задач морской геоэлектрики в методе CSEM (Controlled source electro-magnetic) [1] в большинстве постановок используются идеализированные модели источников электромагнитного поля, заглубленный горизонтальный электрический диполь (HED), что позволяет упростить математические модели [2], уменьшить сложность численного решения задачи. Но при этом осложняется процедура интерпретации данных измерений вблизи источников поля [3]. В данной работе представлены модели, в которых используются источники электромагнитного поля, имеющие реальные размеры и физические характеристики. Математическая модель определяется типом источника. Если источники поля - токовые электроды, то плотность тока задается через краевые условия: $\vec{n} \times \vec{E} \Big|_{\partial\Psi} = \vec{j}^e$, где $\partial\Psi$ - граница поверхности токовых электродов, \vec{E} - напряженность электрического поля, \vec{j}^e - плотность тока. При генерации электромагнитного поля горизонтальным кабелем или петлей правая часть уравнения Гельмгольца определяется плотностью тока этого типа носителя. В работе проведен сравнительный анализ информативности измеряемых параметров при возбуждении элект-

тромагнитного поля различными типами источников, ориентированных в горизонтальном и вертикальном направлении, имеющих разную заглубленность. Учтены такие особенности морской воды, как изменение ее электропроводности в зависимости от глубины. В качестве математического аппарата использован трехмерный векторный метод конечных элементов на тетраэдральных разбиениях с базисными функциями высокого порядка.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ офи_м №11-05-12037, интеграционный проект СО РАН №98 (2012-2014).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Constable S., Srnka L.J.* An introduction to marine CSEM for hydrocarbon exploration. - *Geophysics*, 72, 2007, pp.WA3-WA12.
2. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Теоретическая физика. Теория поля. - Издание 8-е, стереотипное. - М.: Физматлит, 2006, т.2, 534 с.
3. *Streich R., Becken M.* EM fields generated by finite-length wire sources in 1D media: comparison with point dipole solutions. - *Geophysical Prospecting*, vol.59, no.2, 2011, pp.361-374.

Самосогласованное численное моделирование микро-макро масштабов самораспространяющегося теплового фронта в пористой среде с распределенным сопротивлением

Марков А.А., Филимонов И.А., Мартиросян К.А.

ИПМех РАН, Москва

Институт Структурной Макрокинематики РАН, Черноголовка

*University of Texas at Brownsville, Department of Physics and Astronomy,
USA, Brownsville*

Предлагается численная методика моделирования микро и макро масштабов самораспространяющегося теплового фронта с выделением газовой фазы в пористой среде. Рассмотрена экзотермическая реакция в цилиндрическом образце, заполненном первоначально пористом реагентом.

Для расчета процессов тепло - и массопереноса наряду с уравнениями кинетики и диффузии используется уравнение количества движения уравнений Навье-Стокса, дополненное силой сопротивления в пористой среде для того, чтобы определить возможные распределения величин инерции, конвекции и диффузии. Для случая, когда сопротивление потока имеет тот же порядок, что и величины конвекции и диффузии, необходимо решать полное уравнение количества движения с дополнительной силой сопротивления. Проведено численное исследование, позволившее оценить и выделить область параметров, где применима традиционная теория фильтрационного горения, предполагающая потенциальность поля скорости газовой фазы. Представлены примеры расчетов движения тепловых фронтов при заданной начальной пористости и вдуве газа. Отмечены режимы горения в пористой среде с распределенным сопротивлением, для которых поле скорости не является потенциальным. Модель может быть использована для исследования процессов CCSO (Carbon Combustion Synthesis of Oxides), синтеза сложных оксидов субмикронной и нанометрической дисперсности из относительно недорогих и экологически безвредных реакционноспособных смесей.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Martirosyan K.S., and D. Luss D.* Carbon Combustion Synthesis of Oxides: Process Demonstration and Features, // *AIChE J.*, 2005. V. 51, N. 10, pp. 2801–2810.
2. *Markov A.A.* Micro and macro scale technique for strongly coupled two-phase flows simulation. // *Computers and Fluids* . 2009. V. 38. pp. 1435–1444.
3. *Markov A.A. ,Filimonov I.A. and Martirosyan K.S.* Thermal Reaction Wave Simulation using Micro and Macro Scale Interaction Model // in book, *Computational Fluid Dynamics 2010*, ed. by A. Kuzmin. Springer, 2011. pp. 929–936.

О дисперсии весовой оценки интегрального уравнения 2-го рода или системы таких уравнений методом Монте-Карло

Медведев И.Н.

*Институт вычислительной математики и математической
геофизики СО РАН, Новосибирск*

Для решения интегрального уравнения 2-го рода или системы таких уравнений методом Монте-Карло обычно используют так называемую схему Неймана-Улама на основе связи между эти уравнениями и однородными цепями Маркова, обрывающимися с вероятностью единица [1]. Суть схемы такова: задается цепь Маркова с заданными моделируемыми начальной плотностью и плотностью перехода, определяются веса (отношения исходного ядра уравнения к моделируемой плотности при соответствующих переходах в цепи Маркова) и строится случайная весовая оценка, математическое ожидание от которой совпадает искомым решением. Чтобы получить значение математического ожидания, мы, для заданного уровня погрешности, моделируем соответствующее количество траекторий цепи Маркова, вычисляем значения весовой оценки в каждой траектории и осредняем их. Описанный метод гарантирует корректность вычислений, если дисперсия весовой оценки ограничена. Поэтому желательно заранее проверить, что дисперсия весовой оценки при соответствующем выборе моделируемых плотностей конечна, или меньше, чем дисперсия весовой оценки при прямом моделировании.

Стандартные способы проверки условия конечности дисперсии весовой оценки требует исследования нормы или спектрального радиуса оператора соответствующего интегрального уравнения для второго момента весовой оценки [1]. В работе [2] был предложен альтернативный критерий проверки конечности дисперсии весовой оценки путем построения подходящего мажорантного сопряженного уравнения, основанный на подходе “частично-ценностного” моделирования [2]. В данном докладе представлены обобщения упомянутого критерия для оценки решения интегрального уравнения 2-го рода и системы таких уравнений методом Монте-Карло

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (12-01-00034-а) и ИМП СО РАН 47.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Михайлов Г.А., Войтишек А.В. Численное статистическое моделирование. Методы Монте-Карло. М.: Издательский центр “Академия”, 2006.
2. Михайлов Г.А., Медведев И.Н. Использование сопряженных уравнений в методе Монте-Карло. - Новосибирск: Изд. ИВМиМГ СО РАН, 2009. - 169 с.

Трехмерная численная модель насыщения двухпоточковой неустойчивости электронного пучка в плазме

Месяц Е.А., Снытников А.В.

*Институт вычислительной математики и математической
геофизики
СО РАН, Новосибирск*

Создана параллельная трехмерная численная модель взаимодействия пучка теплых электронов малой плотности с плазмой. Данная модель позволяет воспроизводить процесс релаксации электронного пучка как в гидродинамическом режиме, когда возбужденной электронами пучка волной захватывается весь пучок, так и в кинетическом режиме, когда с волной взаимодействует только часть электронов пучка. До недавнего времени подобные вычисления с реальными отношениями плотностей электронов пучка и фона были невозможны вследствие ограниченности вычислительных ресурсов.

В основе нашей модели лежит система дифференциальных уравнений, состоящая из уравнения Власова для функции распределения частиц по скоростям и уравнений Максвелла для полей. Для решения этой системы используется метод частиц в ячейках. Плазма представляется набором модельных частиц, траекториями движения которых являются характеристики уравнения Власова. Уравнения Максвелла решаются

конечно-разностными методами. Рассматривается небольшая узкая область плазмы с инжектированным пучком. Исследуется насыщение роста отдельно взятой неустойчивой моды, для каждого случая вычисляются инкременты неустойчивости.

При переходе от гидродинамического к кинетическому режиму энергия волны уменьшается и может по порядку величины стать сравнимой с численными шумами. Поэтому особенно важно было для вычисления инкремента найти диагностику с низким уровнем шумов. Приводится сравнение инкрементов неустойчивости с аналитически предсказанными значениями.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 11-01-00249а

Верификация редуцированной трехмерной математической модели гидродинамики мелкого протяженного руслового потока

Надолин К.А., Жиляев И.В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Работа продолжает серию исследований по моделированию гидродинамики и распространения вещества в протяженных слабо искривленных русловых потоках. Представлены результаты численного тестирования одной из предложенных в [1] редуцированных трехмерных математических моделей, а именно модели мелкого протяженного потока. Для верификации модели были проведены расчеты с использованием конечно-элементного комплекса COMSOL Multiphysics (Femlab), а также программных пакетов Matlab и Maple. Сравнивались значения продольной скорости потока, полученные по редуцированной модели и данные прямого численного моделирования на основе полных гидродинамических моделей COMSOL для ламинарных и турбулентных течений вязкой жидкости (рис. 1). Полученные результаты позволяют утверждать, что предложенная редуцированная модель мелкого протяженного руслового потока адекватно описывает его гидродинамику.

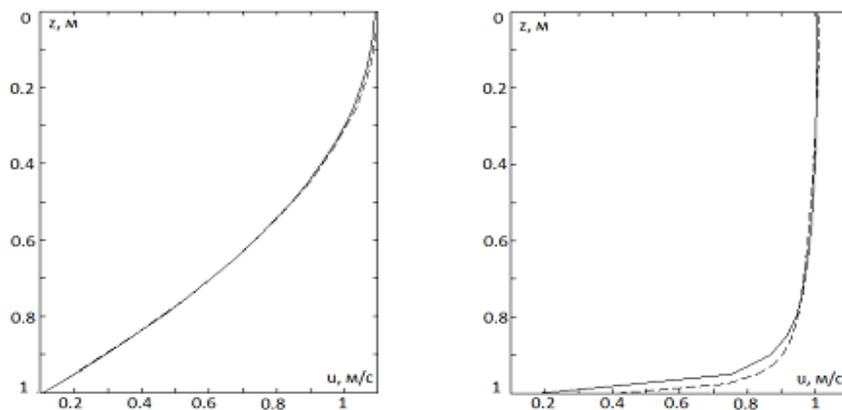


Рис. 1: Изменение продольной скорости по глубине в ламинарном (слева) и турбулентном (справа) потоке

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Надоллин К. А.* Об одном подходе к моделированию пассивного массопереноса в русловых потоках // Математическое моделирование. 2009. Т. 21, N. 2. С. 14–28.

Численное моделирование неравновесных процессов в гетерогенных структурах при объемном поглощении энергии

Острик А.В.

Институт проблем химической физики РАН, Черноголовка

Термомеханическое действие ионизирующего излучения (ИИ) с энергией квантов $E_{ph}=1-200\text{кэВ}$ может быть использовано для получения высоких давлений и температур в веществе с плотностью его конденсированной фазы при нормальных условиях. Величиной и распределением давлений и температур можно управлять как изменением параметров воздействующего импульса ИИ, так и варьированием свойств материала преграды. Большие возможности для варьирования свойств представляют современные гетерогенные материалы (ГМ).

В настоящей работе предлагаются модели элементарных ячеек для расчета давления при неравновесном объемном поглощении ИИ в ГМ с дисперсным наполнителем и пористым связующим. Рассматриваются

варианты квазистатического и динамического установления давления в ГМ.

В том случае, когда характерные времена акустической релаксации каждой из компонентов ГМ много меньше времени энерговыделения, процесс выравнивания давления в ячейке можно считать квазистатическим и волновым движением пренебречь. В квазистатическом случае поведение пористого связующего может быть описано зависимостью пористости от давления.

Для крупных частиц наполнителя ГМ и малых длительностей подвода энергии давление в ячейке не успевает выравниваться, что приводит к интенсивным волновым процессам. Распространяющиеся по ячейке волны перераспределяют энергию между компонентами ГМ и в результате после их затухания давление в ячейке может существенно отличаться от полученного в квазистатическом приближении. Для описания процесса динамического схлопывания пор связующего используется релаксационная модель необратимого изменения объема пористого материала.

Большое внимание при построении моделей элементарных ячеек ГМ уделяется учету структурных особенностей многослойных микросферических наполнителей, используемых в гетерогенных покрытиях для защиты от ИИ. Учитываются потеря устойчивости, разрушение и необратимое схлопывание микросфер в процессе поглощения энергии ИИ в ГМ.

Приводятся результаты расчетов начальных профилей давления в гетерогенных покрытиях, имеющих многослойные дисперсные наполнители из стеклянных или углеродных микросфер с напылением тяжелых металлов (вольфрама и никеля).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант N 10-08-01302-а).

Алгоритмический анализ чувствительности обратной коэффициентной задачи теплопроводности

Пененко А.В.

*Институт вычислительной математики и математической
геофизики СО РАН, Новосибирск*

Разнообразие возникающих в приложениях постановок коэффициентных обратных задач требует разработки алгоритмов как для их решения, так и алгоритмов анализа и сравнения информативности их данных. В качестве средства такого анализа рассматривается сингулярное разложение. Для его применения обратная задача в форме краевой задачи для дифференциального уравнения переформулируется в виде квазилинейного операторного уравнения. Эта цель достигается с помощью аппарата сопряженных уравнений и функций чувствительности, из которых можно сконструировать оператор чувствительности - обобщение производной Фреше оператора прямой задачи. По точности данных обратной задачи в ходе такого анализа можно оценить количество и вид восстанавливаемых элементов разложения неизвестного коэффициента по правым сингулярным векторам оператора чувствительности.

Основное внимание в работе уделено обратной коэффициентной задаче теплопроводности. В зависимости от формулировки обратной задачи (дифференциальной [1] или дифференциально-разностной [2]) способ построения оператора может различаться. Для решения обратной задачи на основе оператора чувствительности можно построить итерационный алгоритм Ньютоновского типа с использованием сингулярной срезки.

Работа проводилась при частичной поддержке Программ фундаментальных исследований №4 Президиума РАН и №3 Отделения математических наук РАН, проекта РФФИ 11-01-00187, а также госконтракта № 14.740.11.0350 по программе "Проведение научных исследований коллективами научно-образовательных центров в области математики" ФЦП "Научно-педагогические кадры инновационной России".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пененко А.В. О решении обратной коэффициентной задачи тепло-

проводности методом проекции градиента // «Труды первой международной молодежной школы-конференции "Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач" Часть I». СЭМИ, 2010. С. 178–198.

2. Пененко А.В. Дискретно-аналитические схемы для решения обратной коэффициентной задачи теплопроводности слоистых сред градиентными методами. // СибЖВМ. 2012. N. 4. (в печати).

Построение согласованных алгоритмов для решения прямых и обратных задач природоохранного прогнозирования на основе вариационного принципа

Пененко В.В., Цветова Е.А.

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск

Применение методов математического моделирования для целей природоохранного прогнозирования постепенно приводит к новым постановкам задач, таких как задачи оценивания параметров моделей, источников воздействий, результатов изменчивости некоторых критериев, а также задачи восстановления функций состояния путем "усвоения" данных наблюдений. С математической точки зрения эти постановки формулируются как комбинации решений прямых и обратных задач.

Основная цель работы - построить согласованные алгоритмы для решения прямых и обратных задач [1],[2]. Поскольку как прямые, так и обратные задачи рассматриваемого класса являются достаточно сложными, согласованность здесь требуется для того, чтобы устранить неопределенности, возникающие за счет численной реализации. Основная идея - использовать вариационный принцип, позволяющий сформулировать обобщенную постановку задачи и с единых позиций построить аппроксимации как прямых, так и обратных задач, а также разработать набор алгоритмов для их реализации. Это алгоритмы решения прямых, сопряженных, обратных задач; вариационные алгоритмы теории чувствительности для оценок вариаций целевых функционалов, определенных

на множествах функций состояния, в зависимости от вариаций входных параметров и источников воздействий. Значительный интерес представляют методы оценок неопределенностей моделей с использованием всей доступной фактической информации. Исходя из вариационного принципа, для решения обратных задач строятся специальные алгоритмы обратных связей. Эти связи реализуются через функции чувствительности и функции неопределенностей.

Работа поддержана Программами фундаментальных исследований №4 Президиума РАН и №3 ОМН РАН, проектом РФФИ №11-01-00187-а, а также Интеграционными проектами №№ 8 и 35 СО РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Пененко В.В., Цветова Е.А.* Оптимальное прогнозирование природных процессов с оценкой неопределенности // ПМТФ. 2009. №2. С. 156-166.
2. *Penenko V., A.Baklanov, E. Tsvetova and Mahura A.* Direct and Inverse Problems in a Variational Concept of Environmental Modeling // Pure and Applied Geoph. 2012. Т. 169. Р. 447—465.

Исследование неустойчивости фронтов вытеснения в задачах неизотермической фильтрации

Пергамент А.Х., Сюлюкина Н.В.

*Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва
Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова*

В работе исследуются вопросы неустойчивости фронтов вытеснения возникающие в задачах неизотермической фильтрации. В качестве рассматриваемого примера была выбрана задача двухфазной фильтрации нефти и воды, включающая зависимость вязкости от температуры, а также наличие источников. Выполняется исследование численными методами задачи о неустойчивости фронтов вытеснения одной несмешивающейся жидкости другой на основе уравнения двухфазной фильтрации.

Рассматривается трехмерная задача с возмущением в окрестности закачивающей скважины для нахождения характерного масштаба развития неустойчивости.

Система уравнений, используемая для описания процесса, эллиптического типа относительно давления и гиперболического – относительно насыщенности. В качестве основного метода для нахождения насыщенности и температуры, выбраны стандартный метод Ньютона и метод бисопряженных градиентов для решения получаемой системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

В результате численных расчетов были подтверждены теоретические исследования относительно развития неустойчивости по причине того, что вязкость вытесняющей жидкости меньше, чем вязкость вытесняемой. В развитие этой темы было рассмотрено влияние температуры на эволюцию неустойчивости. Для этих целей в задачу была добавлена зависимость вязкости нефти от температуры. Были проведены численные расчеты для различных показателей температур и было показано, что с ростом температуры вязкость нефти экспоненциально падает и возможен устойчивый режим.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 12-01-00793).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пергамент А.Х., Заславский М.Ю., Исследование неустойчивости типа «fingers» в фильтрационных течениях, Препринт ИПМ РАН, №31, 2002, Москва.
2. Bachmat Y., Bear J., Macroscopic modeling of transport phenomena in porous media. The continuum approach, Transport Porous Media, 1986, № 1. P, 213-240.
3. Odeh S., Aziz S., Mobil Research and Development Corp., Comparison of Solutions to a Three-Dimensional Black-Oil Reservoir Simulation Problem, Journal of Petroleum Technology, 33(1):13-25, 01 1981.

Использование методов подпространства Крылова для решения задачи конвекции-диффузии в анизотропной среде

Пичугина О.А.

Южно-Российский региональный центр информатизации

Южного федерального университета, Ростов-на-Дону

К настоящему моменту разработаны различные методы решения уравнения конвекции-диффузии, о чем свидетельствуют множество работ, посвященных этой тематике. Однако, исследователи, в основном, рассматривают случай изотропной среды, а смешанные производные в диффузионной части обобщенного эллиптического оператора опускают. Тем не менее задача, включающая в себя конвективно-диффузионный перенос в анизотропной среде имеет многочисленные практические приложения. Анизотропные среды широко распространены в природе и имеют большое значение для человеческой деятельности.

Работа направлена на решение краевых задач конвекции-диффузии со смешанными производными, которые возникают при математическом моделировании физических процессов, происходящих в анизотропной среде. Для этого предлагается использовать методы подпространства Крылова, в которых в качестве переобуславливателей применяются треугольные кососимметричные итерационные методы, не накладывающие ограничений на коэффициенты уравнения, шаг сетки и не требующие диагонального преобладания в исходной матрице системы [1]. Проведено теоретическое исследование и численной тестирование предложенных переобуславливателей.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 12-01-00022-а

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крукиер Л.А., Пичугина О.А., Мартынова Т.С. Повышение эффективности вариационных методов при решении сильно несимметричных СЛАУ, получаемых после конечно-разностной аппроксимации стационарного уравнения конвекции-диффузии // Математическое моделирование. 2010. Т. 22, N. 10, С. 56–68.

Локализация разрывов в методах сквозного счета с помощью вейвлет анализа и адаптация расчетной сетки к положению разрывов

Пленкин А.В.

*Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН,
Москва*

Для расчета газодинамических течений широко используются методы сквозного счета, но это приводит к размазыванию разрывов и потере информации о их положении. Кроме того, часто именно положение разрывов представляет специальный интерес. Отсюда возникает задача - локализовать и классифицировать разрывы в полях, полученных в расчете.

В [1] был построен детектор сингулярностей на основе вейвлет анализа. В качестве исходных данных детектор использует результаты расчета газодинамических полей. В результате каждому узлу сетки присваивается число, которое характеризует течение в окрестности этого узла.

Детектор был апробирован на модельных данных и на реальных 2D и 3D расчетах течений, выполненных по идеальной и вязкой моделям.

Рассмотрен вариант применения детектора для адаптации расчета к положению разрывов (рис.1). Адаптивный подход позволил повысить качество расчета за счет уменьшения зон размазывания разрывов.

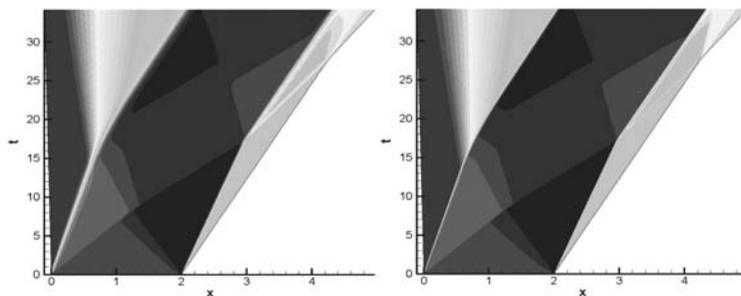


Рис. 1: Распределение плотности в расчетах, выполненных на неадаптивной сетке (слева) и адаптивной сетке (справа).

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ 11-01-00390-а, 11-08-00269-а и программы 3 ОМН РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Афендиков А.Л., Луцкий А.Е., Пленкин А.В.* Вейвлетный анализ локализованных структур в идеальной и вязкой моделях. // Математическое моделирование 2011г. Т. 23. N. 1. С. 41–50.

**О некоторых подходах, связанных с ростом мощности
вычислительных средств, в моделировании двухфазных сред
при наличии фазовых переходов**

Рыков Ю.Г.

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, Москва

В связи с ростом мощности вычислительных средств (в перспективе к 2018 г. в мире планируется достигнуть производительности в один эксафлопс) становится возможным выйти на уровень моделирования, который будет более точно отражать реальные процессы. В частности, многие практические задачи требуют рассмотрения среды, как многокомпонентной, многофазной системы, которая может обладать разными масштабами протекания различных процессов. Представляется, что подобное рассмотрение будет распространяться на все более широкий круг задач, включая и те, которые раньше изучались в более простых постановках. При этом для создания алгоритмов могут быть использованы математические идеи и подходы, которые становятся оправданными только при наличии высокопроизводительных параллельных вычислительных комплексов.

В докладе в иллюстративном порядке будут рассмотрены три задачи для двухфазных сред, которые предполагают наличие фазовых переходов.

Задача 1. Моделирование двухфазной среды типа вода-пар на масштабе локального равновесия. Эта задача связана с поиском путей «расчетного» получения параметров различных режимов при моделировании системы охлаждения ядерных реакторов, см. [1].

Задача 2. Моделирование процессов вытеснения нефти и газа в пористых средах. Здесь будет представлена геометрическая идея расщеп-

ления многомерных уравнений фильтрации, численная реализация которой может привести к созданию хорошо распаралеленного алгоритма, см. [2].

Задача 3. Многомасштабное моделирование процесса кристаллизации металлов. В статье [3] описана нестандартная модель кристаллизации, которая учитывает взаимодействие различных масштабов в среде. Эта модель была ранее предложена Н.Н.Яковлевым, Е.А.Лукашовым (ТМКБ «Союз») и Е.В.Радкевичем (МГУ им. М.В.Ломоносова).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 12-01-00203

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рыков Ю.Г., Зайцев Н.А. Общие принципы моделирования двухфазного континуума. Обзор // Отчет ИПМ им. М.В.Келдыша РАН и ИБРАЭ РАН, 2010, 36 с.
2. Рыков Ю.Г. Строгая формулировка вычислительной методологии «стримлайн» для моделирования процесса вытеснения нефти с учетом эффектов сжимаемости, многокомпонентности и фазовых переходов // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша № 4, 2008, 16 с.
3. Жуков В.Т., Зайцев Н.А., Лысов В.Г., Рыков Ю.Г., Феодоритова О.Б. Численный анализ модели процессов кристаллизации металлов, двумерный случай // Математическое моделирование, 24, вып.1. 2012, С. 109–128.

Численный метод решения 3-й краевой задачи для параболического дифференциально-разностного уравнения

Селицкий А.М.

*Учреждение Российской Академии наук Вычислительный центр
им. А. А. Дородницына РАН, Москва*

Пусть $Q = (0, d)$, $d = N + \theta$, где N – целое положительное число, а $\theta \in (0, 1]$. Введём разностный оператор $(Ru)(x) = \sum_{k=-N}^N a_k u(x + k)$,

где a_k – комплексные числа. Введём линейные ограниченные операторы $I_Q: L_2(Q) \rightarrow L_2(\mathbb{R})$ – оператор продолжения функции нулём вне Q , $P_Q: L_2(\mathbb{R}) \rightarrow L_2(Q)$ – сужение функции на Q , и $R_Q = P_Q R I_Q$.

Рассмотрим следующую задачу:

$$u_t - (R_Q u_x)_x + au = f(x, t), \quad (x, t) \in Q_T = Q \times (0, T); \quad (1)$$

$$(-R_Q u_x + \alpha u)|_{x=0} = 0; \quad (R_Q u_x + \beta u)|_{x=d} = 0, \quad 0 < t < T; \quad (2)$$

$$u|_{t=0} = \varphi(x), \quad x \in Q, \quad (3)$$

где $a \in \mathbb{C}$, $f \in L_2(Q_T)$, $\varphi \in L_2(Q)$, $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$, $0 < T < \infty$.

Для численного решения данной задачи предлагается использовать проекционно-сеточный метод Галёркина [1]. Через $W_2^{1,0}(Q_T)$ будем обозначать пространство Соболева комплекснозначных функций из $L_2(Q_T)$, имеющих обобщенные производные по x из $L_2(Q)$. Положим $R = \|a_{j-i}\|_{i,j=1}^{N+1}$.

Теорема. Пусть матрица $R + R^*$ положительно определена, где R^* – эрмитово сопряжённая матрица. Тогда существует единственное обобщённое решение $u \in W_2^{1,0}(Q_T)$ задачи (1)–(3) и приближённые решения Галёркина сходятся к u в $W_2^{1,0}(Q_T)$.

Последняя теорема остаётся справедливой, если в уравнении (1) присутствуют младшие члены (см. [2]).

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№10-01-00837).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989.
2. Selitskii A.M. The third boundary value problem for parabolic differential-difference equation in one-dimensional case // Functional Differential Equations. 2007. Т. 14. N. 2–4. С. 373–395.

Программа СМК-У решения уравнения переноса нейтронов и гамма-квантов методом Монте-Карло для арифметических ускорителей

Семенов И.В., Залялов А.Н., Малькин А.Г., Рыбкин А.С.

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», Саров Нижегородской обл.

Применение арифметических ускорителей для решения прикладных задач в настоящее время становится все более актуальным. Ведутся исследования по возможности разработки программ для гибридных вычислительных систем на основе метода Монте-Карло, как одного из основных методов численного моделирования физических процессов. В математическом отделении ИТМФ «РФЯЦ-ВНИИЭФ» по этому направлению работы начаты в 2008 году. Существенные успехи были достигнуты в 2010 году, когда был создан программный комплекс СМК-У [1, 2, 3]. Он был разработан на основе программного комплекса С-МК [4] и предназначался для расчета эффективного коэффициента размножения нейтронов K_{eff} методом Монте-Карло на гибридных ЭВМ с использованием арифметических ускорителей. В работе описано современное состояние программного комплекса СМК-У. Основными особенностями комплекса являются возможность моделирования спектрального уравнения переноса нейтронов и гамма квантов в произвольной трехмерной геометрии с возможностью задания различных результатов расчета и использования различных методов повышения эффективности счета (тактики). Также приводятся результаты численных исследований ускорения вычислений разработанной программы СМК-У относительно стандартной С-МК с использованием нескольких арифметических ускорителей. Исследования проводились на ряде тестовых задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Житник А.К., Залялов А.Н., Малькин А.Г. и др.* Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2010614638 СМК-У
2. *Крючков И.А., Огнев С.П., Рыбкин А.С., Степаненко С.А., Южаков И.И.* Применение графических арифметических ускорителей на методической программе решения уравнения переноса методом Монте-Карло // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 2009. Вып. 2. С. 62-68
3. *Рыбкин А.С., Залялов А.Н., Малькин А.Г., Огнев С.П., Рослов В.И.* Программный комплекс на базе гибридных вычислитель-

ных систем для расчета критических параметров методом Монте-Карло//XII Международный семинар Супервычисления и Математическое Моделирование: Докл. Саров, 11 – 15 октября, 2010.

4. *Житник А.К., Залялов А.Н., Малькин А.Г. и др.* Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2011610500 СМК

Поиск опасного направления сейсмического воздействия для пространственных сооружений

Симбиркин В.Н.¹, Якушев В.Л.², Филимонов А.В.²

¹*ООО ЕВРОСОФТ, Москва*

²*Институт автоматизации проектирования РАН, Москва*

Сейсмические воздействия могут иметь любое направление в пространстве. При анализе сейсмостойкости зданий и сооружений на основе линейно-спектрального метода расчета, как правило, рассматривают следующие направления сейсмического воздействия:

- направления, соответствующие ориентации низших форм собственных колебаний сооружения; это правило обычно приводит к рассмотрению двух ортогональных направлений горизонтального воздействия и вертикального сейсмического воздействия, если оно должно быть учтено согласно указаниям норм (см., например, п. 5.4 [1]);

- направления, при которых реализуются максимумы динамической реакции сооружения при учете необходимого числа первых собственных форм;

- направления, соответствующие наиболее вероятному для данной площадки местоположению очага возможного землетрясения относительно рассматриваемого здания.

Направления воздействий первых двух групп являются для здания наиболее опасными. Эти направления должны определяться расчетным путем [2].

Очевидно, что экстремальные величины различных параметров напряженно-деформированного состояния и экстремальные величины одного параметра для разных конструктивных элементов здания достигаются при различных направлениях воздействия. Поэтому опасных направлений сейсмического воздействия на здание в общем случае может быть несколько, и для обеспечения надежного проектирования конструкций следует рассмотреть их все.

В работе предложены способы определения опасных направлений сейсмического воздействия. Реализован эффективный алгоритм на основе критерия максимальной обобщенной работы сил инерции, при котором напряженное состояние конструкции в целом близко к максимальному.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. СП 14.1330.2011. Строительство в сейсмических районах. Актуализированная редакция СНиП II-7-81* // Минрегион России, 2010. - 84 с.
2. Назаров Ю.П. Аналитические основы расчета сооружений на сейсмические воздействия. - М.: Наука, 2010. - 468 с. N. 1. С. 1–10.

Численный анализ дзета-функции Римана

Скороходов С.Л.

ВЦ РАН им. А.А. Дородницына, Москва

С помощью разработанного высокоэффективного метода вычисления дзета-функции Римана $\zeta(s)$, $s \in \mathbb{C}$, и ее производных $\zeta^{(m)}(s)$ выявлены закономерности в расположении их комплексных нулей. Обозначим через s_k^0 , где $k \in \mathbb{N}$, занумерованные в порядке возрастания мнимой части комплексные нули функции $\zeta(s) - 1$, а через s_k^m — занумерованные в том же порядке нули функции $\zeta^{(m)}(s)$. Проведенные обширные численные эксперименты показали, что разности $(s_k^{m+1} - s_k^m)$ при фиксированном k имеют положительную и почти неизменную вещественную часть и стремящуюся к нулю мнимую часть при возрастании m .

Метод, позволивший выявить этот эффект и обеспечивающий высокую точность вычисления исследуемых величин, основан на связи дзета-функции и полилогарифма $(1 - 2^{1-s}) \zeta(s) = -Li_s(-1)$ в сочетании с осуществленным в точку $z = -1$ аналитическим продолжением следующего представления для полилогарифма [1]:

$$Li_s(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^s}, \quad |z| < 1.$$

Это продолжение удалось выполнить с помощью диагональных аппроксимаций Паде [2]. Доказана теорема об оценке правых границ нулей функций $\zeta(s) - 1$, $\zeta'(s)$ и $\zeta''(s)$.

Теорема. *Функции $\zeta(s) - 1$, $\zeta'(s)$ и $\zeta''(s)$ не имеют нулей соответственно при $\operatorname{Re}(s) > \sigma_0$, $\operatorname{Re}(s) > \sigma_1$ и $\operatorname{Re}(s) > \sigma_2$, где σ_0 , σ_1 и σ_2 соответственно являются нулями функций*

$$f_0(\sigma) = 1 + 2^{-\sigma} - (1 - 2^{-\sigma}) \zeta(\sigma),$$

$$f_1(\sigma) = 2^{-\sigma} \ln 2 \left[\frac{\zeta(2\sigma)}{\zeta(\sigma)} + \zeta(\sigma) \right] + (1 - 2^{-\sigma}) \zeta'(\sigma),$$

$$f_2(\sigma) = 2^{-\sigma} \ln^2 2 \left[\frac{\zeta(2\sigma)}{\zeta(\sigma)} + \zeta(\sigma) \right] + (1 - 2^{-\sigma}) \zeta''(\sigma), \quad \sigma > 1.$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №10-01-00837) и Программы фундаментальных исследований ОМН РАН №3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция. Функция Лежандра. М.: Наука, 1973.
2. *Скорыходов С.Л.* Аппроксимации Паде и численный анализ дзета-функции Римана // Журн. вычислит. матем. и матем. физ. 2003. Т. 43. № 9. С. 1330–1352.

О численном решении уравнений дискретной модели Холстейна

Соболев Е.В., Тихонов Д.А., Фиалко Н.С.

Институт математических проблем биологии РАН, Пущино

В модели Холстейна распространение заряда вдоль цепочки сайтов и движения классических сайтов цепочки описывается самосогласованной системой ОДУ [1]. Для моделирования температуры термостата движение классических сайтов описывается уравнением Ланжевена. Чтобы найти средние величины, необходимо рассчитать множество траекторий системы. Например, для вычисления обобщенных частотных спектров необходимо усреднять по миллионам реализаций. Поэтому требуется эффективная численная схема.

Особенность системы заключается в том, что отношение характерных времен ее квантовой и классической частей больше двух порядков. Ранее для решения квантовой части в работе об адиабатическом приближении модели Холстейна [2] мы использовали экспоненту матрицы. Поскольку в адиабатическом приближении классические уравнения не зависят от квантовых переменных, их интегрировали полностью отдельно. Затем с помощью экспоненты матрицы интегрировали квантовую часть с шагом по времени, значительно превышающим ее характерное время.

Мы развили изложенный подход и разработали согласованную схему для решения полной системы, в которой учитывается влияние ее квантовой части на классическую часть, с шагом по времени, достаточным для интегрирования классической части системы. Действительно, разностная схема требует, чтобы на выбранном шаге интегрирования классические переменные изменялись медленно. Следовательно, можно использовать экспоненту матрицы, чтобы выразить решение квантовой части на этом же шаге и получить новое значение правой части классических уравнений.

Предложенная смешанная схема на три порядка эффективнее схем, которые требуют шаг меньше характерного времени квантовой части системы.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, проекты 11-07-00635-а, 11-07-12054-офи-м-2011, 12-07-00279-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Лажно В.Д., Фиалко Н.С.* Подвижность дырок в однородной нуклеотидной цепочке // Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 78. С. 786–788.
2. *Тихонов Д.А., Соболев Е.В., Лажно В.Д., Фиалко Н.С.* Адиабатическое приближение при расчетах подвижности заряда в холстейновской модели ДНК // Математическая биология и биоинформатика. 2011. Т. 6. С. 264–272.

Численное решение функционально-дифференциальных уравнений в частных производных на удаленном сервере

Солодушкин С.И.

Уральский федеральный университет им. Б.Н.Ельцина, Екатеринбург

В работе представлен информационно-вычислительный сервер, позволяющий получать численное решение функционально-дифференциальных уравнений в частных производных и интерактивный график решения.

Класс решаемых на сервере уравнений составляют уравнения теплопроводности с запаздыванием:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t, u(x, t), u_t(x, \cdot)), \quad (1)$$

здесь $x \in [0, X]$ — пространственная и $t \in [t_0; \theta]$ — временная независимые переменные; $u(x, t)$ — искомая функция; $u_t(x, \cdot) = \{u(x, t + \xi), -\tau \leq \xi < 0\}$ — функция-предыстория искомой функции к моменту t ; τ — величина запаздывания; a — коэффициент теплопроводности.

Вместе с уравнением (1) заданы начальные и граничные соответствующие условия. Вопросы существования и единственности решения поставленной краевой задачи рассматривались [1]. Численный алгоритм решения (1) описан в [2]

Фронтэндом разработанной системы является веб сервер IIS, бэкэндом MATLAB Run Time Server. Пользователю достаточно иметь современный веб браузер; устанавливать каких-либо плагинов не требуется. Система имеет простой и понятный интерфейс.

Алгоритм, реализованный в виде m-файла для MATLAB, на этапе разработки был скомпилирован в библиотеку dll с использованием deploytool – встроенного инструмента MATLAB. Фронтэнд создан на ASP.NET4/C#.

На главной странице пользователь заполняет форму, где вводит параметры уравнения и характеристики сетки. Данные передаются C#-обработчику, который вызывает библиотеку dll, обращающуюся с вызовами к MATLAB Run Time Server. Конвертацию данных из внутреннего представления среды .NET во внутреннее представление MATLAB, обеспечивает библиотека MWArray.dll, которая входит в стандартную поставку MATLAB.

Исследование проведено при финансовой поддержке молодых ученых УрФУ в рамках реализации программы развития УрФУ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Wu J.* Theory and applications of partial functional differential equations. Springer-Verlag, New York 1996. 428 p.
2. *Пименов В.Г., Ложников А.Б.* Разностная схема численного решения уравнения теплопроводности с последствием // Труды ИММ. 2011. Т 17, N 1, С. 178–189.

3D газодинамическая модель самогравитирующего астрофизического диска

Страховская Л.Г.

Институт Прикладной Математики им. М.В. Келдыша, Москва

Рассматривается система, состоящая из гравитирующего центра и вращающегося вокруг него газового облака. Гравитирующий центр представляет собой компактный объект, в качестве которого могут выступать

нейтронные звезды, черные дыры, новые звезды, белые карлики и протозвезды. Наблюдения протозвезд (типа Т Тау) подтверждают наличие газовых дисков вокруг центрального объекта и указывают на присутствие газопылевых протопланетных дисков.

Модель эволюции диска описывается 3D нестационарными уравнениями газовой динамики в переменных Эйлера в цилиндрических координатах r, ϕ, z с началом координат в гравитирующем центре. Суммарная удельная сила в правых частях уравнений состоит из центробежной силы и силы гравитации, которая есть сумма градиента гравитационного потенциала центрального объекта $\Phi_s = \frac{G \cdot M_s}{R}$, $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ и градиента гравитационного потенциала диска. Гравитационный потенциал диска Φ_d должен удовлетворять уравнению Пуассона.

Задача решается в области Ω : $r_1 \leq r \leq r_2$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, $0 \leq z \leq h$, h - полувысота диска, $h \approx 10^{-1}r_2$, $r_1 \approx 10^{-2}r_2$. Уравнения газовой динамики считаются по явной схеме. Расчет потоков ведется с использованием плоского распада разрыва. Уравнение Пуассона решается многосеточным методом Федоренко (Multigrid), используется 3-5 вложенных сеток. При $r = r_1$: $u = 0$, при $z = 0$: $w = 0$; на внешней границе либо свободные граничные условия, либо условие непротекания вида $u = 0$.

При выборе начального состояния существенно, чтобы конфигурация диска была равновесной. Условие гидростатического равновесия в безразмерных переменных принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &= \rho \left(\frac{v^2}{r} + \frac{\partial \Phi_d}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \frac{1}{R} \right) \\ \frac{\partial p}{r \partial \varphi} &= \rho \frac{\partial \Phi_d}{r \partial \varphi} \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= \rho \left(\frac{\partial \Phi_d}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{R} \right) \\ \Delta \Phi_d &= -\rho, \end{aligned} \tag{1}$$

ρ - плотность газа, p - давление, v - линейная скорость вращения.

В [1] в цилиндрически симметричном случае ($\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$) для идеального политропного газа получены аналитические решения (1) без учета гравитации диска, описывающие дискообразные конфигурации вещества любой формы. Отмечено, что для политропного газа вращательная компо-

нента скорости v зависит только от радиуса и показано, что не существует стационарных трехмерных дисков с кеплеровским законом вращения при любых значениях индекса политропы. В [2] также для политропного газа и без учета гравитации диска построено и численно смоделировано аналитическое решение, которое резко отличается от дисковой конфигурации и описывает только одну зону (кольцо) протопланетного диска.

В данной работе предлагается по заданной плотности численно найти начальную равновесную конфигурацию, решив систему (1). Затем решать полную нестационарную систему уравнений газодинамики и уравнение Пуассона. Расчеты показывают, что решение выходит на стационарное, дисковая структура сохраняется, но конфигурация отличается от начальной. Сделаны расчеты примеров из [1] и [2], проведен анализ результатов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, код проекта 12-01-00071

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Абакумов М.В., Мухин С.И., Попов Ю.П., Чечеткин В.М.* Стационарные дисковые структуры около гравитирующих компактных объектов. АЖ, 1996, т. 73, № 3, с. 407-418.
2. *Забродин А.В., Забродина Е.А., Легкоступов М.С., Мануковский К.В., Плинер Л.А.* Некоторые модели описания протопланетного диска Солнца на начальной стадии его эволюции. Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2006, № 70, с. 45.

Экстраполяция Ричардсона в двухсеточном методе для нелинейного уравнения второго порядка с пограничным слоем

Тиховская С.В.

Омский филиал Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Омск

Рассмотрим краевую задачу:

$$Lu = \varepsilon u'' + a(x)u' = f(x, u), \quad x \in \Omega = (0, 1), \quad u(0) = A, \quad u(1) = B. \quad (1)$$

Известно, что решение задачи (1) имеет погранслоный рост в $x = 0$.
Зададим сетку

$$S_{N,\sigma} = \{x_i : x_i = x_{i-1} + h_i, x_0 = 0, x_N = 1, i = 1, \dots, N\},$$

$$\text{где } h_i = \frac{2\sigma}{N}, 1 \leq i \leq \frac{N}{2}, h_i = \frac{2(1-\sigma)}{N}, \frac{N}{2} < i \leq N, \sigma = \min \left\{ \frac{1}{2}, \frac{2\varepsilon \ln N}{\alpha} \right\}.$$

Теперь для задачи (1) выпишем схему направленных разностей:

$$L_\varepsilon^N u_i^N = \varepsilon \lambda_{xx}^N u_i^N + a_i \lambda_x^N u_i^N = f(x_i, u_i^N), 0 < i < N, u_0^N = A, u_N^N = B, \quad (2)$$

$$\text{где } \lambda_x^N u_i^N = \frac{u_{i+1}^N - u_i^N}{h_{i+1}}, \lambda_{xx}^N u_i^N = \frac{(u_{i+1}^N - u_i^N)/h_{i+1} - (u_i^N - u_{i-1}^N)/h_i}{(h_i + h_{i+1})/2}.$$

Для этой схемы обоснована оценка $\max_i |u(x_i) - u_i^N| \leq C \ln N/N$.

Решение схемы (2) может быть найдено на основе итераций. Количество итераций можно существенно сократить, используя двухсеточный метод.

Пусть $n \ll N$. Решаем задачу (1) на $S_{n,\sigma}$ с применением разностной схемы, соответствующей (2). Схему разрешаем на основе линеаризации Ньютона или Пикара. Итерации прекращаем при достижении точности решения порядка $\ln n/n$. Далее найденное на $S_{n,\sigma}$ решение интерполируем в узлы $S_{N,\sigma}$ с помощью линейной интерполяции, которая на сетке Шишкина является равномерно точной при всех ε . Для улучшения точности используем метод Ричардсона [1]. Пусть $N = kn$, где k — целое число. Обозначим решение (2) на $S_{n,\sigma}$ как \tilde{u}^n , а также $k_n = -n/(N - n)$, $k_N = N/(N - n)$.

Теорема 1. Пусть $\varepsilon \leq N^{-1}$. Тогда существует C , что для $x_i \in S_{N,\sigma}$

$$|u(x_i) - (k_n \tilde{u}^n(x_i) + k_N u^N(x_i))| \leq C k \frac{\ln^2 N}{N^2}.$$

Проведены вычислительные эксперименты, подтверждающие полученные оценки точности, предлагаемого алгоритма.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 11-01-00875.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Natividad M.C., Stynes M.* Richardson extrapolation for a convection-diffusion problem using a Shishkin mesh // *Applied Numerical Mathematics*. 2003. V. 45, № 2. P. 315–329.

**Особенности и методы математического моделирования
гистерезисных функций первого и второго типов**

Хатунцева О.Н.

ОАО РКК “Энергия”, Королев; МФТИ, Долгопрудный

Во многих областях физики, в частности в аэродинамике, довольно часто встречаются процессы, в которых можно наблюдать зависимость измеряемых параметров, не только от варьируемого аргумента, но и от направления изменения этого аргумента. Подобные явления в физике принято называть гистерезисными явлениями. В работах [1]-[2] дана их классификация, в соответствии с которой все гистерезисные явления можно разделить на два типа. К первому типу относятся те явления, которые зависят и от направления изменения аргумента, и от модуля скорости изменения этого аргумента. Гистерезисные функции, описывающие эти явления, вырождаются в однозначные зависимости при стремлении к нулю скорости изменения аргумента. Физические аспекты, характеризующие гистерезисные явления первого типа, в основном связаны с запаздыванием реакции системы на возмущение. Ко второму типу можно отнести те явления, которые зависят от направления изменения аргумента, но при этом не зависят от величины (модуля) скорости изменения аргумента. Зависимости исследуемых параметров от варьируемого аргумента в этих случаях имеют на плоскости вид гистерезисных функций с разрывами первого рода. Точки разрыва при изменении направления варьируемого аргумента, как правило, не совпадают. Иногда может наблюдаться некоторая корреляция и с изменением скорости варьируемого аргумента, но она носит скорее вероятностный, нежели детерминированный характер. Гистерезисные явления второго типа обусловлены возможностью существования различных режимов процесса,

то есть возможностью существования нескольких решений в диапазоне параметров варьируемого аргумента. В работе будут рассмотрены замкнутые расчетно-теоретические модели построения и описания гистерезисных функций двух типов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хатунцева О.Н.* Анализ причин возникновения аэродинамического гистерезиса при летных испытаниях СА «Союз» на гиперзвуковом участке спуска // Журнал «Прикладная механика и техническая физика» . 2011. Т.52. N.4. С.52-62.
2. *Хатунцева О.Н.* Классификация гистерезисных функций. Теоретические модели и методы описания. // Электронный журнал “Физико-химическая кинетика в газовой динамике”.
www.chemphys.edu.ru/pdf/2012-02-29-001.pdf

Расчет семейства стационарных конвективных режимов в пористом цилиндре

Цибулин В.Г., Трофимова А.В.

Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону

Анализ сильной неединственности решений для нелинейных уравнений математической физики может потребовать конструирования специальных численных методов. Причиной возникновения такой неединственности помимо симметрии может служить косимметрия, порождающая семейства стационарных решений с переменным спектром устойчивости [1]. Нетривиальное рождение непрерывного семейства стационарных движений обнаружено для модели фильтрационной конвекции Дарси.

В докладе предложены конечно-разностные дискретизации задачи Дарси в цилиндрических координатах, наследующие свойство косимметрии, и на их основе проведен анализ режимов фильтрационной конвекции в кольцевых областях. Для сохранения свойства косимметрии построены специальные аппроксимации конвективных членов и слагаемых, отвечающих силе всплытия [2].

Фильтрационная конвекция в подогреваемом снизу кольце $D = [R_1, R_2] \times [0, 2\pi]$ описывается системой безразмерных уравнений в координатах (r, φ) относительно температуры $\theta(r, \varphi, t)$ и функции тока $\psi(r, \varphi, t)$:

$$\begin{aligned} \partial_t \theta &= \Delta \theta + G(\psi) - J(\theta, \psi), & J(\theta, \psi) &= \frac{1}{r} [\partial_r(\theta \partial_\varphi \psi) - \partial_\varphi(\theta \partial_r \psi)], \\ \Delta \psi &= \lambda G(\theta), & G(\theta) &= \frac{1}{r} (\cos \varphi \partial_\varphi \theta + r \sin \varphi \partial_r \theta), \\ \theta|_{t=0} &= \theta^0(r, \varphi); & \theta|_{r=R_k} &= 0, \quad \psi|_{r=R_k} = 0, \quad k = 1, 2. \end{aligned}$$

В численном эксперименте исследовано ответвление семейств стационарных движений в данной задаче и проанализированы переходы при росте фильтрационного числа Рэлея λ . Приведены результаты расчетов, демонстрирующих разрушение семейства решений при аппроксимациях, не обеспечивающих сохранение косимметрии исходной системы.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 11-01-00708-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Юдович В.И.* Косимметрия, вырождение решений операторных уравнений, возникновение фильтрационной конвекции // *Мат. заметки.* 1991. Т. 49. вып. 5. С. 142–148.
2. *Трофимова А.В., Цибулин В.Г.* Конвективные движения в пористом кольцевом секторе // *ПМТФ.* 2011. Т. 52. №. 3. С. 116–125.

Макро- и микроскопические модели транспортных потоков на многополосных магистралях

Чечина А. А.

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, Москва

Разработаны оригинальные двумерные макроскопическая и микроскопическая модели для описания автомобильного движения на многополосных трассах. Макроскопическая модель синхронизированных потоков использует приближение сплошной среды и аналогию с кинетически-согласованными разностными схемами [1]. Микроскопическая модель [2]

основана на теории клеточных автоматов. Обе модели обобщены на случай многокомпонентного движения для описания неоднородных потоков транспорта.

Проведены тестовые расчёты, демонстрирующие адекватность предложенных моделей различным дорожным ситуациям. Проведено сравнение полученных результатов с расчётами, выполненными при помощи системы Aimsun TSS, часто применяющейся для разработки мер и мероприятий, направленных на улучшение дорожной ситуации в городах.

В дальнейшем предполагается усложнение и уточнение обеих моделей, а также распараллеливание программных кодов с использованием библиотеки MPI для проведения расчётов на многопроцессорном кластере, что позволит существенно сократить время счёта и даст возможность реализовывать более сложные дорожные конфигурации и рассчитывать транспортные потоки на разветвленных дорожных сетях в режиме реального времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сушинова А. Е., Трапезникова М. А., Четверушкин Б. Н., Чурбанова Н. Г.* Двумерная макроскопическая модель транспортных потоков // Математическое моделирование. 2009. Т. 21. N 2. С. 118-126.
2. *Трапезникова М. А., Фурманов И. Р., Чурбанова Н. Г., Липп Р.* Моделирование многополосного движения автотранспорта на основе теории клеточных автоматов // Математическое моделирование. 2011. Т. 23. N. 6. С.133–146.

Численная модель динамики плазмы в магнитной ловушке "Галатейя - пояс"

Чмыхова Н.А.

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Доклад посвящен вопросам формирования равновесных плазменных конфигураций в магнитных ловушках - галатейях, предложенных А.И.

Морозовым [1, 2]. Так называют ловушки с токонесущими проводниками, погруженными в плазменный объем. Конкретно имеется ввиду распрямленный в цилиндр аналог плазменного тора с двумя проводниками, параллельными его оси. Численная модель динамики плазмы в цилиндре использует уравнения магнитной газодинамики. Равновесная конфигурация плазмы и поля исследована в плазмостатической модели с уравнением Грэда-Шафранова в работах [3, 4]. Плазма сосредоточена в центре области и вдоль проходящей через центр сепаратрисы магнитного поля в виде "восьмерки", не соприкасаясь с проводником. В докладе сделана попытка рассчитать процесс формирования конфигурации в терминах нестационарной двумерной МГД - задачи в области сечения цилиндра. Основное внимание уделено изоляции проводников от горячей плазмы. Для этого в статье [5] предложено использовать возрастание тока в проводниках. Строгое равновесие при этом не достигается. Нами предложено отвести плазму от проводников на короткой по времени нестационарной стадии процесса. В [6] это иллюстрируется в одномерной модели окрестности одного проводника, где получена квазиравновесная конфигурация, существующая относительно долго, благодаря медленной диффузии магнитного поля при высокой проводимости плазмы. В настоящей работе на коротком первоначальном этапе ток в двух проводниках возрастает, а затем остается постоянным. Приведены результаты серии расчетов конфигурации с желаемыми свойствами и ее существование в квазиравновесном режиме. Рассмотрено сечение цилиндра круглой или прямоугольной формы и исследована зависимость свойств конфигурации от параметров задачи.

Работа поддержана РФФИ грант № 12-01-00071

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Морозов А.И.* О Галатях - плазменных ловушках с омываемыми плазмой проводниками. *Физика плазмы.* 1992. Т. 18. № 3. С. 305-316.
2. *Морозов А.И., Савельев В.В.* О Галатях - ловушках с погруженными в плазму проводниками. *УФН.* 1998. Т. 168. № 11. С. 1153-1194.
3. *Брушлинский К.В., Игнатов П.А.* Плазмостатическая модель маг-

нитной ловушки "галатей - пояс". ЖВМиМФ. 2012. Т. 50. № 12. С. 2184-2194.

4. *Брушлинский К.В., Гольдич А.С., Десятова А.С.* Плазмостатические модели магнитных ловушек - галатей. Математическое моделирование. 2012 (в печати)
5. *Дудникова Г.И. и др.* Численное моделирование прямых плазменных конфигураций - Галатей типа "Пояс". Физика плазмы. 1997. Т. 23. № 5 С. 387-396.
6. *Брушлинский К.В., Чмыхова Н.А.* О равновесии плазмы в магнитном поле ловушек - галатей. Математическое моделирование. 2010 Т. 22. № 6. С. 3-14.

Использование свободных численных пакетов Pencil и Flash для моделирования задач гидрогазодинамики

Чупин А. В., Ширинкина А. А., Шумиловских Е. С.

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь

Пермский государственный научно-исследовательский университет

При численном исследовании задач гидрогазодинамики альтернативой использованию закрытых коммерческих пакетов типа Fluent, Ansys Flotran и т.п. и написанию собственных компьютерных программ является применение научных пакетов с открытым кодом. Поскольку чаще всего задачи механики сплошных сред требуют значительных временных затрат на решение, в пакетах используются высокоэффективные языки программирования C и Fortran. Для использования на вычислительных кластерах с тысячами процессоров обычно применяется надстройка над языками для обмена сообщениями — MPI (Message Passing Interface). В докладе будет описан опыт применения двух таких Fortran-пакетов, проблемы и преимущества, возникающие при этом. Оба в настоящее время используются европейскими и американскими учёными для решения различных задач магнитной гидродинамики и астрофизики, написаны десятки статей.

Pencil-code — конечно-разностный код высокого порядка точности для моделирования МГД-турбулентности[1]. Особенностью кода (для эффективного использования кэша процессора) является разделение области моделирования на т.н. pencil — небольшие одномерные массивы, обработка которых может распределяться по процессорам. В качестве тестовой была решена задача о свободном вырождении квазидвумерной турбулентности с помощью k - ε модели.

Flash[2] использует метод конечных объёмов (точнее модификацию метода Годунова — parabolic-piecewise method) с адаптивным измельчением сетки. Гравитационное уравнение сводится к задаче Пуассона. Чаще всего используется для моделирования многомасштабных процессов, происходящих в галактиках и их скоплениях, поэтому пакет был применён для исследования устойчивости формы самогравитирующего вращающегося облака.

Для визуализации результатов в обоих случаях предлагаются программы gnuplot, IDL, VisIt и DataExplorer, для которых имеются уже написанные скрипты различной обработки данных.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации №МД-4471.2011.1 и РФФИ 11-01-96031-р_урал_а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *W. Dobler, A. Brandenburg* The Pencil-Code: A High-Order MPI code for MHD Turbulence. User's and Reference Manual.
<http://pencil-code.googlecode.com>
2. FLASH User's Guide // ASC FLASH Center University of Chicago. 2010. <http://flash.uchicago.edu>

Численное моделирование динамики плазмы в неоднородном магнитном поле

Шваб И.В., Якункин Н.И., Медведев С.Б.

Институт Вычислительных технологий СО РАН, Новосибирск

Новосибирский технический университет, Новосибирск

Представлена численная модель расчета осесимметричного течения плазмы в цилиндрической системе координат в неоднородном магнитном поле. Современное моделирование актуальных задач физики плазмы характеризуется сильно разномасштабными процессами. При этом рассмотрение плазмы с помощью простых математических моделей не является актуальным, поскольку упускаемые эффекты, такие как аномальная теплопроводность, имеют критическое влияние на динамику плазмы в целом. Из-за этого гидродинамическое приближение для описания динамики плазмы чаще всего не применимо. Рассматривается следующая математическая модель - уравнение Власова (для бесстолкновительной плазмы) или Больцмана (для столкновительной), и система уравнений Максвелла для электромагнитных полей. Предложен численный алгоритм, позволяющие эффективно и точно проводить учёт осевой симметрии при расчёте плотности тока на смещённых координатных сетках. Данный подход может быть легко обобщён на общий случай криволинейных координат и СИС-ядер для метода частиц. Проведены тесты для сферически симметричных задач с известным аналитическим решением, показывающие изотропность численной схемы. Проведены исследования зависимости течения плазмы от начальных параметров. Определены параметры сценария ускорения плазмы до супер-Альфвеновской скорости при прохождении магнитного сопла.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ 12-01-00234-а "Моделирование динамики плазмы для газодинамической многопробочной ловушки на суперЭВМ" и 12-01-00061-а "Математическое моделирование на суперЭВМ нестационарных мантийных течений в сжимаемой среде с сильно изменяющимися реологическими и транспортными свойствами"

Численное моделирование трехмерных электромагнитных полей в анизотропных средах

Штабель Н.В., Шурина Э.П.

Институт нефтегазовой геологии и геофизики

и.м. А.А. Трофимука СО РАН, Новосибирск

В работе использован аппарат дифференциальных форм и его дискретный аналог: векторный метод конечных элементов, для построения вычислительной схемы моделирования электромагнитного поля в анизотропных средах[1]. Аппарат дифференциальных форм обеспечивает переход от системы уравнений Максвелла к вариационным формулировкам инвариантным к выбору системы координат:

$$\begin{cases} dE = -i\omega B, \\ dH = \omega^2 D - i\sigma \star E + i\omega J, \end{cases}$$

где E, H - дифференциальные формы 1 порядка, B, D, J - дифференциальные формы 2 порядка, σ - произвольный тензор 2 ранга, d - оператор внешнего дифференцирования, \star - оператор Hodge.

В работе рассмотрены анизотропные среды, полученные путем вращения трансверсально-изотропной среды на угол θ относительно горизонтальной плоскости. Для таких сред тензор электропроводности становится плотным и покомпонентное решение задачи невозможно.

Вариационная формулировка для уравнения Гельмгольца в анизотропной среде в дифференциальных формах имеет вид:

Для заданной 2-формы J и частоты ω , найти такую 1-форму E , для которой при любой конечной форме (Whitney-форме) W выполняется:

$$(\mu^{-1} \star dE, dW) + (\omega^2 \varepsilon \star E, W) - (i\omega \sigma \star E, W) = -(\omega J, W)$$

Естественным расширением теории дифференциальных форм является теория цепей, которая была использована нами для получения оценок сходимости электрического поля на вложенных сетках (H -сходимость) в анизотропных средах[2]. Также получены оценки аппроксимации электрического поля при повышении порядка базисных функций для иерар-

хических базисов до 2 полного порядка включительно (P -сходимость). Подобные оценки для полей в анизотропных средах получены впервые.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Уитни, Х. Геометрическая теория интегрирования, М.: Издательство иностранной литературы, 1960, 530 с.
2. *Teixeira F. L.* Geometric aspects of the simplicial discretization of Maxwell's Equations // Progress In Electromagnetics Research, 2001, PIER 32, pp.171-188.

Моделирование нестационарных электромагнитных полей в областях с техногенными объектами

Штабель Е.П., Шурина Э.П., Эпов М.И.

Институт нефтегазовой геологии и геофизики

им. А.А. Трофимука СОРАН, г. Новосибирск

Обнаружение техногенных объектов как проводящих так и непроводящих является актуальной задачей современной инженерной геофизики. В работе предложен новый подход к решению этой задачи с использованием широкополосного сигнала в источнике возбуждения электромагнитного поля. Особенностью моделируемого источника тока является зависимость частоты сигнала от времени, т.е. частота сигнала возрастает(убывает) по времени по определенному закону.

Вычислительные схемы для моделирования трехмерного электрического поля с учетом токов смещения и проводимости построены на базе неявной трехслойной схемы[1] аппроксимации по времени и векторной конечноэлементной пространственной дискретизации на тетраэдральных разбиениях[2, 3].

Анализ кривых ЭДС, наведенных в измерительном контуре, соосном с генераторной петлей, позволил выявить особенности сигнала при варьировании геометрических и электрофизических характеристик объектов.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 11-05-12037-офи-м, интеграционного проекта СОРАН №98.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Самарский А.А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1983. – 616 с.
2. Nedelec J.-C. Mixed finite elements in R^3 // Numer. Math. - 1980. - Vol.35, no. 3. - Pp. 315-341.
3. Nedelec J.-C. A new family of mixed finite elements in R^3 // Numer. Math. - 1986. - Vol.50, no. 1. - Pp. 57-81.

**Численная гомогенизация сред с контрастными
микровключениями**

Эпов М.И., Шурина Э.П., Артемьев М.К.

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики
им. А.А. Трофимука СО РАН, Новосибирск
Новосибирский государственный технический
университет, Новосибирск*

В работе рассматривается решение задачи о распределении электрического потенциала u под действием постоянного тока в области Ω , состоящей из скелета (матрицы) Ω_1 и включений Ω_2

$$\nabla \cdot (\rho^{-1} \nabla u) = 0 \quad \text{в } \Omega, \quad (1)$$

$$u|_{\partial\Omega_1} = u_1, \quad (2)$$

$$u|_{\partial\Omega_2} = u_2, \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{\partial\Omega_3} = 0, \quad (4)$$

где ρ — удельное электрическое сопротивление (УЭС), различное в Ω_1 и Ω_2 .

Внешняя граница расчетной области состоит из трех подобластей $\partial\Omega = \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2 \cup \partial\Omega_3$. Краевые условия (2) и (3) означают, что к границам $\partial\Omega_1$ и $\partial\Omega_2$ приложены электроды с напряжением u_1 и u_2 соответственно. Соотношение (4) означает, что на границе $\partial\Omega_3$ принимается условие непротекания тока.

Для решения задачи (1)–(4) используется многомасштабный метод конечных элементов (ММКЭ) [1].

Эффективное УЭС определяется численно по формуле $\rho^{eff} = \frac{S \cdot U}{I}$, где S — плотность сечения, перпендикулярного течению тока, $U = u_1 - u_2$ — заданная разность потенциалов, I — полный ток в образце, вычисленный по формуле $I = \int_{\Omega} |\mathbf{J}| d\Omega$, где $\mathbf{J} = -\rho^{-1} \nabla u$ — плотность тока.

В работе проводится исследование зависимости эффективного УЭС от пористости среды, содержащей включения различной геометрической формы и контрастности. Исследуется эффективность параллельной реализации ММКЭ на суперкомпьютере К100 Института прикладной математики им. М.В. Келдыша. Проводится сравнение с результатами физических экспериментов.

Работа выполнена в рамках интеграционного проекта СО РАН №98

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Efendiev Y., Hou T.* Multiscale finite element methods: Theory and applications. - New York: Springer, 2009. - 246 p.

Методы декомпозиции области с наложением для решения уравнения Гельмгольца векторным МКЭ

Эпов М.И., Шурина Э.П., Архипов Д.А.

Институт нефтегазовой геологии и геофизики

им. А.А.Трофимука СО РАН, Новосибирск

В данной работе рассматривается алгебраический подход к мультипликативному методу Шварца с наложением для моделирования электромагнитных полей в трехмерной, неоднородной по физическим свойствам расчетной области Ω .

Поведение гармонического электромагнитного поля описывается векторным уравнением Гельмгольца:

$$\operatorname{rot}(\mu^{-1} \operatorname{rot} \mathbf{E}) + k^2 \mathbf{E} = -i\omega \mathbf{J}_0$$

с однородным краевым условием

$$(n \times \mathbf{E}) |_{\partial\Omega} = 0$$

где $k^2 = i\omega\sigma - \omega^2\varepsilon$, \mathbf{E} - напряженность электрического поля, \mathbf{J}_0 - плотность тока источника, ω - циклическая частота, ε - диэлектрическая проницаемость, μ - магнитная проницаемость, σ - электрическая проводимость, i - мнимая единица, $\partial\Omega$ - граница расчетной области Ω .

Для дискретизации уравнения используется векторный метод конечных элементов на тетраэдральном разбиении на иерархических базисных функциях полного второго порядка.

Так как rot-оператор содержит ядро большой размерности (примерно совпадающей с числом узлов сетки), то для обеспечения сходимости используется двухуровневый итерационный решатель с коррекцией на пространстве ядра rot-оператора [1].

В работе реализованы последовательный и параллельный мультипликативный метод декомпозиции области с налеганием. Расчетная область трехмерная неоднородная по физическим свойствам с локальным источником. Для разбиения области на произвольное число подобластей разработаны методы автоматической декомпозиции: а) декомпозиция на вложенные сферы; б) декомпозиция по слоям. Реализованные алгоритмы позволяют варьировать размерность матриц в подобластях, и фиксировать источник в любой из подобластей.

Так как источник локальный и содержится только в одной подобласти, то для более быстрой передачи информации между подобластями реализован алгебраический многосеточный метод на базисах разного уровня.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hiptmair R.* Multigrid methods for Maxwell's equations // SIAM J. Numer. Anal., 1998, №1, 204-225.

**Код ЭГАК-КД для моделирования 3D течений с
использованием сеточных и дискретных подходов**

Янилкин Ю.В., Беляев С.П., Софронов В.Н., Шмелев В. А., Мокина К.С., Потехина Е.В., Дегтяренко Л.И., Разумков А.С., Антипина Н.Р., Потехин А.Л., Черенкова М.В., Пискунов В.Н., Давыдов И.А.

РФЯЦ-ВНИИЭФ, Саров

Описана организация кода ЭГАК-КД. В данном коде для численного моделирования 3D течений сплошной среды предлагается совместное использование сеточных методов и методов кластерной динамики в связанной постановке.

В основе метода кластерной динамики (КД) лежат следующие основные положения [1]:

- сплошная среда представляется в виде набора выделенных структурных элементов (точечных базовых кластеров);
- уравнения механики сплошной среды заменяются на уравнения движения взаимодействующих кластеров;
- для описания динамики движения кластеров применяются методы, аналогичные молекулярной динамике;
- выбор потенциалов взаимодействия кластеров осуществляется, исходя из реального уравнения состояния моделируемого материала.

Расчет связанных задач основан на методе покомпонентной декомпозиции (по веществам). Предполагается, что для каждого физического вещества выбран собственный метод численного моделирования. Проблема совмещения различных методов на поверхностях контакта решена с учетом взаимного влияния двух сред (сплошной и кластерной).

Для сеточных методов используются разностные схемы кодов ЭГАК и ТРЭК [2], а для методов КД - гамильтоновы разностные схемы, сохраняющие каноничность фазового потока.

Код ЭГАК-КД разработан для моделирования задач, требующих использования высокопроизводительных параллельных вычислительных

систем. Разработанная ранее для сеточных методов технология мелкозернистого поточечного распараллеливания [3] обобщена на метод частиц.

Представлены результаты расчетов методических задач.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Davydov I.A., Piskunov V.N., Voronin B.L. et al.* Cluster dynamics method for simulation of dynamic processes of continuum mechanics // *Computational Materials Science*, 2010. Vol. 49. P.32–36.
2. *Ю.В.Янилкин, С.П.Беляев, Ю.А.Бондаренко и др.* Эйлеровы численные методики ЭГАК и ТРЭК для моделирования многомерных течений многокомпонентной среды. Труды РFYЦ-ВНИИЭФ. Научно-исследовательское издание, Саров:РFYЦ-ВНИИЭФ, вып. 12, 2008, 54-65.
3. *Беляев С.П.* Метод мелкозернистого распараллеливания с динамической балансировкой на примере задачи газовой динамики и вычислительные эксперименты на параллельной системе // ВАНТ, сер. Методики и программы численного решения задач математической физики. 2000. N1. 45-49.

Оглавление

1.	<i>Алгазин С.Д.</i> Численное исследование свободных колебаний упругого тела вращения	3
2.	<i>Андреев С.С., Давыдов А.А., Дбар С.А., Краснов М.М., Лацис А.О., Простов И.В., Плоткина Е.А., Храмцов М.Ю.</i> Полтора года эксплуатации К-100. Что получилось, а что нет	4
3.	<i>Афендикова Н.Г.</i> Об алгоритмах без насыщения в численном решении задач с индексом	6
4.	<i>Басс Л.П., Жуков В.Т., Забродина Е.А., Имшенник В.С., Масленников М.В., Николаева О.В.</i> Оптимизация гибридной микромишени инерциального термоядерного синтеза	6
5.	<i>Батмицев В.А., Ломакин Н.Д., Петровская Д.С.</i> Моделирование спиральных волн в аорте	7
6.	<i>Безродных С.И., Власов В.И.</i> Эффективное решение краевых задач для системы Ляме в областях с конусами	9
7.	<i>Белоносов М.А., Kostov С., Решетова Г.В., Соловьев С.А., Чеверда В.А.</i> Численное моделирование сейсмических волн с использованием математической библиотеки Intel®MKL	10
8.	<i>Белых В.Н.</i> К проблеме численного решения эллиптических краевых задач (и доказательности вычислений)	11
9.	<i>Боронина М.А., Вшивков В.А.</i> О задании начальных и граничных условий при трехмерном моделировании динамики ультра-релятивистских пучков заряженных частиц	13
10.	<i>Брушлинский К.В., Плинер Л.А., Забродина Е.А., Меньшов И.С., Жуков В.Т., Долголева Г.В., Легкоступов М.С.</i> К вопросу неустойчивости протопланетного диска Солнца	14
11.	<i>Будянский А.В.</i> Численное исследование сосуществования и конкуренции популяций хищников и жертв	15
12.	<i>Бураго Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин И.С.</i> Математическое моделирование процессов усталостного разрушения элементов конструкции газотурбинного двигателя	16
13.	<i>Бутюгин Д.С.</i> Эффективные итерационные кластерные решатели для СЛАУ электромагнетизма	18

14.	<i>Варин В.П.</i> Анализ модели вакуумного диода	19
15.	<i>Варфоломеев Д.А., Куропатенко В.Ф.</i> Математическое моделирование дробления вещества во встречных волнах разрежения	20
16.	<i>Васкевич В.Л.</i> Погрешность, обусловленность и гарантированная точность многомерных сферических кубатурных формул	22
17.	<i>Виноградова С.А.</i> Особенности использования методов ILU и CG+ILU при решении стационарной задачи конвекции-диффузии в анизотропной среде	23
18.	<i>Воронин К.В., Калинин А.А., Лаевский Ю.М.</i> Применение неконформного метода конечных элементов для трехмерной задачи Стокса	24
19.	<i>Гавриков М.Б.</i> Электромагнитная гидродинамика двухжидкостной плазмы	25
20.	<i>Гавриков М.Б., Талорский А.А.</i> Численное и аналитическое исследование поглощения альфвеновской волны в диссипативной плазме	26
21.	<i>Говорухин В.Н.</i> Вариант бессеточного численного метода расчета динамики плоских вихревых структур	27
22.	<i>Гольдич А.С.</i> Плазмостатические модели некоторых ловушек галатей	29
23.	<i>Грудницкий В.Г., Мендель М.</i> Расчёт разрывных течений газа характеристическими консервативными схемами высокой точности	31
24.	<i>Дерябин С.Л., Садов А.П.</i> Двумерные решения уравнений мелкой воды, описывающие выход волны на берег	33
25.	<i>Довгилевич Л.Е., Краснов Н.А., Софронов И.Л.</i> Высокоточная аппроксимация прозрачных граничных условий для волнового уравнения	34
26.	<i>Довгилевич Л.Е., Софронов И.Л.</i> Анализ явных и неявных конечно-разностных операторов в применении к задачам распространения волн в анизотропной упругой среде	36
27.	<i>Долголева Г.В.</i> Численное моделирование процесса теплопереноса	37
28.	<i>Долголева Г.В., Николаева О.В.</i> Методика расчета гибридной микромешки	39
29.	<i>Дубровская О.А., Мальбахов В.М., Сухинин А.И.</i> Численное моделирование распространения аэрозольных эмиссий от пожаров и их влияние на атмосферную циркуляцию	40
30.	<i>Елаева М.С.</i> Численные и аналитические методы в исследовании задачи о распаде сглаженного начального разрыва	41

31. Жуков В.Т., Новикова Н.Д., Феодоритова О.Б. Масштабируемый параллельный многосеточный метод для решения разностных эллиптических уравнений 42
32. Зайцев Н.А. Усеченные условия полной прозрачности на открытых границах в изотропных средах 45
33. Злотник А.А. О пространственной дискретизации квазигазодинамической системы уравнений и уравнении баланса энтропии 47
34. Ильин В.П. Параллельные алгоритмы и технологии декомпозиции областей 48
35. Ильичев В.Г. К построению теории биологической адаптации. Компьютерные эксперименты и теорема Перрона 49
36. Иткина Н.Б. Применение стабилизированных методов для решения задач конвекции-диффузии-реакции 50
37. Калинин А.А., Лаевский Ю.М. Итерационный решатель систем уравнений с разреженной матрицей для машин с распределенной памятью 51
38. Кандрюкова Т.А., Лаевский Ю.М. О численном моделировании задачи фильтрационного горения газа 52
39. Карцева Е.Ю., Липницкий Ю.М., Панасенко А.В. Математическое моделирование прохождения ударных волн через перфорированную перегородку в канале с использованием многоблочных сеточных технологий 53
40. Ким А.В., Кормышев В.М., Сафронов М.А. Параллельные алгоритмы численного решения функционально-дифференциальных уравнений 54
41. Козлов Н.Н. Об одном подходе к расчету генетического кода 55
42. Крутова И.Ю. Закрутка газа силой Кориолиса при плавном стоке 57
43. Крыжановская Ю.А., Владимирова И.С. Программная реализация вычисления вероятности рецидива инсульта 60
44. Ларченко В.В. Осреднение в условиях рождения вторичных течений слабонеоднородной вязкой жидкости 61
45. Лахно В.Д. Математическое моделирование переноса заряда в биополимерах и проводящие свойства ДНК 62
46. Лахно В.Д., Фиалко Н.С. О расчете свободной энергии полярона Холстейна при низких температурах 63
47. Левин В.А., Мануйлович И.С., Марков В.В. Численное моделирование тороидального электрического разряда в горючей смеси 65
48. Луцкий А.Е. Управление аэродинамическими характеристиками летательных аппаратов путем активного воздействия на поток 66

49. *Люлька Н.А.* Неустойчивость системы двух осцилляторов при сложном и комбинационном резонансах 68
50. *Мариненко А.В., Шурина Э.П.* Численные схемы моделирования трехмерных электромагнитных полей при различных типах источников 69
51. *Марков А.А., Филимонов И.А., Мартиросян К.А.* Самосогла-сованное численное моделирование микро-макро масштабов самораспространяющегося теплового фронта в пористой среде с распределенным сопротивлением 70
52. *Медведев И.Н.* О дисперсии весовой оценки интегрального уравнения 2-го рода или системы таких уравнений методом Монте-Карло 72
53. *Месяц Е.А., Снытников А.В.* Трехмерная численная модель насыщения двухпоточковой неустойчивости электронного пучка в плазме 73
54. *Надолин К.А., Жиляев И.В.* Верификация редуцированной трехмерной математической модели гидродинамики мелкого протяженного руслового потока 74
55. *Острик А.В.* Численное моделирование неравновесных процессов в гетерогенных структурах при объемном поглощении энергии 75
56. *Пененко А.В.* Алгоритмический анализ чувствительности обратной коэффициентной задачи теплопроводности 77
57. *Пененко В.В., Цветова Е.А.* Построение согласованных алгоритмов для решения прямых и обратных задач природоохранного прогнозирования на основе вариационного принципа 78
58. *Пергамент А.Х.*, *Сюлюкина Н.В.* Исследование неустойчивости фронтов вытеснения в задачах неизотермической фильтрации 79
59. *Пичугина О.А.* Использование методов подпространства Крылова для решения задачи конвекции-диффузии в анизотропной среде 81
60. *Пленкин А.В.* Локализация разрывов в методах сквозного счета с помощью вейвлет анализа и адаптация расчетной сетки к положению разрывов 82
61. *Рыков Ю.Г.* О некоторых подходах, связанных с ростом мощности вычислительных средств, в моделировании двухфазных сред при наличии фазовых переходов 83
62. *Селицкий А.М.* Численный метод решения 3-й краевой задачи для параболического дифференциально-разностного уравнения . 84

63. *Семенов И.В., Залялов А.Н., Малькин А.Г., Рыбкин А.С.* Программа СМК-У решения уравнения переноса нейтронов и гамма-квантов методом Монте-Карло для арифметических ускорителей 85
64. *Симбиркин В.Н., Якушев В.Л., Филимонов А.В.* Поиск опасного направления сейсмического воздействия для пространственных сооружений 87
65. *Скорыходов С.Л.* Численный анализ дзета-функции Римана . . . 88
66. *Соболев Е.В., Тихонов Д.А., Фиалко Н.С.* О численном решении уравнений дискретной модели Холстейна 90
67. *Солодушкин С.И.* Численное решение функционально-дифференциальных уравнений в частных производных на удаленном сервере 91
68. *Страховская Л.Г.* 3D газодинамическая модель самогравитирующего астрофизического диска 92
69. *Тиховская С.В.* Экстраполяция Ричардсона в двухсеточном методе для нелинейного уравнения второго порядка с пограничным слоем 94
70. *Хатунцева О.Н.* Особенности и методы математического моделирования гистерезисных функций первого и второго типов . . 96
71. *Цибулин В.Г., Трофимова А.В.* Расчет семейства стационарных конвективных режимов в пористом цилиндре 97
72. *Чечина А.А.* Макро- и микроскопические модели транспортных потоков на многополосных магистралях 98
73. *Чмыхова Н.А.* Численная модель динамики плазмы в магнитной ловушке "Галатеея-пояс" 99
74. *Чупин А.В., Ширинкина А.А., Шумиловских Е.С.* Использование свободных численных пакетов Pencil и Flash для моделирования задач гидрогазодинамики 101
75. *Шваб И.В., Якункин Н.И., Медведев С.Б.* Численное моделирование динамики плазмы в неоднородном магнитном поле 103
76. *Штабель Н.В., Шурина Э.П.* Численное моделирование трехмерных электромагнитных полей в анизотропных средах 104
77. *Штабель Е.П., Шурина Э.П., Эпов М.И.* Моделирование нестационарных электромагнитных полей в областях с техногенными объектами 105
78. *Эпов М.И., Шурина Э.П., Артемьев М.К.* Численная гомогенизация сред с контрастными микровключениями 106

79. *Этов М.И., Шурина Э.П., Архипов Д.А.* Методы декомпозиции области с наложением для решения уравнения Гельмгольца векторным МКЭ 107
80. *Яничкин Ю.В., Беляев С.П., Софронов В.Н., Шмелев В. А., Мокина К.С., Потехина Е.В., Дегтяренко Л.И., Разумков А.С., Антипина Н.Р., Потехин А.Л., Черенкова М.В., Пискунов В.Н., Давыдов И.А.* Код ЭГАК-КД для моделирования 3D течений с использованием сеточных и дискретных подходов 109