Институт прикладной математики
им. М.В. Келдыша РАН (Москва)

Южно-Российский региональный центр
информатизации ЮФУ (Ростов-на-Дону)

XX ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
Молодежная школа-конференция

«ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И КОНСТРУИРОВАНИЕ ЧИСЛЕННЫХ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»,

посвященная памяти К.И. Бабенко

15–21 сентября 2014 г.
Новороссийск, Абрау–Дюрсо

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Москва – 2014

УДК 51, 53
ББК 22.19

Тезисы докладов XX Всероссийской конференции и Молодежной школы-конференции «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов решения задач математической физики», посвященной памяти К.И.Бабенко (Дюрсо, 15 – 20 сентября, 2014).– М: Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша, 2014. – 121 с.

АННОТАЦИЯ

Конференция включает лекции и доклады по вычислительной математике, аэро-гидродинамике, молекулярной биологии. Обсуждаются направления развития алгоритмов математической физики и параллельных вычислительных технологий. Также рассматриваются теоретические вопросы дифференциальных уравнений, точные и асимптотические представления решений краевых задач и динамических систем.

Proceedings of the XX All-Russian Conference and the Youth School-Conference «Theoretical bases and generation of numerical algorithms of solving mathematical physics problems», devoted to K.I. Babenko (Durso, 15-20 September, 2014)

ABSTRACT

The conference includes lectures and reports on computational mathematics, aero-hydrodynamic, molecular biology. The development of mathematical physics algorithms and the parallel computational technologies are discussed. The theoretical problems on differential equations, exact and asymptotic solutions of boundary problems are considered.

Оргкомитет XX Конференции выражает признательность Российскому фонду фундаментальных исследований (гранты 14-01-20226 Г, 14-31-10133 мол_г) и Отделению математических наук РАН, поддержавших это мероприятие.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт прикладной математики
имени М.В. Келдыша Российской академии наук

Москва, 2014

==

ISBN: 978-5-98354-012-5

ПРОГРАММНЫЕ ОРГКОМИТЕТЫ

Председатель Оргкомитета конференции

Афендиков Андрей Леонидович, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Двадцатой всероссийской конференции

А.Л. Афендиков, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва (председатель);

А.И. Аптекарев, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва (сопредседатель);

В.И. Бердышев, академик, Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения РАН, Уральский федеральный университет, Екатеринбург;

К.В. Брушлинский, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;

Ю.Н. Дерюгин, Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Саров;

Г.В. Долголева, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;

В.Т. Жуков, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;

В.Ф. Куропатенко, Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. академика Е. И. Забабахина, Снежинск;

Г.В. Муратова, Южно-Российский региональный центр информатизации, Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону;

В.М. Тихомиров, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва;

М.Ю. Филимонов, Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского отделения РАН, Екатеринбург;

Б.Н. Четверушкин, академик, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва,

Р.М. Шагалиев, Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Саров;

Молодежной школы-конференции

А.Л. Афендиков, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва (председатель);

Л.А. Крукиер, Южно-Российский региональный центр информатизации, Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону (сопредседатель);

В.А. Левин, академик, Научно исследовательский институт механики МГУ им. М.В.Ломоносова, Москва;

К.В. Брушлинский, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;

Ю.Н. Дерюгин, Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Саров;

Г.В. Долголева, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;

В.Т. Жуков, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;

В.Ф. Куропатенко, Российский федеральный ядерный центр — Всероссийский научно-исследовательский институт технической физики им. академика Е.И. Забабахина, Снежинск;

А.Е. Луцкий, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;

Г.В. Муратова, Южно-Российский региональный центр информатизации, Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону;

В.М. Тихомиров, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва;

М.Ю. Филимонов, Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского Уральского отделения РАН, Екатеринбург;

Р.М. Шагалиев, Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Саров;

ЛОКАЛЬНЫЙ ОРГКОМИТЕТ

Афендиков Андрей Леонидович, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН *(председатель)*
Аптекарев Александр Иванович, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Афендикова Надежда Геннадьевна, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Брушлинский Константин Владимирович, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Давыдов Александр Александрович, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Долголева Галина Владимировна, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН *(программа)*
Жуков Виктор Тимофеевич, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Зайцев Николай Альбертович, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Лысов Владимир Генрихович, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Михайлова Любовь Ивановна, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН *(секретариат)*
Никитин Константин Евгеньевич, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН *(тех. поддержка)*
Пленкин Андрей Валерьевич, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН *(секретариат)*
Рыков Юрий Германович, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Северин Александр Владимирович, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Сушкевич Тамара Алексеевна, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Тишкин Владимир Федорович, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Чмыхова Наталья Александровна, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН *(секретариат)*

ОГЛАВЛЕНИЕ

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ТРЕХМЕРНОГО ЗАКРУЧЕННОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОГО СЖИМАЕМОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА ПРИ ВЕРТИКАЛЬНОМ ПРОДУВЕ

Л.В. Абдубакова[1], А.Г. Обухов[2]

[1]*Тюменский государственный университет*, *ablili@mail.ru*
[2]*Тюменский государственный нефтегазовый университет*, *aobukhov@tsogu.ru*

В работе проведен численный расчет газодинамических параметров трехмерного нестационарного восходящего закрученного течения газа, вызванного вертикальным продувом при учете действия сил тяжести и Кориолиса. В прямоугольном параллелепипеде численно строятся решения полной системы уравнений Навье-Стокса с использованием явной разностной схемы при конкретных начальных и краевых условиях [1, 2].

Расчеты показывают, что с течением времени происходит постепенный рост абсолютных значений скоростей и выход на стационарный режим течения. В частности, при скорости продува газа в 1 м/с через трубу с квадратным сечением, размером пять метров на пять метров, скорость окружного течения (закрутки) газа в придонной части составит 5 м/с.

Сопоставление численных значений кинетических энергий позволяет сделать вывод о том, что основной вклад порядка 97% в общую кинетическую энергию восходящего закрученного потока дает кинетическая энергия вращательного движения.

Исследования поддержаны Министерством образования и науки РФ (проект № 2014/229).

Список литературы:

1. *Баутин С.П., Крутова И.Ю., Обухов А.Г., Баутин К.В.* Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты. − Новосибирск: Наука; Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2013. − 215 с.
2. *Баутин С.П., Обухов А.Г.* Одно точное стационарное решение системы уравнений газовой динамики // Известия вузов. Нефть и газ.− 2013. − № 4. − С.81−86.

КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПО МАКСВЕЛЛУ, БОЛЬЦМАНУ И ПУАНКАРЕ

С.З. Аджиев, Я.Г. Батищева, **В.В. Веденяпин**, И.В. Мелихов

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,
Химический факультет МГУ

Будет рассказано об истории уравнения Больцмана, об энтропии по Больцману и Пуанкаре и о приложениях кинетической теории для объяснения обратного фотофореза и радиометра Крукса. Фундаментальность энтропии связывается с именами В.В. Струминского и Я.Б. Зельдовича, 100-летие которых отмечается в этом году.

Список литературы

1. *Patents US 182172, Crookes, William*, "Improvement In Apparatus For Indicating The Intensity Of Radiation", published 10 August 1876, issued 12 September 1876.
2. *James Clerk Maxwell*. On stresses in rarefied gases arising from inequalities of temperature", Royal Society Phil. Trans. (1879).
3. *Дж. К. Максвелл.* Труды по кинетической теории. Перевод под редакцией В.В.Веденяпина и Ю.Н.Орлова. М. БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011.
4. *Boltzmann L.* Weitere Studien über das Wärmegleichgewicht unter Gasmolekülen. Wien: Akad. Sitzungsber, 1872. Bd. 66. S. 275–370. Перевод: Больцман Л. Избранные труды. М., 1984. (Дальнейшие исследования теплового равновесия между молекулами газа. С. 125–189.)

СПЕКТРАЛЬНЫЙ ПОРТРЕТ ОПЕРАТОРА ОРРА-ЗОММЕРФЕЛЬДА

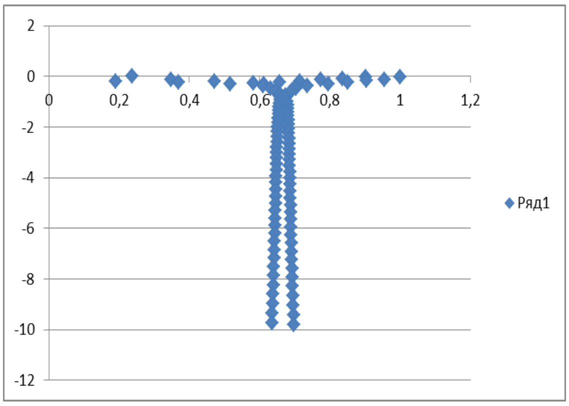
С.Д. Алгазин[1], Г.Х. Соловьёв[2]

[1]*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН,*
algazinsd@mail.ru
[2]*Московский государственный машиностроительный университет*
(МАМИ), 19tatarin45@rambler.ru

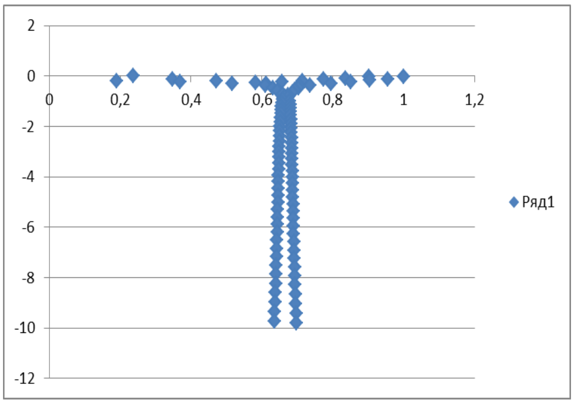
С известным в гидродинамике оператором Орра-Зоммерфельда ассоциируется модельная задача вида $-i\varepsilon y'' + q(x)y = \lambda y, \quad y(-1) = y(1) = 0$. Здесь λ – спектральный параметр, ε – малый параметр, который пропорционален вязкости жидкости и обратно пропорционален числу Рейнольдса, $q(x)$ – скорость стационарного профиля жидкости в канале $|x| \le 1$. Изучается поведение спектра соответствующего модельного оператора при

$\varepsilon \to 0$ с линейными, квадратичными и монотонными аналитическими функциями. Показано, что множества точек накопления спектра (предельные спектральные графы) модельного оператора и соответствующего оператора Орра-Зоммерфельда совпадают. Совпадают также главные члены функций распределения собственных значений вдоль кривых предельных графов.

Спектральный портрет при Re =10000, α=1 для течения Пуазейля приведён на Фиг. 1. На Фиг. 2 приведён спектральный портрет модельной задачи с потенциалом $q(x)=1-x^2$.



Фиг. 1



Фиг. 2

О НОВЫХ АРХИТЕКТУРАХ И НОВЫХ ТЕСТАХ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ.

С.С. Андреев, С.А. Дбар, **А.О. Лацис**, Е.А. Плоткина

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, lacis@kiam.ru

Потенциал роста производительности суперкомпьютеров традиционной архитектуры практически исчерпан. Производительность процессорного ядра почти не растет уже более 10 лет, наращивание количества процессорных ядер в суперкомпьютере приводит к целому ряду трудно разрешимых проблем, важнейшая (но не единственная) из которых – проблема энергопотребления. Поиск и освоение новых архитектур становится неприятной, но все более насущной необходимостью.

В последние 4-5 лет путь этого поиска представлялся непростым, но более или менее обозримым и понятным. Графические процессоры позволяют наращивать производительность и экономить энергию, но очень тяжелы в программировании. Спешить их осваивать не следует – «на подходе» Xeon Phi, который позволит решать все те же проблемы, но без сложности программирования, характерной для графических процессоров. Надо просто дождаться его появления…

Сегодня мы знаем, что графические процессоры не оправдали связанных с ними надежд во многом, а идущий им на смену долгожданный Xeon Phi – практически ни в чем. Чуда не произошло, волшебного способа ускорить работу программ, написанных полвека назад, так и не появилось. Проблема создания и освоения новых архитектур снова стоит перед нами во всей своей полноте.

Проблема эта комплексная, поскольку новые архитектуры бесполезны в отрыве от новых методов и алгоритмов. Придумать архитектуру, способную ускорить старые алгоритмы, нельзя, но можно пытаться придумать архитектуру, способную ускорить решение задач при использовании соответствующих этой архитектуре алгоритмов и методов. Значит, требуется совместная, согласованная ревизия всей технологической цепочки, от методов и алгоритмов до «железа». Решающая роль при этом отводится построению макетов новых вычислителей с использованием технологий программируемой логики, поскольку именно они позволяют самостоятельно создавать и испытывать принципиально новые вычислители.

Сложнейшим аспектом этой комплексной работы является налаживание практического взаимопонимания между математиками, системными программистами и специалистами по «железу».

Практические работы по обозначенной выше проблематике ведутся в ИПМ им. М. В. Келдыша уже несколько лет, и о них будет рассказано в докладе.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ НЕЙРОНОВ

Е.М. Андреева, В.В. Бавин, **Г.В. Муратова**

Южный федеральный университет
Южно-Российский региональный центр информатизации
andreeva@sfedu.ru, winbavin@rambler.ru, muratova@sfedu.ru

В настоящее время большое внимание исследователей обращено к моделированию биологической нейронной сети, в которой происходят процессы генерации и распространения нервных импульсов. На основе динамических механизмов работы нейрона созданы различные модели. Среди них есть относительно простые, например «Inregrate and Fire», в которой нейрон представляется в виде конденсатора и резистора. Созданы и более сложные, биологически правдоподобные модели, например, модель Ходжкина-Хаксли.

В данной работе мы исследуем модель Ижикевича [1], которая представляет из себя некоторый компромисс между вычислительной сложностью и биофизической правдоподобностью. Она основана на системе дифференциальных уравнений диффузии, описывающих динамику мембранного потенциала нейрона. С ее помощью можно моделировать различные типы активности нейронов в коре мозга. На рисунке 1 приведен пример пачечной активности.

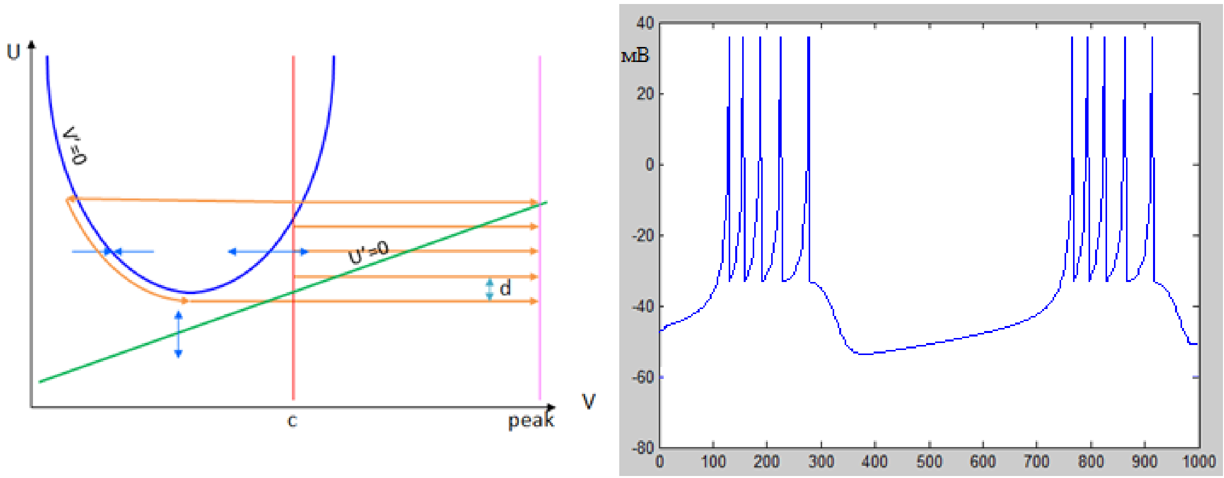


Рис. 1 – фазовая плоскость и график изменения потенциала во времени модели пачечной активности нейронов.

На основе модели Ижикевича разработана модель роста нейронной популяции с учетом влияния сигнальных молекул, диффундирующих из нейронов, на направление роста аксонов и распространения строительных молекул вдоль растущих отростков. Смоделирован процесс распространения электрического сигнала вдоль нервного волокна, с учетом основных положений нелинейной кабельной теории, описывающей активную мембрану нейронных отростков. Проведен ряд вычислительных экспериментов

Список литературы:

1. *E.M. Izhikevich* // Dynamical Systems in Neuroscience: The Geometry of Excitability and Bursting, USA, MA, Cambridge: The MIT Press., 2007

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХ, ТРЕХ И ЧЕТЫРЕХ СФЕРИЧЕСКИХ УДАРНЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

В.А. Андрущенко, **И.В. Мурашкин**

Институт автоматизации проектирования РАН, murashkin@inbox.ru

Решена модельная задача о множественных взрывах в атмосфере для случая их упорядоченного расположения в пространстве в целях апробации численной методики для изучения взрывного взаимодействия фрагментов метеороидов. Выявлены эффекты по взаимодействию ударных волн друг с другом и с центральными областями взрывов. Численно исследована задача о двух, трех и четырех точечных взрывах в атмосфере, за математическую модель явления выбирается система нестационарных трехмерных уравнений Эйлера в сжимаемом совершенном газе в декартовых координатах. Границы отодвинуты далеко от областей взрыва и поэтому условия на них соответствуют невозмущенной атмосфере.

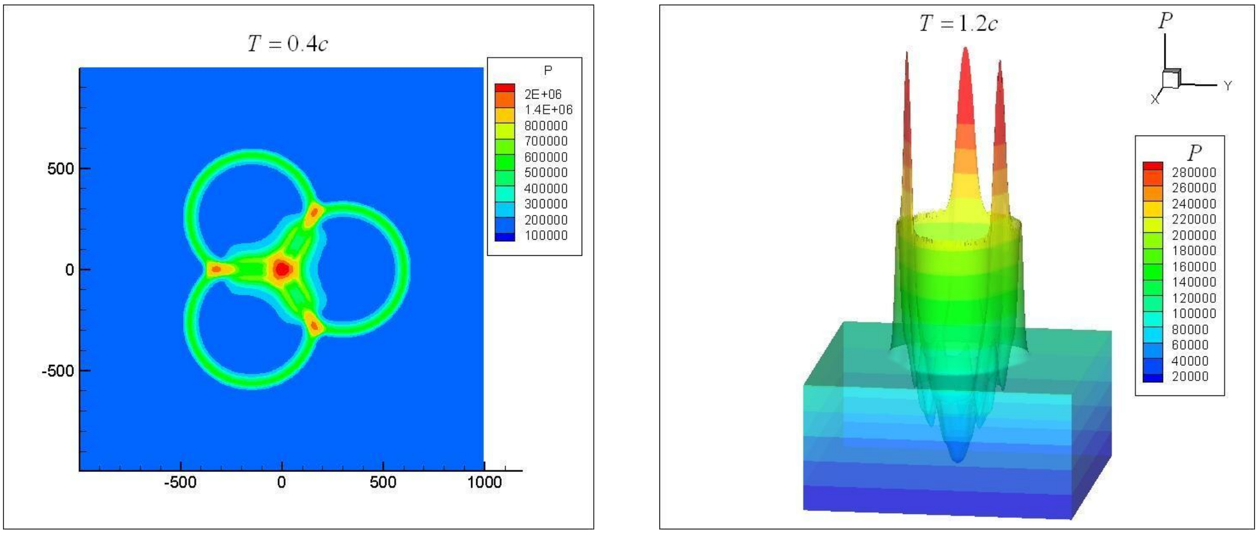


Рис.1. Изобары взаимодействия трех взрывов для двух моментов времени

Рассмотрены процессы нерегулярных стадий столкновения множественных сферических УВ, образование вторичных исходящих УВ и тангенциальных разрывов. Изучены эффекты образования завихренностей и других особых точек, кумулятивные эффекты в результате фокусировки нескольких сходящихся ударных волн, эффекты отражения УВ при взаимодействии с горячими областями газа. Прослежено развитие ударно-волнового процесса по поведению скорости, давления и температуры.

Работа поддержана грантом РФФИ №12-01-00602.

Список литературы:

1. *Андрущенко В.А., Мурашкин И.В.* Исследование ударно-волновых процессов на ранней стадии взаимодействия двух взрывов в неоднородной атмосфере // Естественные и технические науки 2013. №6. С.25-27.

ОБ ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ.

А.Л. Афендиков

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, andre@keldysh.ru

Несмотря на рост производительности современных суперкомпьютеров проблема исследования оптимальности алгоритмов не теряет своей актуальности. Для оценки качества вычислительных алгоритмов известны различные подходы. Однако, для современных параллельных суперкомпьютеров алгоритмы должны допускать массивное распараллеливание и быть до определенной степени логически простыми.

Для численных алгоритмов реализующих отображения функциональных компактов, к которым сводятся многие задачи математической физики, можно дать определение оптимальности не зависящее от числа процессоров и программной реализации. Тем самым появляется теоретическая основа для оценки качества параллельных алгоритмов, основанная на идущей от работ А.Н. Колмогорова, К.И. Бабенко и Н.С. Бахвалова идее использования для этой цели теории поперечников и ε-энтропии компактов.

Работа поддержана грантом РНФ № 14-11-00872.

ПРОЕКЦИОННЫЕ МЕТОДЫ В НАУЧНОМ ТВОРЧЕСТВЕ М.В.КЕЛДЫША

Н.Г. Афендикова

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, nafend@mail.ru

Когда говорят о вкладе М.В. Келдыша в развитие вычислительной математики, то чаще всего вспоминают о его влиянии на появление первых ЭВМ и развитие в стране компьютерной базы.

Так же невозможно переоценить его роль в развитие математического моделирования и теории численных методов. Начало его исследований было простимулировано сверхактуальными работами по предотвращению флаттера – возникновения автоколебаний самолетных конструкций. В этой задаче потребовалось создать адекватную математическую модель, численный метод ее исследования и провести вычисления, которые позволили дать инженерам конкретные рекомендации. Для численного решения несамосопряженной задачи, возникающей при исследовании флаттера, он применил метод проекционного типа – метод Галеркина. Позднее М.В. Келдыш дал и его теоретическое обоснование.

Эти работы М.В.Келдыша и последующие исследования Михлина по проекционным методам дали основания говорить об общем методе Бубнова-Галеркина – Келдыша - Михлина. Наиболее важное применение этот подход нашел много позднее в методе конечных элементов и теории разностных схем.

Доклад сопровождается демонстрацией экспонатов кабинета-музея академика М.В.Келдыша.

Список литературы:

1. *Келдыш М.В.* Избранные труды. Математика. // М.: Наука, 1985.
2. *Келдыш М.В.* Избранные труды. Механика. // М.: Наука, 1985.
3. *М.В.Келдыш* Творческий портрет по воспоминаниям современников. // М.: Наука, 2002.

КОМБИНИРОВАННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ДЛЯ ПРОГНОЗА ПОГОДЫ

А.Н. Багров, **Ф.Л. Быков**, В.А. Гордин

Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"
Гидрометцентр России, Москва, vagordin@mail.ru

Применение статистических методов к результатам различных гидродинамических схем прогноза погоды, основанных на численном решении систем квазилинейных уравнений в частных производных, позволяет добиться улучшения качества прогноза метеоэлементов: приземной температуры воздуха, температуры точки росы, давления, скорости ветра, количества осадков по сравнению с результатами каждой из схем.

Будут представлены оценки по месяцам за период с июля 2010г. прогноза приземной температуры и количества осадков. Также оцениваются лучшие зарубежные глобальные схемы и региональная схема COSMO-RU7. Разработанная схема комплексного прогноза использует перечисленные выше схемы.

Комплексные прогнозы перечисленных метеоэлементов для 240 городов России и 9 городов Белоруссии выкладываются на сайте Гидрометцентра России ежесуточно примерно в 9:15 и в 21:15 мск (начиная с 2009 и 2012гг, соответственно) по адресу http://method.hydromet.ru/ansambl/ansambl.html. Заблаговременность комплексных прогнозов: до 120 ч для температуры воздуха и до 72 ч для осадков, точки росы и ветра с разрешением по времени 6 ч. Отдельно представляются графики фактической и прогностической минимальной и максимальной температуры воздуха за последние 15 дней (прогноз на ближайшую ночь и следующий день), а также фактических и прогностических осадков за тот же период. Результаты комплексного прогноза используются в оперативной синоптической практике.

Описание геометрии, динамики и типа атмосферных фронтов также базируется на вычислении довольно сложных дифференциальных выражений, вычисленных по прогностическим полям геопотенциала, температуры и ветра. Затем применяются алгоритмы отбора точек фронта, параметры которого используют статистические сведения об атмосфере Земли. Будет продемонстрирована динамика атмосферных фронтов на разных высотах с шагом 1 час на основе схемы COSMO-RU7 (шаг по горизонтали 7км). Система работает оперативно.

Список литературы:

1. *Алдухов О.А., Быков Ф.Л., Гордин В.А.* Крупномасштабные трехмерные корреляционные функции для атмосферы Земли. Ярославский педагогический вестник. Серия Естественные науки. 2011, №4, стр. 36-43.
2. *Багров А.Н., Гордин В.А., Халявин А.В.* Ансамблевый прогноз приземной температуры воздуха и количества осадков», "Метеоспектр", 2009 №4, стр.113-115.
3. *Багров А.Н., Быков Ф.Л., Гордин В.А.* Комплексный прогноз приземных метеоэлементов. Метеорология и гидрология, 2014 №5, стр. 5-16.
4. *Быков Ф.Л., Гордин В.А.* Трехмерный объективный анализ структуры атмосферных фронтов. Изв. РАН, Сер. Физика атмосферы и океана. 2012, т.48 №2, 172-188.
5. *Быков Ф.Л., Гордин В.А.* О статистической связи атмосферных фронтов и осадков. Тр. Гидрометцентра РФ, 2012, № 348, 184-194.
6. *Гордин В.А.* Математика, компьютер, прогноз погоды и другие сценарии математической физики. М., ФИЗМАТЛИТ, 2010, 2012.

ТРЕХМЕРНЫЙ НЕСТАЦИОНАРНЫЙ РАСЧЕТ ТЕПЛОВОГО ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА ВЯЗКОГО СЖИМАЕМОГО ПОЛИТРОПНОГО ГАЗА

Д.Д. Баранникова[1], А.Г. Обухов[2]

[1]*Тюменский государственный университет, lusy_and_jam@mail.ru*
[2]*Тюменский государственный нефтегазовый университет, aobukhov@tsogu.ru*

При использовании явной разностной схемы в прямоугольном параллелепипеде численно строятся решения полной системы уравнений Навье-Стокса. Такие решения описывают трехмерные нестационарные течения сжимаемого вязкого теплопроводного газа в восходящих закрученных потоках в условиях действия сил тяжести и Кориолиса при постоянных коэффициентах вязкости и теплопроводности [1]. Восходящий закрученный поток инициируется локальным нагревом подстилающей поверхности и моделируется функцией $T\big|_{z=0} = T_0(t,x,y) = 1 + 0.125(1 - e^{-10t})\cos^6(\pi\sqrt{(x-0.5)^2 + (y-0.5)^2})$.

При нагреве подстилающей поверхности и ненулевой угловой скорости вращения Земли течение газа в придонной части приобретает положительную закрутку и переходит в вертикальную часть потока.

Причиной возникновения закрутки газа в положительном направлении является перераспределение в пространстве движущихся встречных потоков газа при конкретном выборе начальных и граничных условий.

Исследования поддержаны Министерством образования и науки РФ (проект № 2014/229).

Список литературы:

1. *Баутин С.П., Крутова И.Ю., Обухов А.Г., Баутин К.В.* Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты. − Новосибирск: Наука; Екатеринбург: Изд-во УрГУПС, 2013. − 215 с.
2. *Баутин С.П., Обухов А.Г.* Об одном виде краевых условий при расчете трехмерных нестационарных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа // Известия вузов. Нефть и газ. − 2013. − № 5. – С.55−63.

РАСЧЕТ СПИРАЛЬНЫХ ВОЛН В АОРТЕ

В.А. Батищев, Д.С. Петровская

Южный федеральный университет, batishev-v@mail.ru

В докладе приводится математическая модель, описывающая короткие спиральные волны в восходящей аорте. Волны вызваны вращающимся потоком крови, поступающим на вход в аорту из левого желудочка сердца. Модель построена на основе системы Навье-Стокса и динамических уравнений тонкой упругой изотропной оболочки. Показано, что короткие спиральные волны, в отличие от длинных волн, заполняют все поперечное сечение сосуда, а механизмом их переноса является стационарный поток. Часть коротких волн локализована в критическом слое вблизи оси цилиндра, моделирующего аорту. Построены квазистационарные спиральные моды, которые в главном приближении не изменяют направления вращения жидкости.

Проведены численные расчеты окружной компоненты скорости различных мод в течение систолы. Показано, что возможно однонаправленное вращение жидкости, которое описывается суммой спиральных мод с преобладанием квазистационарной моды.

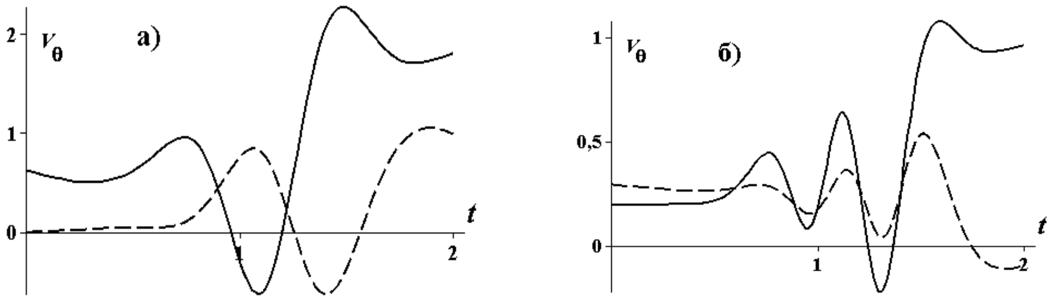


Рис.1. Амплитуды спиральных волн в зависимости от времени в течение систолы

Во время систолы в фиксированном сечении цилиндра возможно одноразовое изменение направления вращения жидкости в течение небольшого промежутка времени (рисунок 1) Этот факт подтвержден экспериментально. В начале систолы существует отрезок времени в течение которого, окружная скорость изменяется незначительно. Длина этого временного промежутка увеличивается как при удалении от входа в аорту, так и с ростом номера моды. Наибольшего значения окружная скорость достигает вблизи входа в аорту во второй половине систолы. Высшие спиральные моды возбуждаются в конце систолы. Со временем окружная компонента скорости совершает колебания, причем число колебаний растет как с ростом номера моды, так и со временем. При удалении от входа в аорту спиральные моды затухают, причем старшие моды затухают сильнее, чем первая.

ВЫЧИСЛЕНИЕ СЕМЕЙСТВ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ОРБИТ ПО ИХ ПОРОЖДАЮЩИМ РЕШЕНИЯМ

А.Б. Батхин

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша, batkhin@gmail.com

Рассматривается сингулярно возмущенная система Гамильтона с двумя степенями свободы, невозмущенная часть которой дает интегрируемую каноническую систему. Строятся такие решения интегрируемой системы, называемые решениями-дугами, которые начинаются и заканчиваются в особых точках возмущающей функции. Из этих решений-дуг составляются т. н. порождающие решения, которые есть предельные положения решений возмущенной системы при стремлении возмущения к нулю. Такой подход был независимо разработан М. Эноном [1] и А. Д. Брюно [2] для изучения семейств периодических решений ограниченной задачи трех тел (ОЗТТ).

Решения-дуги могут рассматриваться как «буквы» некоторого конечного или счетного «алфавита», из которого по определенным правилам составляются порождающие решения, а переход от одной дуги к другой задает символическую динамику на множестве решений-дуг. Порождающие решения дают асимптотику начальных условий и периода решения соответствующего семейства периодических орбит, что дает возможность с помощью итерационного вычислительного процесса вначале найти одно из решений семейства, а затем с использованием какого-либо алгоритма продолжения вычислить все семейство и провести бифуркационный анализ.

Такой подход был применен к исследованию семейств симметричных периодических орбит плоской круговой задачи Хилла, являющейся предельным случаем ОЗТТ [3]. Был разработан и реализован алгоритм, который по порождающему решению, составленному из решений-дуг находит соответствующую орбиту задачи Хилла, а затем вычисляет все его семейство. Алгоритм допускает распараллеливание и показал свою эффективность для порождающих решений симметричных орбит при условии, что эти решения составлены не более, чем из шести решений-дуг. С помощью этого алгоритма вычислено более 30 новых семейств периодических орбит задачи Хилла, многие из которых могут быть использованы для проектирования космических миссий в окрестность ближайших к Земле коллинеарных точек либрации или перелетов между ними [4].

Список литературы:

1. *Henon M.* Generating Families in the Restricted Three-Body Problem. Berlin, Springer, 1997.
2. *Брюно А.Д.* Ограниченная задача трех тел: Плоские периодические орбиты. М.: Наука, 1990.
3. *Батхин А.Б.* // Косм. исслед. 2013. Т. 51, № 4. С. 308-322.
4. *Батхин А.Б.* // Косм. исслед. 2013. Т. 51, № 6. С. 497-510.

ПРИБЛИЖЕННОЕ ПОСТРОЕНИЕ ОДНОМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОГО ТЕПЛОПРОДНОГО ГАЗА

С.П. Баутин, **О.Д. Зорина**

Уральский государственный университет путей сообщения, SBautin@usurt.ru

Движение газа при учете физических эффектов вязкости и теплопроводности описывается решением полной системой уравнений Навье – Стокса [1]. В работах [2–4] предложен конкретный метод приближенного построения решений этой системы. От традиционного использования плотности и температуры в качестве независимых термодинамических переменных делается переход к удельному объему и давлению, через которые записываются и уравнения состояния, и сама полная система уравнений Навье–Стокса. Этот переход позволяет записать систему уравнений с частными производными в нормальном виде относительно производных по времени и с полиномиальной правой частью, содержащей только квадратичные нелинейности. В случае одномерных плоско симметричных течений решения выписанной системы уравнений строятся в виде бесконечных сумм от гармоник по пространственной переменной. Коэффициенты бесконечных сумм есть искомые функции, зависящие от времени. Для них получена бесконечная система обыкновенных дифференциальных уравнений, в каждом из которых присутствует бесконечное число искомых функций. Для численного построения приближенных решений учитывается конечное число гармоник и в бесконечной системе обыкновенных дифференциальных уравнений оставляется конечное число соответствующих уравнений.

Решения, построенные в работах [2–4], описывают переход газа от некоторого начального неоднородного состояния к состоянию однородного покоя. В данной работе предложенной в [2–4] методикой строится одно течение, передающее переход от однородного состояния покоя к неоднородному состоянию покоя. Ранее подобная задача была решена методом разложения по малому параметру [1].

Список литературы:

1. *Баутин С.П.* Характеристическая задача Коши и ее приложения в газовой динамике. Новосибирск: Наука, 2009. 368 с.
2. *Баутин С.П., Замыслов В.Е.* Представление приближенных решений полной системы уравнений Навье–Стокса в одномерном случае // Вычислительные технологии. 2012. Т. 17. № 3. С. 3–12.
3. *Замыслов В.Е.* Стоячие волны полной системы уравнений Навье–Стокса в одномерном случае // Вычислительные технологии. 2013. Т. 18. №2. С. 33–45.
4. *Баутин С.П., Замыслов В.Е.* Одномерные периодические течения вязкого теплопроводного газа // Вестник УрГУПС. 2013. № 1(17). С. 4–13.

АНАЛИТИКО-ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ГАРМОНИЧЕСКОГО ОТОБРАЖЕНИЯ СЛОЖНЫХ ОБЛАСТЕЙ

С.И. Безродных[1,2], В.И. Власов[1]

[1]Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН,
[2]ГАИШ МГУ,
sergeyib@pochta.ru, vlasov@ccas.ru

Под гармоническим отображением жордановых областей Z и W будем понимать гармоническое продолжение $w = F(z)$ в область Z заданного гомеоморфизма $B{:}\partial Z \to \partial W$ границ этих областей. Согласно теоремам Радо – Кнезера и Шоке [1] достаточным условием осуществления отображением F

гомеоморфизма замыканий указанных областей является выпуклость области *W*. Одним из важных приложений гармонических отображений является построение расчетных сеток, которое осуществляется следующим образом. Выбирая в качестве области *W* единичный квадрат $Q := [0, 1] \times [0, 1]$ и строя гармоническое отображение $F{:}Z \to Q$, получаем требуемую сетку путем переноса естественной для квадрата (равномерной с шагом h) декартовой сетки в область Z с помощью этого отображения. При этом граничный гомеоморфизм B выбирается таким образом, чтобы на прообразах $l_n{:}=B^{-1}(L_n)$ сторон L_n квадрата Q “граничная производная” dS/ds отображения $w=B(z)$ была постоянна, т.е. $dS(w) / ds = |l_n|^{-1}$, $z \in l_n$. Здесь s (z) и S (w) – длины дуг на ∂Z и на ∂Q. Тогда задача Дирихле для отображения $w = F(z)$ приобретает вид [2]: $\Delta F(z) = 0$, $z \in Z$; $B(z) = w_n - (i)^{n+1} |l_n|^{-1} [s(z) - \sigma_n]$, $z \in l_n$, n = 1,2,3,4; здесь $\sigma_n{:}= |l_1| + \ldots + |l_{n-1}|$, а w_n – вершины квадрата Q. Для решения этой задачи предлагается использовать высокоэффективный аналитико-численный метод мультиполей [3], обладающий экспоненциальной скоростью сходимости. Метод был реализован для построения расчетных сеток в ряде сложных областей и, кроме того, позволил провести теоретическое исследование поведения отображения F вблизи углов и других геометрических особенностей области Z.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 13-01-00923), Программы ОМН РАН “'Современные проблемы теоретической математики”, (проект “Оптимальные алгоритмы решения задач математической физики”) и Программы №3 фундаментальных исследований ОМН РАН.

Список литературы:

1. *Duren P.* Harmonic mappings in the plane, “Cambridge Tracts in Mathematics”. Vol. 156, Cambridge University Press, 2004.
2. *Безродных С.И., Власов В.И.* Об одной проблеме конструктивной теории гармонических отображений // Современная математика. Фундаментальные направления. 2012. Vol. 46. P. 5-30.
3. *Власов В.И.* Краевые задачи в областях с криволинейной границей. М.: ВЦ АН СССР, 1987.

АСИМПТОТИКА КОЛМОГОРОВСКОЙ ε-ЭНТРОПИИ КОМПАКТА БЕСКОНЕЧНО ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ (К ПРОБЛЕМЕ К.И. БАБЕНКО)

В.Н. Белых

Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, belykh@math.nsc.ru

Решена проблема К.И. Бабенко [1]: вычислена асимптотика колмогоровской ε- энтропии компакта C^{∞}- гладких функций, вложенного непрерывно в пространство непрерывных на конечном отрезке функций.

Работа поддержана грантом РФФИ № 12-01-00061-а.

Список литературы:

1. *Бабенко К.И.* Основы численного анализа. М.; Ижевск: 2002. 847 с.
2. *Белых В.Н.* // ДАН, 2013. Т. 452, № 1, 7-11.
3. *Белых В.Н.* // СМЖ, 2011. Т. 52, № 3, 485-501.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПРОППАНТНЫХ УПАКОВОК С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА РЕШЕТОЧНЫХ УРАВНЕНИЙ БОЛЬЦМАНА

Д.А. Бикулов[1], А.А. Саратов[1], Е.А. Грачев[1]

[1]МГУ им. М.В. Ломоносова, dmitry@bikulov.org

В работе продемонстрирована возможность успешного совмещения алгоритмов моделирования механического воздействия и расчёта однокомпонентного течения. Проппанты широко используются при интенсификации нефтедобычи методом гидроразрыва пласта. В этом методе, при закачке в пласт жидкости под большим давлением, происходит растрескивание горной породы, что увеличивает проницаемость пласта и охват дренажем углеводородосодержащей породы, а также создаёт дополнительные каналы притока флюидов к скважине. Дешёвым вариантом проппанта может служить, например, отсортированный песок, который, проникая вместе с жидкостью гидроразрыва в образующиеся трещины, не даёт им сомкнуться после сброса давления закачки. Последнее время особой популярностью пользуется разработка полимерных проппантов, отличительной особенностью которых является высокая сферичность и низкая разрушаемость гранул.

Применение вычислительного эксперимента для анализа абсолютной проницаемости проппантных упаковок (ПУ) совместно с лабораторными исследованиями позволяет ускорить процесс исследования новых образцов проппанта с различными свойствами в широком диапазоне внешних условий.

В рамках работы моделирование течения производится на основе метода решёточных уравнений Больцмана, моделирование ПУ – с помощью насыпной модели упругих сфер произвольного радиуса. В рамках работы определены значения абсолютной проницаемости ПУ в зависимости от нагрузки для различных распределений радиусов сфер.

Суперкомпьютерные вычисления проведены на гибридном суперкомпьютере МГУ «Ломоносов» с использованием CUDA. Программный комплекс состоит из двух модулей: симулятора насыпной модели проппантной упаковки со сдавливанием и симулятора однокомпонентного течения, оптимизированного для работы на GPU-кластере. Показан линейный рост производительности при использовании до 120 GPU одновременно.

Результаты моделирования хорошо согласуются с лабораторными данными. В планах авторов добавить эффективный учёт влияния разрушения проппантных гранул при увеличении нагрузки.

Список литературы:

1. *d'Humieres D.* Multiple-relaxation-time lattice Boltzmann models in three dimensions //Phil. Tr. of the Royal Society of London. 2002. 360. 437-451.
2. *Бикулов Д. и др*. Реализация метода решёточных уравнений Больцмана для расчетов на gpu-кластере // Выч. методы и прогр. 2012. 13. 13–19.

ТЕХНОЛОГИЯ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ ПОПЕРЕЧНО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ ТЕЧЕНИЙ

А.В. Бойко[1], Н.В. Клюшнев[2], **Ю.М. Нечепуренко**[2]

[1]Институт теоретической и прикладной механики им. С.А.Христиановича СО РАН, boiko@itam.nsc.ru

[2]Институт вычислительной математики РАН, n_klyushnev@mail.ru, yumnech@yandex.ru

Доклад посвящен предложенной в [1] технологии численного анализа устойчивости к малым возмущениям полей скорости и давления стационарного течения вязкой несжимаемой жидкости в канале постоянного сечения, бесконечного в продольном и поперечном направлениях, с поперечно-периодическим оребрением стенок. Особенностями этой технологии являются, в частности, использование разложений Флоке, пространственная аппроксимация методом Галеркина-коллокаций, приводящая к дифференциально-алгебраической системе одного и того же для всех задач вида, использование алгебраической редукции для понижения размерности этой системы, метода вычисления с заданной точностью линейного и энергетического критических чисел Рейнольдса и быстрого метода вычисления с заданной точностью максимальной амплификации энергии возмущений [2], основанного на малоранговой аппроксимации матричной экспоненты [3].

Данная технология существенно эффективнее всех используемых в настоящее время других подходов к численному анализу устойчивости поперечно-периодических течений. Имеется программная реализация этой технологии, предназначенная для вычислительных кластеров [4].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, коды проектов 13-01-00270, 13-01-00350 и 13-01-00115.

Список литературы:

1. *Бойко А.В., Нечепуренко Ю.М.* Технология численного анализа влияния оребрения на временную устойчивость плоских течений // Ж. Вычисл. Матем. и Матем. Физ. 2010 Т.50 №6 С.1109-1125.
2. *Boiko A.V., Nechepurenko Yu.M., Sadkane M*. Computing the maximum amplification of the solution norm of differential-algebraic systems // Comput. Math. and Modeling 2012 V.23 №2 P.216-227.
3. *Nechepurenko Yu.M., Sadkane M.* A low-rank approximation for computing the matrix exponential norm // SIAM J. Matr. Anal. Appl. 2011 V.32 №2 P.349-363.
4. *Клюшнев Н.В*. Высокопроизводительный анализ устойчивости поперечно-периодических течений жидкости и газа // Математическое моделирование 2013 Т.25 №11 С.111-120.

ВЛИЯНИЕ ВОЛНИСТОГО ОРЕБРЕНИЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЯ ПУАЗЕЙЛЯ

А.В. Бойко[1], **Н.В. Клюшнев[2]**, Ю.М. Нечепуренко[2]

[1]Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, boiko@itam.nsc.ru
[2]Институт вычислительной математики РАН, n_klyushnev@mail.ru, yumnech@yandex.ru

В бесконечном в продольном и поперечном направлениях оребренном канале

$$\left\{ \ (x,y,z): -\infty < x < \infty, -\eta(z) < y < 1, -\infty < z < \infty \ \right\},$$

где

$$\eta(z) = 1 - \varepsilon\left(\left|\cos\frac{\pi\ z}{2l}\right|^{\gamma} - h_{\gamma}\right),$$

рассматривается течение Пуазейля (постоянный градиент давления и условие прилипания на верхней и нижней стенках канала). Обсуждаются результаты выполненного авторами доклада детального численного исследования влияния такого оребрения на характеристики линейной устойчивости – энергетическое (Re_E) и линейное (Re_L) критические числа Рейнольдса и максимальную амплификацию энергии возмущений ($\Gamma_{\max}$). Эти результаты существенно дополняют традиционное представление об устойчивости течений в оребренных каналах. Показано, в частности, что период оребрения можно подобрать так, что Re_L по сравнению с плоским каналом не изменится, а $\Gamma_{\max}$ – уменьшится (до сих пор считалось, что оребрение уменьшая $\Gamma_{\max}$, всегда уменьшает и Re_L).

Расчеты проводились с помощью предложенной в [1-2] технологии на кластерах МВС100к (МСЦ РАН), Ломоносов (МГУ), а также на кластере НГУ.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, коды проектов 13-01-00270, 13-01-00350 и 13-01-00115.

Список литературы:

1. *Бойко А.В., Нечепуренко Ю.М.* Технология численного анализа влияния оребрения на временную устойчивость плоских течений // Ж. Вычисл. Матем. и Матем. Физ. 2010. Т.50. №6. С.1109-1125.
2. *Клюшнев Н.В.* Высокопроизводительный анализ устойчивости поперечно-периодических течений жидкости и газа // Математическое моделирование 2013. Т.25. №11. С.111-120.

О РАЗНОСТНЫХ МЕТОДАХ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ (исторический обзор)

К.В. Брушлинский

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша, РАН, brush@keldysh.ru

Численные методы решения нелинейных задач с уравнениями математической физики, в первую очередь, задач газодинамики с вязкостью и теплопроводностью составили новую область математики – теорию разностных схем, приложения которой связаны с проблемами крупных научно-технических проектов XX века: атомной энергетики, управляемого термоядерного синтеза, обтекания новых летательных аппаратов и др. Эта теория обобщает создание, развитие и внедрение новых алгоритмов и пытается ответить на вопрос об условиях, при которых решения относительно простых алгебраических уравнений, возникших при замене частных производных конечными разностями, стремятся к точным решениям исходных задач. Лекция

предполагает систематизировать основные этапы и основные положения теории разностных схем и изложить их следующим образом.
1. Исчисление конечных разностей, связанное с любыми приближенными вычислениями, анализом таблиц и методами решения задач с обыкновенными дифференциальными уравнениями.
2. Некоторые теоретические работы о разностных уравнениях с двумя и более независимыми переменными.
3. Основные понятия теории; аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о сходимости приближенного решения к точному, легко доказываемая только в линейных задачах с классическими гладкими решениями.
4. Разрывы в решениях квазилинейных гиперболических уравнений и систем. Численные методы с выделением разрыва. Методы «сквозного счета», использующие диффузию: естественную, «схемную» или искусственную.
5. Схема Годунова и методы годуновского типа, основанные на идее сохранения монотонности решения.
6. Численные методы решения многомерных задач с уравнениями параболического и эллиптического типов. Скорость сходимости итерационных методов.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАВНОВЕСИЯ И КВАЗИРАВНОВЕСИЯ ПЛАЗМЫ В МАГНИТНЫХ ЛОВУШКАХ

К.В. Брушлинский[1], А.С. Гольдич[2], **Н.А. Чмыхова**[1]

[1]*ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, brush@keldysh.ru, Natalia.Chmykhova@gmail.com*
[2]*НИЯУ «МИФИ», dephmaster@gmail.com*

Доклад посвящен математическим моделям равновесных конфигураций плазмы в магнитных ловушках-галатеях, предложенных А.И. Морозовым [1], в которых проводники с током, создающие магнитное поле, погружены в плазменный объем. Рассмотрены два типа моделей.

Плазмостатические модели преследуют цель исследовать конфигурации плазмы и удерживающего ее поля в строгом равновесии. Если ловушки обладают симметрией (плоской, осевой, винтовой), математический аппарат плазмостатики сводится к двумерным краевым задачам со скалярным полулинейным эллиптическим уравнением Грэда-Шафранова для функции магнитного потока ψ. В расчетах легко получить конфигурации, расположенные требуемым образом и не соприкасающиеся с проводниками, выбирая соответственно функцию $p(\psi)$, отвечающую за распределение давления между магнитными поверхностями [2]. В серии расчетов задач с различными вариантами граничных условий первого и второго рода исследованы равновесные конфигурации в прямых плазменных цилиндрах с погруженными в него двумя или тремя прямыми или винтовыми проводниками – распрямленных аналогах ловушек-галатей «Пояс», «Трилистник», «Стелларатор-галатея» [3 – 5].

Плазмодинамические модели исследуют нестационарный процесс формирования конфигураций в терминах численного решения двумерных МГД-задач, с учетом конечной проводимости плазмы. Конкретный вид конфигурации определяется условиями процесса. В результате расчета задачи в ловушке «Пояс» получены конфигурации с требуемыми свойствами, существующие в квазиравновесном режиме с медленно диффундирующим магнитным полем [6]. Изоляцию проводников от горячей плазмы удается обеспечить созданием тока в плазме противоположного направления в начале процесса в результате кратковременного возрастания тока в проводнике, как предложено в [7]. Модель взаимного расположения плазмы и проводников подробно исследована в [8].

Работа поддержана РФФИ (грант № 12-01-00071)

Список литературы:

1. *Морозов А.И.* // Физика плазмы. 1992. Т.18 Вып.3. С.305–316.
2. *Брушлинский К.В.* Математические и вычислительные задачи магнитной газодинамики. –М.:БИНОМ, Лаборатория знаний, 2009.
3. *Брушлинский К.В., Гольдич А.С., Десятова А.С.* // Мат. мод. 2012. Т.24. № 8. С.81-96.
4. *Брушлинский К.В., Гольдич А.С.* // Вестник НИЯУ МИФИ. 2013. Т.2 № 3. С.292-304.
5. *Брушлинский К.В., Гольдич А.С.* // Физика плазмы. 2014. Т.40. № 8.
6. *Брушлинский К.В. Чмыхова Н.А.* // Мат. мод. 2010. Т.22. № 6. С. 3-14.
7. *Дудникова Г.И., Морозов А.И., Федорук М.П.* // Физика плазмы. 1997. Т.23. №5. С.387-396.
8. *Брушлинский К.В., Чмыхова Н.А.* // Вестник НИЯУ "МИФИ". 2014. Т.3. №1. С.40-52.

АЛГОРИТМЫ НЕЛИНЕЙНОГО АНАЛИЗА

А.Д. Брюно

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша, abruno@keldysh.ru

Представлен метод вычисления асимптотических разложений решений алгебраических и дифференциальных уравнений и дан обзор некоторых приложений метода. Метод основан на идеях и алгоритмах степенной геометрии. Степенная геометрия имеет приложения в алгебраической геометрии, дифференциальной алгебре, нестандартном анализе, тропической/идемпотентной математике и т.д. Также обсуждается связь степенной геометрии с идемпотентной математикой.

Список литературы:

1. *Брюно А.Д.* // Препринт ИПМ №56 за 2013 г.

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ДОЛГОВЕЧНОСТИ ТИТАНОВЫХ ДИСКОВ КОМПРЕССОРА С УЧЕТОМ АНИЗОТРОПИИ УСТАЛОСТНЫХ СВОЙСТВ

Н.Г. Бураго[1,3,4], **И.С. Никитин**[2,3,4], П.А. Юшковский[3] , В.Л. Якушев[2]

[1]ИПМех РАН им. А.Ю. Ишлинского, Москва
[2]ИАП РАН, Москва
[3]РГТУ-МАТИ им. К.Э.Циолковского, Москва
[4]МГТУ им. Н.Э.Баумана, Москва

Изучено напряженно-деформированное состояние и усталостная долговечность дисков компрессора газотурбинного двигателя под действием центробежных, контактных (со стороны лопаток) и аэродинамических нагрузок. Аэродинамические давления рассчитаны аналитически на основе гипотезы «изолированного профиля» с использованием известных решений об обтекании пластины с отрывом потока. Циклические воздействия соответствуют полетным циклам нагружения (взлет-полет-посадка). С использованием упрощенных зависимостей решения по толщине и в окружном направлении сформулирована двухточечная краевая задача для системы обыкновенных дифференциальных уравнений по радиусу.

Рассчитано напряженно-деформированное состояние и получены распределения долговечности по сечениям диска. Определены места и сроки зарождения усталостного разрушения в диске. Даны рекомендации по улучшению технологии изготовления дисков.

Работа выполнена в рамках проектов РФФИ 12-08-00366-а, 12-08-01260-а.

Список литературы

1. *Шанявский А.А.* Моделирование усталостных разрушений металлов. - Уфа. Изд-во научно-технической литературы «Монография». 2007. 498с.
2. *Бураго Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин И.С.* Анализ напряженного состояния контактной системы «диск-лопатка» газотурбинного двигателя. // Вычисл. мех. сплош. сред. 2011. Т. 4. № 2. С. 5-16.

3. *Бураго Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин И.С.* Модели многоосного усталостного разрушения и оценка долговечности элементов конструкций. // Изв. РАН. МТТ. 2011. №6. С. 22-33.
4. *Мхитарян А.М.* Аэродинамика. М.: Машиностроение. 1976. 447с.
5. *Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В*. Теоретическая гидромеханика. Ч.1. М.: Физматгиз. 1963. 584с.
6. *Степанов Г.Ю.* Гидродинамика решеток турбомашин. М.: Физматгиз. 1962. 512с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ БОЛЬШОГО ЧИСЛА НЕВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ЧАСТИЦ (ОТ 10^6) В ЗАМКНУТОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Д.А. Быковских[1], В.А. Галкин[2], Т.В. Гавриленко[3], И.Н. Девицын[4]

Сургутский государственный университет
[1]*dmitriy.bykovskih@gmail.com*, [2]*val-gal@yandex.ru*, [3]*taras.gavrilenko@gmail.com*,
[4]*devitsyn.ivan.nikolaevich@gmail.com*

Современные вычислительные комплексы позволяют моделировать задачи большой размерности. Появляется возможность моделировать микромир с наблюдаемыми макроэффектами. Данная задача имеет прикладное значение для гидродинамики. Результаты моделирования используются при описании движения частиц жидкости и газа.

В работе исследуется математическая модель, которая представляет собой движение невзаимодействующих частиц в замкнутой области. Частица представляет собой движущуюся точку, местоположение которой определяется координатами в пространстве. Направление движения определяется с помощью единичного вектора. Движение этой частицы в плоскости определяется формулой 1.

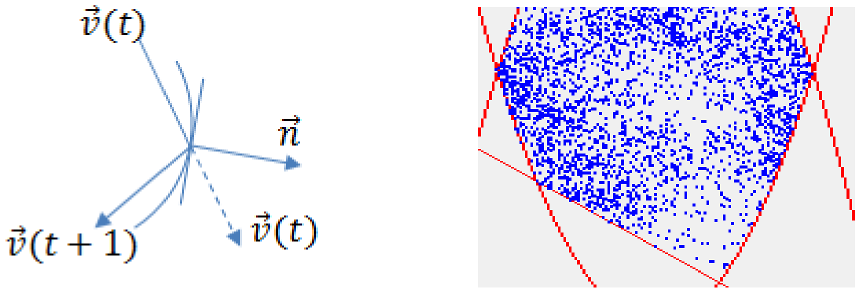
$$M(t+1) = (x + \vec{v}_x t, y + \vec{v}_y t), \tag{1}$$

Частицы между собой не взаимодействуют, но отражаются от границ. На рис.1-А. представлена схема движения частицы на границе, которая описывается формулой 2.

Пример движения большого числа невзаимодействующих частиц (от 10^6) на плоскости представлен на рис. 1-Б.

$$\vec{v}(t+1) = \vec{v}(t) - 2\vec{n}(\vec{v}(t)\cdot\vec{n}). \tag{2}$$

Границы задаются с помощью уравнений, которые описываются линейными или нелинейными функциями.



А. Б.

Рис. 1. А. Схема взаимодействия частицы с границами.
Б. Пример движения частиц в двумерном пространстве

Каждая частица представляет собой класс, созданный таким образом, что количество свойств каждой частицы может быть увеличено по мере необходимости. Частицы могут быть переведены из класса невзаимодействующих в класс взаимодействующих между собой. Кроме этого можно вводить группы классов частиц. Например, часть частиц могут взаимодействовать между собой, а другие нет, в том числе обладать или не обладать массами, размерами, а также другими свойствами.

Результаты численного моделирования невзаимодействующих частиц использованы в моделировании кровеносной системы органов человека.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-01-00478.

ПЛОСКИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

В.П. Варин.

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, varin@keldysh.ru

Экспоненциально малые эффекты в задачах, связанных с вычислением асимптотик и асимптотических разложений, известны со времен Пуанкаре. Однако до 90-х годов прошлого века эти "эффекты" умели вычислять почти исключительно в линейных задачах. Сложности, связанные с вычислением экспоненциально малых добавок к степенным асимптотикам, оказались экспоненциально велики, по крайней мере для ручного счета. Поэтому не случайно появление новых понятий в асимптотическом анализе таких, как "гиперасимптотики", "суперасимптотики", "трансряды" и др., тесным образом связано с компьютерной алгеброй, ее развитием и доступностью. В докладе рассказывается об одном весьма мало изученном типе трансряда, называемом плоским разложением, т.е. разложением функции вблизи особой точки по плоским функциям. Эти ряды возникают естественным образом в прикладных задачах от проблемы центра-фокуса до проблемы Блазиуса. Блазиус был, вероятно, первым, кто вычислил "плоский трансряд" сам того не подозревая. Он решал свою задачу о погранслое путем сращивания степенного и асимптотического разложений. Вейль его за это весьма критиковал и поставил саму возможность такого сращивания под сомнение. Основной результат в докладе: показано, что асимптотический ряд Блазиуса сходится, и область его сходимости перекрывается с областью сходимости степенного ряда в окрестности нуля, т.е. метод Блазиуса работает.

Список литературы:

1. *Варин В.П.* Плоские разложения и их приложения // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, 2014, №23.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ И ИХ СРАВНЕНИЯ

С.А. Виноградова[1], **Б.Л. Крукиер**[2], О.А. Пичугина[3]

Южный Федеральный Университет, ЮГИНФО ЮФУ
[1]svetlavi@gmail.com, [2]bk@sfedu.ru, [3]pichugina@sfedu.ru

Рассмотрим систему линейных уравнений

$$Au = f,$$

где A - несимметричная матрица, u - вектор неизвестных, f - вектор правой части. Любая матрица может быть выражена в виде суммы симметричной матрица A_0 и кососимметричной матрицы A_1. Это расщепление называется симметричным-Кососимметричным разложением.

Впервые итерационный метод, основанный на симметричном - кососимметрическом расщепление был предложен Джин Голубом [1].

Хорошо известно, что при потере матрицей свойства диагонального преобладания, решение сильно несимметричных систем линейных уравнений сильно усложняется.

Для этих случаев мы предлагаем Попеременно-Треугольные методы решения сильно несимметричных систем (ПТКМ).

В численных экспериментах, для аппроксимации уравнения конвекции-диффузии-реакции с Дирихле граничными условиями и с маленьким параметром при старшей производной в несжимаемых средах, использовалась стандартная 5-точечная центрально-разностная схема на регулярной сетки. В таком случае при центрально-разностной аппроксимации конвективных членов оператор A естественным образом раскладывается в виде суммы симметрично положительно определенного оператора A_0, что является аналогом оператора Лапласа и диагональной матрицы, которая является дифференциальным аналогом свободного члена (реакции) и кососимметрический оператор A_1, который является разностным аналогом конвективных членов.

Численные эксперименты с различным числом параметров реакции, как положительным, так и отрицательным, показывают, что самая большая проблема для сходимости методов это ситуация, когда спектр матрицы принадлежат как правой, так и как левой плоскостям. Метод ПТКМ сравнивали со стандартным методом SSOR.

Работа поддержана грантом РФФИ 14-01-31076

Список литературы:

1. *Concus P., Colub G.*: A generalized conjugate gradient method for non-symmeyric systems of linear equations. In:R.Glowwinski and J.R.Lions(Eds.), Computing Methods in Applied Sciences and Engineering, Lecture Notes in Econom. and Math. Systems, 134, pp. 56–65. Springer Verlag, Berlin, 1976

ОБОБЩЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА ТРЕФФЦА РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ В НЕОГРАНИЧЕННЫХ ПОЛИГОНАЛЬНЫХ ОБЛАСТЯХ

В.И. Власов[1], С.Л. Скороходов[2]

ВЦ РАН, [1]*vlasov@ccas.ru,* [2]*sskorokhodov@gmail.com*

Рассматривается краевая задача Дирихле – Неймана для уравнения Пуассона с полиномиальной правой частью в односвязной N-угольной области G, расположенной на плоскости (x, y). Область G может содержать бесконечные полки, раструбы и неправильные углы в смысле [1]. Граничные функции в условиях Дирихле или Неймана являются кусочно-полиномиальными функциями степени M. Задача является однозначно разрешимой в классе функций, непрерывных в замыкании G без бесконечных граничных точек и имеющих вблизи последних асимптотику специального вида. Определяя на плоскости $z = x + iy$ аналитическую функцию $\Psi(z)$, специальным образом связанную с решением задачи, сводим эту задачу к нахождению $\Psi(z)$.

В развитие метода Треффца [2], [3] в работе предложено обобщение этого метода на случай рассматриваемой краевой задачи. Отметим, что производная $\Psi^{(M)}(z)$ конформно отображает G на некоторую многоугольную, возможно неоднолистную и неограниченную полигональную область D. Поэтому $\Psi^{(M)}(z)$ может быть представлена с помощью суперпозиции отображений $f_1(\zeta)$ и $f_2(\zeta)$ полуплоскости $\{\zeta\colon \operatorname{Im} \zeta > 0\}$ соответственно на исходную область G и на D. Первая из функций, $f_1(\zeta)$, строится с помощью интеграла Кристоффеля — Шварца, а вторая, $f_2(\zeta)$ – с помощью его обобщения на многолистные многоугольники. Этот метод применен к решению задач кручения для сложных многоугольных областей со входящими углами, полками и раструбами, имеющими важное значение в механических приложениях.

Работа поддержана грантом РФФИ *N*° 13-01-00923 и Программой *N*° 3 ОМН РАН.

Список литературы:

1. *Власов В.И.* Краевые задачи в областях с криволинейной границей. М.: ВЦ АН СССР. 1987.
2. *Trefftz E.* Uber die Torsion prismatischer Stabe von polygonalen Querschnitt // Math. Ann. 1921. B. 82, H. 1/2. S. 97-112.
3. *Куфарев П.П.* К вопросу о кручении и изгибе стержней полигонального сечения // Прикладная матем. и мех. 1937. Т. 1, *N*° 1. С. 43-76.

ВЛИЯНИЕ ИНЕРЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ НА ТЕЧЕНИЕ НЕСЖИМАЕМОЙ ПЛАЗМЫ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

М.Б. Гавриков[1], **А.А. Таюрский[2]**

ФГБУН ИПМ им. М.В. Келдыша РАН
[1]nadya_p @cognitive.ru, [2]tayurskiy2001@mail.ru

В работе рассмотрена одножидкостная модель электромагнитной гидродинамики (ЭМГД) квазинейтральной плазмы, в полном объёме учитывающая инерцию как ионов, так и электронов. Проведено сравнение ЭМГД и МГД моделей на примере решения классической задачи об установившемся течении несжимаемой плазмы в плоском канале. В МГД-теории решение задаётся течением Гартмана (Рис.1 – жирная сплошная линия). В ЭМГД эпюра продольной скорости, как показано в работе, может значительно отличаться от профиля Гартмана (Рис.1). В частности, возникают пристеночные течения и встречные потоки, а скорость потока может существенно отклоняться от направления антиградиента давления, принуждающего плазму к течению (гидродинамический “эффект Холла”). Проведённое исследование показало, что МГД и ЭМГД-теории плоского канала практически совпадают для плазмы жидких металлов и сильно различаются для газовой плазмы.

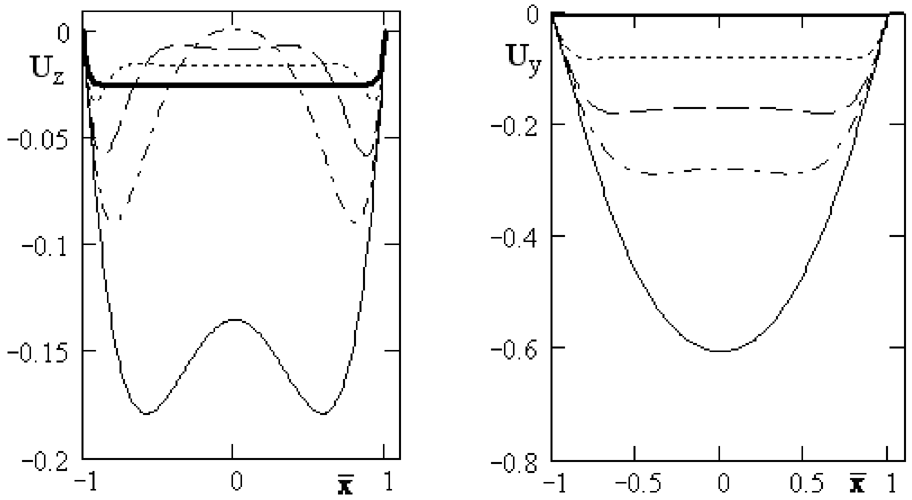


Рис.1. $\Gamma = 10^{-2}$ – жирная “—”; $\Gamma = 5$ – “- - -”; $\Gamma = 20$ – “– – –”; $\Gamma = 50$ – “– - –”; $\Gamma = 200$ – тонкая “—”. $\Gamma = H_0\sigma(m_+/e_+ + m_-/e_-)/(c\rho)$

Работа поддержана грантом РФФИ № 12-01-00071.

Список литературы:

1. *Гавриков М.Б., Таюрский А.А.* Влияние инерции электронов на течение несжимаемой плазмы в плоском канале. // Математическое моделирование. № 9, 2012. С. 79-96.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ КИНЕТИЧЕСКОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В.А. Галкин[1], Т.В. Гавриленко[2], **И.Н. Девицын**[3], Д.А. Быковских[4]

Сургутский государственный университет
[1]val-gal@yandex.ru, [2]taras.gavrilenk@gmail.com,
[3]devitsyn.ivan.nikolaevich@gmail.com, [4]dmitriy.bykovskih@gmail.com

Системы дифференциальных уравнений широко применяются в математическом моделировании, т.к. именно такими системами описываются физические процессы, протекающие в жидкостях, газах, твердых телах и т.д. На сегодняшний день наибольшее распространение получили численные методы решения систем дифференциальных уравнений, такие как: метод Эйлера и метод Рунге – Кутты. Кинетический метод решения систем дифференциальных уравнений основывается на взаимодействии определенного количества различных видов частиц, обусловленном независимыми случайными величинами. Поэтому данный метод несёт в себе широкие возможности для реализации параллелизма, что позволит эффективно решать системы дифференциальных уравнений на высокопроизводительных вычислительных комплексах.

Для получения эффективного алгоритма необходимо обеспечить параллелизм на уровне данных, то есть организовать вычислительный процесс по принципу SIMD (single instruction, multiple data), для того, чтобы обрабатывать независимые друг от друга участки данных на разных вычислителях (процессорах).

В работе описывается параллельный алгоритм решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{du}{dt} = f(u,t),\ t > 0,\ u \in \Omega_n \tag{1}$$

заданной на кубе $\Omega_n = \prod_{k=1}^{n}[0,1] \subset \mathbb{R}_n$. Системе (1) сопоставляется кинетический процесс, основанный на взаимодействиях n различных видов частиц, где количество видов совпадает с размерностью системы (1). С помощью серий равновероятных независимых розыгрышей задаются акты рождения/гибели частиц, чем определяется эволюция системы для всех дискретных моментов времени $t_j \geq 0$. Находится решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений (1).

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 14-01-00478.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ КОНВЕКЦИИ И МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ НА ГИБРИДНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

В.А. Галкин[1], А.В. Гореликов[2], А.В. Ряховский[3], **И.В. Бычин**[4]

Сургутский государственный университет
[1]val-gal@yandex.ru, [2]gorelikov_a@list.ru, [3]echo47@rambler.ru,
[4]igor-bychin@yandex.ru

С использованием открытого стандарта OpenCL разработан комплекс программ для численного моделирования трехмерных задач конвекции, теплообмена и магнитной гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости на гибридных вычислительных системах с графическими ускорителями. Дискретные аналоги уравнений получены методом контрольного объема с применением неявной схемы и схемы со степенным законом для аппроксимации конвективных и диффузионных потоков на гранях контрольных объемов. Программный комплекс позволяет проводить расчет поля течения по двум алгоритмам: SIMPLER [1] или PISO [2]. Для моделирования МГД-течений используется алгоритм типа предиктор-корректор, который позволяет получить численное решение уравнения магнитной индукции с высокой степенью точности удовлетворяющее условию соленоидальности. Проведено всестороннее тестирование программного комплекса на большом количестве бенчмарков. Результаты тестов демонстрируют корректность получаемых численных решений и эффективность использования гибридных вычислительных систем. При использовании вычислительных систем с графическими ускорителями GTX Titan Nvidia (аналог Tesla K20x) получено существенное ускорение (в 15 - 18 раз) на достаточно "плохих" с точки зрения распараллеливания трехмерных нестационарных задачах конвекции вязкой несжимаемой жидкости. С использованием разработанного программного комплекса проведены серии вычислительных экспериментов по исследованию различных режимов естественной конвекции во вращающихся сферических слоях в зависимости от значений определяющих параметров (чисел Релея, Экмана и Прандтля). Задача естественной конвекции рассмотрена в постановке близкой к задаче о конвекции во внешнем жидком ядре Земли. В результате вычислительных экспериментов получены периодические устойчивые конвективные структуры представляющие интерес с точки зрения теории формирования геомагнитного поля.

Работа поддержана грантом РФФИ № 13-01-12051 офи_м.

Список литературы

1. *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости – М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
2. *Issa R.I.* Solution on the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting // Journal of Computational Physics, 61, 1985, P. 40-65.

ПРОБЛЕМЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫСОКОТОЧНОГО ГИПЕРСПЕКТРАЛЬНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ КЛИМАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ЗЕМЛИ ИЗ КОСМОСА

В.А. Головко[1,3], В.В. Козодеров[2] , Т.В. Кондранин[3]

[1]ФГБУ "НИЦ "Планета", golovko@mail.mipt.ru
[2]МГУ им.М.В.Ломоносова, vkozod@mail.ru

При детектировании изменений климата Земли из космоса наряду с абсолютной точностью измерений ключевую роль играет информационное содержание спектрометрической информации. Спектры уходящего излучения с высоким разрешением наиболее адекватно характеризуют текущее (мгновенное) состояние климатической системы. Переход от многоспектральных к гиперспектральным системам космических наблюдений позволяет кардинально повысить достоверности оценки и прогноза климатических изменений. Способствовать решению этой проблемы призвана перспективная 4-х спутниковая космическая группировка CLARREO (Climate Absolute Radiance and Refractivity Observatory). В преддверие активной фазы миссии CLARREO наиболее актуальной исследовательской задачей является выяснение потенциальных возможностей этой новейшей системы.

Данный доклад представляет экспериментальную технологию и предварительные результаты численных экспериментов по моделированию возможностей системы наблюдений на основе аппаратурных характеристик перспективной космической системы CLARREO, применительно к регионам, где наблюдаются наиболее значительные климатические изменения. При этом анализируется практически весь спектр возможных радиационных наблюдений из космоса: УДР - уходящая длинноволновая радиация и УКР – уходящая коротковолновая радиация. Максимальное спектральное разрешение для УДР принималось 0.5 см–1, для УКР – 4-нм. При этом учитывалась возможность достижения беспрецедентно высокой точности измерений: для УДР – 0.065 К, для УКР – 0.3%.

Процесс переноса излучения - один из наиболее важных и сложных процессов в климатической системе. Адекватный расчет переноса излучения даже в относительно широких спектральных интервалах является достаточно трудоемким. Гиперспектральное моделирование требует ещё больших вычислительных мощностей и поэтому, как правило, производиться на высокопроизводительных системах (HPC). Нами для имитационного моделирования был создан аппаратно-программный комплекс (АПК), реализующий современную гетерогенную систему (CPU/GPU) с приемлемой вычислительной производительностью на основе обычного оптимизированного CUDA/ ПК. Процесс параллельности вычислений обеспечивается технологиями OpenCL.

КОМПАКТНЫЕ РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ АТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.А. Гордин, Е.А. Цымбалов

Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики"
Гидрометцентр России (Москва), *vagordin@mail.ru*

Рассматривается общий подход к построению компактных разностных схем. Дифференциальная (или псевдодифференицальная) задача вида $Au = f$ или Au=Bf аппроксимируется разностной:

$$Pu_h = Qf_h \qquad (1)$$

Мы хотим определить оптимальные в некотором классе разностные операторы P и Q.

В качестве простейшего примера можно рассмотреть уравнение $Au = d_x^2 u = f$, с условиями Дирихле. Для трехточечного шаблона (в этом состоит выбор класса) можно выбрать разностные операторы P и Q так, чтобы добиться 4-го порядка точности компактной разностной схемы (КРС): $au_{j-1} + bu_j + cu_{j+1} = pf_{j-1} + qf_j + rf_{j+1}$, если выбрать следующие коэффициенты a=c=1; b=-2; p=r=h^2/12; q=5h^2/6. Чтобы найти эти коэффициенты КРС мы предположили, что (1) будет точно выполняться на тестовых функциях - мономах: $u_k = x^k$, $f_k = Au_k$, k=1,…,4.

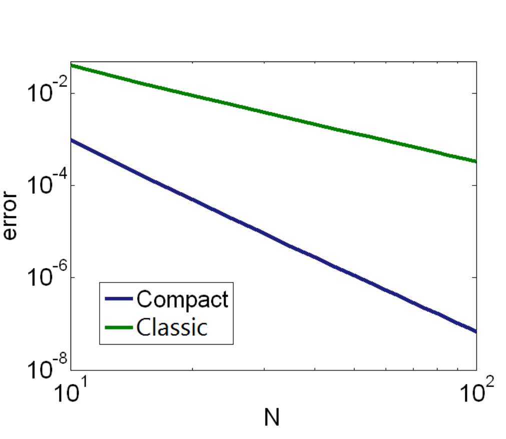


Рис.1. L^2-норма ошибки для КРС и классической разностных схем для задачи Дирихле. Шкала билогарифмическая. Коэффициенты стандартной разностной схемы суть $a = c = 1; b = -2; p = r = 0; q = h^2$. В обоих случаях используется метод прогонки для решения системы линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей. Отличается лишь способ определения правой части системы. Здесь N - число точек сетки по переменной x.

Были рассмотрены следующие операторы A, типичные для математической физики: оп. Лапласа Δ; оп. Гельмгольца $\Delta - q(\vec{x})$; оп. диффузии с переменным коэффициентом $\partial_t - \partial_x D \partial_x - q(\vec{x})$; оп. Шрёдингера $\partial_t - iD\Delta - q(\vec{x})$; оп. упругих поперечных колебаний стержня $\partial_t^2 - D\partial_t^2\partial_x^2 + C\partial_x^4$.

Построены КРС 4-го порядка, подтвержденный на численных экспериментах для различных краевых, начальных, начально-краевых задач и для задач на собственные значения (частоты). Сравниваем КРС с классическими схемами, в частности, со схемой Кранка - Николсон.

Важно обеспечивать надлежащий порядок при аппроксимации разностных и начальных условий, а также при аппроксимации производных от коэффициентов уравнения, если они переменные.

Список литературы

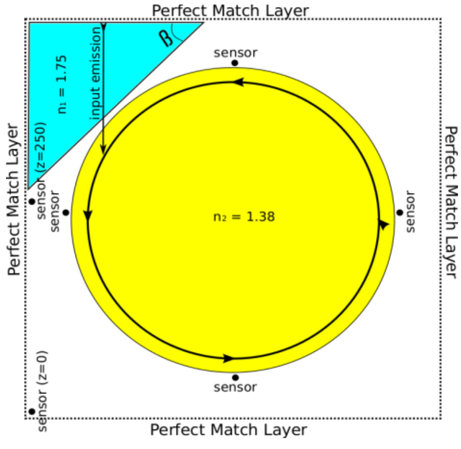
1. *В.А.Гордин*. Математика, компьютер, прогноз погоды и другие сценарии математической физики. М., ФИЗМАТЛИТ, 2010, 2012.
2. *V. A.Gordin, E.A. Tsymbalov*. Compact Difference Schemes for the Diffusion and Schrodinger Equations. Approximation, Stability, Convergence, Effectiveness, Monotony. J. Comp. Math., 2014, 32(3), pp.348-370.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ WGM-РЕЗОНАТОРОВ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫМ МЕТОДОМ НА GPGPU

И.А. Горячев[1] , В.Д. Левченко[1], А.В. Закиров[2]

[1]Институт Прикладной Математики им. М.В. Келдыша, kvant87@gmail.com
[2]Московский Физико-Технический Институт (ГУ), zakirovandrey@gmail.com

В настоящее время в области оптики растет интерес к устройствам на основе WGM-резонаторов [1]. Согласно теоретическим оценкам подобного рода резонаторы при размерах от десятков до тысяч длин волн обладают добротностью порядка 10^3-10^9. Для длительного микроволнового излучения на практике эта оценка остается справедливой, однако в оптическом диапазоне эксперимент не достиг подобных величин. Это объясняется требованием тонкой настройки экспериментальной установки в следствии узкого резонансного пика, оптимизации оптической системы в целом — подбор оптимальной геометрии и материалов, способа ввода излучения в резонатор, учет потери энергии в процессе распространения электромагнитного излучения. Также, аналитические результаты не несут точной информации о собственных модах и доли энергии, которые могут быть локализованы внутри резонатора. Вследствие этого необходимо обратиться к численному моделированию.



В данной работе рассматривается трехмерное численное моделирование распространения электромагнитного излучения в анизотропном диэлектрическом WGM-резонаторе (рис. слева) на основе конечно-разностного метода FDTD. В математическую модель закладываются уравнения Максвелла с поглощающими граничными условиями PML. Размер сетки берется порядка 10^8-10^9 ячеек Йи, что соответствует области до нескольких десятков микрон. Этого вполне достаточно, чтобы экстраполировать результаты для оптических устройств большего размера.

Для проведения численного эксперимента используется гетерогенная вычислительная система с графическими картами NVIDIA. Разрабатываемый код отличается высокой эффективностью благодаря использованию локально-рекурсивных нелокально-асинхронных (LRnLA) алгоритмов, адаптированных для графических процессоров [2].

Работа поддержана грантом 12-01-00708-а и 14-01-31483.

Список литературы:

1. *Ораевский А.Н.* // «Волны Шепчущей Галереи», Квантовая электроника, 32, №5 (2002)
2. *Горячев И.А., Левченко В.Д.* // «Вычислительная модель локально-рекурсивных нелокально асинхронных алгоритмов для гетерогенных систем», Международная суперкомпьютерная конференция
3. «Научный сервис в сети Интернет: все грани параллелизма» Абрау-Дюрсо, 2013.

КОНСТРУИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СХЕМ НА ОСНОВАНИИ ХаКо ФОРМЫ ЗС.

В.Г. Грудницкий

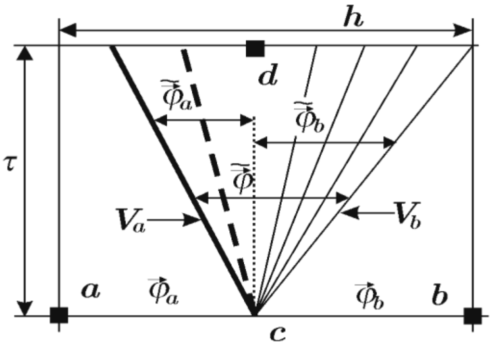
Московский физико-технический институт, vgrudnitsky@gmail.com

1. Консервативная характеристическая схема для расчёта течений с разрывами.

Для одномерного нестационарного течения ХаКо форма имеет вид [1–3]

$$\Delta_t\vec{\varphi} + \tau / h\sum_{l=1}^{n} V_l \Delta(\vec{\varphi})_l = 0 \qquad (1)$$

На рис.1. V_l-скорости устойчивых возмущений при распаде произвольного разрыва, $\vec{\varphi}_l^n$ значения параметров в волне распада. Процедура распада для разрывных течений выступает в роли характеристического преобразования [1-3]. Проведя простые преобразования (1), имеем Рис.1



$$\vec{\varphi}_l^{n+1} = \sum_{l=1}^{n} k_l \vec{\varphi}_l^n, \qquad k_l = \tau(V_l - V_{l-1}) / h \; ; \qquad (2)$$

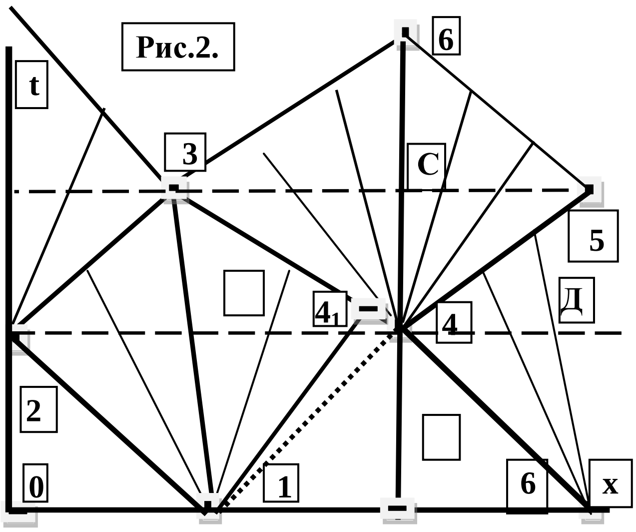
$$0 < k_l < 1 \; , \qquad \sum_{l=1}^{n} k_l = 1 \qquad (2a)$$

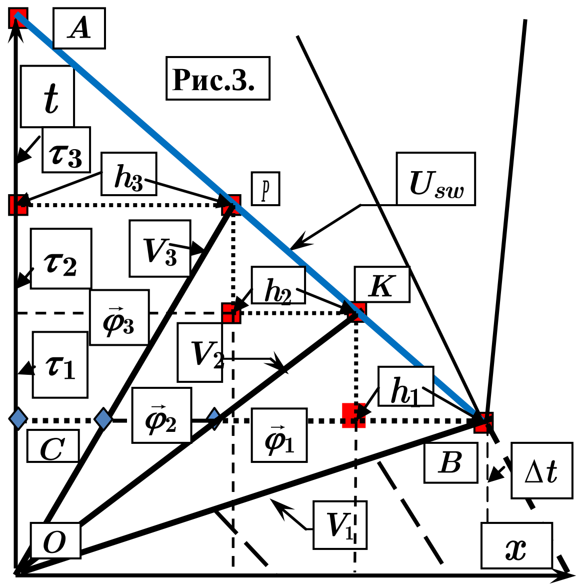
Величины k_l равны доле длины ячейки занимаемой значением $\vec{\varphi}_l^n$. Выполнение (2a) следует из поверхностного характера взаимодействия среды и ограничений на скорости крайних характеристик (скорость передачи возмущений по сетке больше максимального значения $|V_l|$ рис.1). В (2), при условии (2a), возможен устойчивый переход $h, \tau \to 0$ во всём поле течения, включая фронты разрывов.

Сетку для расчёта разрывных течений ХаКо способом естественно согласовать с геометрией крайних характеристик каждого распада. Для её упрощения определяется время первого пересечения соседних крайних характеристик на слое, оно принимается за время шага по t для всего слоя. Границы всех ячеек совпадают или близки (в зависимости от изменения τ) к крайним характеристикам распадов.

На рис.2 дана типичная форма сетки. Усреднение параметров волн производится, например, на линиях 4-5, 3-6, 5-6. Способ усреднения детально показан на рис.3. Формулы усреднения для функций φ_i и потоков F_i имеют вид

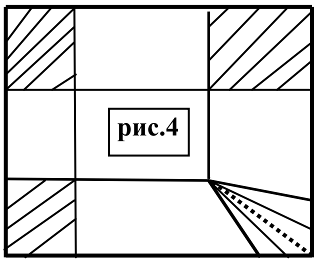
$$\tilde{\varphi} = (\varphi_1 h_1 + \varphi_2 h_2 + \varphi_3 h_3)/(h_1 + h_2 + h_3), \quad \tilde{F} = (F_1 h_1 + F_2 h_2 + F_3 h_3)/(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) \quad (3)$$





2. Об устойчивости схемы С.К. Годунова в многомерном случае.

В схеме Годунова в двумерном нестационарном случае производится распад разрывов по границам ячейки (рис.4). В угловых частях ячейки происходит наложение волн распада. При этом суммарная площадь возмущений может значительно превысить площадь ячейки (до двух раз). При делении интеграла каждой функции (рис.4) на площадь ячейки – определении среднего значения, сумма коэффициентов в формуле усреднения становится больше единицы (неустойчивость).



Для устранения такого эффекта необходимо рассмотреть взаимодействие первичных волн распада в углах ячейки (рис.4). Такая процедура заменяет суммирование параметров в зоне наложения, устойчиво найденными параметрами распада. Она позволяет увеличить допустимый по условию устойчивости шаг, что повышает детальность расчёта профиля УВ. В одномерной постановке такая проблема менее важна.

3. Модельное уравнение включающее «вязкие» эффекты.

В расчётах вязких течений явными схемами условия устойчивости имеют ограничения типа τ / h^2. Разумным представляется непрерывный переход ограничений (и решения) от невязкого, гиперболичес-кого к «вязкому» типу в процессе роста коэффициента вязкости. ХаКо форма [1-3] позволяет получить такой переход. На примере уравнения Бюргерса имеем

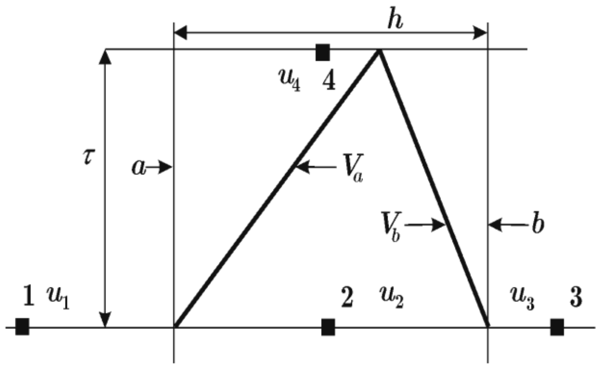


рис. **6.1**

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial u^2}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{4}$$

Схема типа Годунова для (4) (рис. 6.1)

$$u_4 = u_2 - \tau / (2h)(u_b^2 - u_a^2) + \nu\tau / h^2 (u_b + u_a - 2u_2), \tag{5}$$

$$u_4 = u_2 - \tau / (2h)[(u_b^2 - u_2^2) + (u_2^2 - u_a^2)] + (\nu\tau / h^2)(u_b + u_a - 2u_2);$$

Перейдём в (5) к характеристической форме («распад» на $\boldsymbol{a}$ *и* $\boldsymbol{b}$) (рис. 6.1)

$$k = \tau_1 / h \;;\quad u_4 = u_2 - k[V_b(u_b - u_2) + V_a(u_2 - u_a)] + \nu(\tau_1 / h^2))(u_a + u_b - 2u_2) \tag{6}$$

$$u_4 = u_2[1 - k(V_a - V_b + 2\nu / h)] + k(u_a V_a - u_b V_b) + (u_a + u_b)\nu\tau_1 / h^2,$$

$$V_a = (u_a + u_2) / 2,\;\; V_b = (u_b + u_2) / 2;$$

В (6) сумма коэффициентов при величинах u_a, u_b, u_1, u_2, u_3 равна единице. Коэффициенты при u_a, u_b, u_1, u_3, неотрицательны. Коэффициенты при u_a, u_b, u_1, u_2, u_3 положительны при выполнении $\tau_1 \le h / (V_a - V_b + 2\nu / h)$. Здесь появляется «скорость» ν/h

Величина шага (7) не является максимально возможной. Для увеличения шага (при $\boldsymbol{V_a \neq 0, V_b \neq 0}$) нужно провести взаимодействие возмущений идущих с правой и левой границы ячейки. При этом образуется «характеристика», имеющая скорость $\boldsymbol{V_c = (u_1 + u_3)/2}$. Полная скорость нового возмущения равна $\boldsymbol{V_c + \nu/h}$. Время достижения границы ячейки этой волной $\boldsymbol{\tau_2 = h_2/(V_c + \nu/h)}$. Время устойчивого расчёта $\boldsymbol{\tau_p = \tau_1 + \tau_2}$.

Список литературы:

1. *В. Г. Грудницкий*. Док. Академии наук, 1998, т. 362, №3, с. 298-299.
2. *V. G. Grudnitsky*. Computational Fluid Dynamics Journal, 2001, v.10, №.2, p.334-337.
3. *В. Г. Грудницкий* //Ж. «Обозрение прикл. и промышл. математики», 2011, т.8. в.11.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ КОНСЕРВАТИВНАЯ ФОРМА ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ

В.Г. Грудницкий

Московский физико-технический институт, vgrudnitsky@gmail.com

Проблемы. В расчётах разрывных течений длительное время отрицалась возможность существования необходимых и достаточных условий устойчивости и монотонности решения. Считались несовместимыми такие качества исходных уравнений (и вычислительных схем) как характеристический тип и консервативность. Профили фронтов разрывов в расчётах сегодня часто имеют, размытый, немонотонный характер (их амплитуда при этом искажается на десятки процентов).

Способы борьбы. Попытки улучшить качество результатов в течение многих лет сводятся к приёмам, не имеющим обоснований со стороны механики и математики. Они (по результатам исследований ряда авторов) приводят к «успеху» при значительном снижении точности вблизи разрыва.

Причины. Реальные причины заключаются в недостатках исходных систем дифференциальных уравнений и приёмах их преобразования в характеристическую форму. Нам представляется, что такая форма уравнений, в принципе, не годится для исследования разрывных решений

Метод решения. В [1-3] автором тождественными преобразованиями законов сохранения (ЗС) была получена их характеристическая консервативная (ХаКо) форма. При её выводе, наряду с ЗС массы, импульса и энергии, использовались законы механики, в частности, принцип относительности Галилея

Результаты. Полученная форма ЗС, является интегральной. Она качественно более информативна, нежели дифференциальная и свободна от основных её недостатков. В такой форме возможен устойчивый предельный переход к бесконечно малому объёму («точке») всюду, в том числе на фронтах устойчивых разрывов. Она включает в число своих характеристик устойчивые разрывы: ударные волны и контактные разрывы. Эта форма имеет вид квазилинейных характеристических соотношений. Для вычислительных схем на её основе установление необходимых и достаточных условий устойчивости и монотонности становится рутинной операцией. В таких схемах сочетаются характеристические свойства и консервативность, наличие необходимых и достаточных условий устойчивости и монотонность.

1. Характеристическая консервативная (ХаКо) форма законов сохранения. Систему ЗС запишем в виде

$$\frac{\partial\vec{\varphi}}{\partial t}+\frac{\partial\vec{F}}{\partial x}=0,\ \ \vec{\varphi}^{T}=\left\|\rho\ \rho u\ \rho E\right\|,\ \vec{F}^{\,T}=\left\|\rho u\ \ p+\rho u^{2}\ \ (\rho E+p)u\right\| \qquad (1)$$

Здесь ρ – плотность, u – скорость, p – давление, $E{=}e{+}u^2/2$ – энергия единицы массы, e – внутренняя энергия. В конечных разностях (1) имеет вид

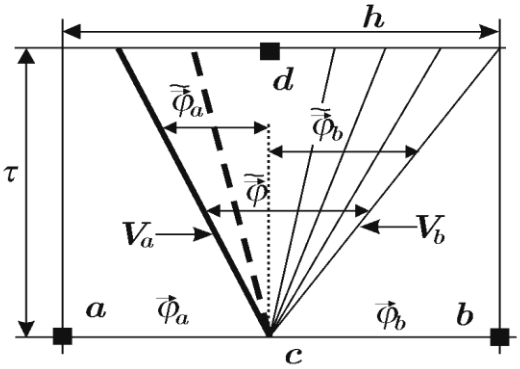
$$\Delta_t\vec{\varphi}+\frac{\tau}{h}\Delta_x\vec{F}=0 \tag{2}$$

Для того чтобы привести (2) к ХаКо форме нужно преобразовать $\Delta\vec{F}_x$ к квазилинейному виду относительно $\vec{\varphi}$. Для этого достаточно тождественно представить величины $\Delta\vec{F}_x$ в виде суммы возмущений

$$(\vec{F}_{b(N)}-\vec{F}_{a(0)})\equiv(\vec{F}_N-\vec{F}_{N-1})+(\vec{F}_{N-1}-\vec{F}_{N-2})..+(\vec{F}_1-\vec{F}_0);$$

$$\Delta_x\vec{F}\equiv\sum_{k=1}^{N}\vec{V}_k\ \overrightarrow{(\varphi_k-\varphi_{k-1})};\ \vec{V}_k\ =\overrightarrow{\left[\ \frac{F_k-F_{k-1}}{\varphi_k-\varphi_{k-1}}\ \right]} \tag{3}$$

Все функции имеют сплошное представление, с разрывами, в расчётной области. В местах разрыва проводится процедура распада, которая играет роль характеристического преобразования. В (3) k задаёт номер скорости переноса возмущения $\vec{\varphi}_k$ во множестве их значений (рис.1), возникающих при замене (3). Величины в квадратных скобках имеют размерность скорости. Если $\vec{V}_k$ –скорости устойчивых возмущений для них должен выполняться принцип относительности Галилея $\vec{V}(u+v)=\vec{V}(u)+v$ Это условие означает, что при изменении скорости наблюдателя, скорости всех устойчивых возмущений изменяются на ту же величину. Для уравнения энергии оно имеет вид (для всех k). В (5) v-имеет произвольное значение.



$$\left[(\rho e{+}p{+}\rho(u{+}v)^2\ /\ 2)(u{+}\ v)\right]{=}(V_3{+}v)\left[(\rho e{+}\rho(u{+}v)^2\ /\ 2\right] \tag{5}$$

В (5) скобки [ ] – скачок параметров на разрыве. Многочлены от v в (5) должны быть равны при любых значениях v. Отсюда для уравнений энергии и импульса имеем

$$V_3{=}\frac{\left[u(\rho E{+}p)\right]}{\left[\rho E\right]}{=}\frac{\left[p{+}\rho u^2\right]}{\left[\rho u\right]}{=}\frac{\left[\rho u\right]}{\left[\rho\right]},\ \ V_2{=}\frac{\left[p{+}\rho u^2\right]}{\left[\rho u\right]}=\frac{\left[\rho u\right]}{\left[\rho\right]} \tag{6}$$

Равенства (6) (условия Гюгонио), выполняются для скоростей устойчивых возмущений любой амплитуды. ХаКо форма ЗС, полученная из (1), имеет вид

$$\Delta_t\vec{\varphi}+\frac{\tau}{h}\sum_{i=1}^{N}V_i\Delta(\vec{\varphi})_i=0 \tag{7}$$

Такая форма ЗС, включает во множество своих решений как непрерывные, так и разрывные решения. Она существует в предельном («точечном») виде $(h,\tau\to 0)$ всюду, включая фронты разрывов. Решение распада разрыва в (7) устойчиво и единственно. После преобразований (7) можно привести к виду

$$\vec{\varphi}^{n+1} = \sum_{l=1}^{L} k_{\ l} \varphi_l^n, \qquad k_{\ l} = \tau(V_l - V_{l-1}) / h \tag{8}$$

В (8) коэффициенты k_l безразмерные величины. Сумма всех коэффициентов равна единице (следствие дивергентной формы ЗС). Для выполнения достаточных условий устойчивости для всех l должно выполняться условие $0 \le k_l \le 1$. В случае конфигурации рис.1 это эквивалентно $h / \tau > |V_{\max}|$

Аналогично проводятся преобразования в многомерном нестационарном случае.

Список литературы.

1. *В.Г. Грудницкий* // Док. Академии наук, 1998, т. 362, №3, с. 298-299.
2. *V.G. Grudnitsky*. Comput. Fluid Dynamics Journal, 2001, v.10, №.2, p.334-337.
3. *В.Г. Грудницкий* // Ж.«Обозрение приклад. и промышл. матем», 2011,т.8. в.11.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ СВЕРХЗВУКОВЫХ И ГИПЕРЗВУКОВЫХ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ КОНСЕРВАТИВНОЙ СХЕМОЙ

В.Г. Грудницкий[1], **М.А. Мендель**[2]

Московский физико-технический институт
[1]vgrudnitsky@gmail.com, [2]mendelm@mail.ru

В работе представлены результаты расчетов сверхзвукового струйного течения газа в плоском канале с клином, а также обтекания затупленного конуса, переходящего в цилиндр, гиперзвуковым потоком газа. Расчеты проведены характеристической консервативной (ХаКо) схемой, основанной на ХаКо форме законов сохранения [1] – [3]. Результаты расчетов и описание численной схемы опубликованы в [4].

Расчет сверхзвукового течения в плоском канале проводился со следующими условиями: через левую границу канала поступает поток газа с числом Маха М=2, плотностью 1,4, давлением 1. В начальный момент в канале находится неподвижный газ с таким же давлением и плотностью. Геометрия канала такова: угол наклона клина 10^0, ширина канала 1, его длина 6, высота клина tg 10^0. Расчет проведен на сетке 100×1700 ячеек.

На рис.1 дано распределение (от начала клина) Маха установившегося течения газа. Ломаная линия, выходящая из начала клина – фронт стационарной ударной волной (УВ), которая затем многократно отражается от стенок канала. Из точки излома профиля клина выходит веер волны разрежения (ВР), взаимодействующей с УВ.

Рис1. Распределение числа Маха в плоскости течения

Как видно из рис.1, фронт ударной волны не размывается после многократного отражения от границ канала и взаимодействия с ВР.

Проведены также расчеты гиперзвукового обтекания осесимметричного тела, представляющего собой затупленный конус, переходящий в цилиндр. В приведенных результатах: радиус затупления конуса – 1, длина конуса – 10, угол его полураствора 10^0, длина цилиндрической части – 70, радиус – 2.14. На тело, под нулевым углом атаки набегает потока газа (M=8), давлением 1, плотностью 1. На правой, донной границе тела задан выходящий поток газа с нерасчетностью 30, числом M= 4, плотностью 2,83.

На рис.2 показано распределение плотности газа в донной части обтекаемого тела; размер сетки – 200×3200 ячеек. В области можно видеть фронты отошедшей УВ, висячей и возвратной волн.

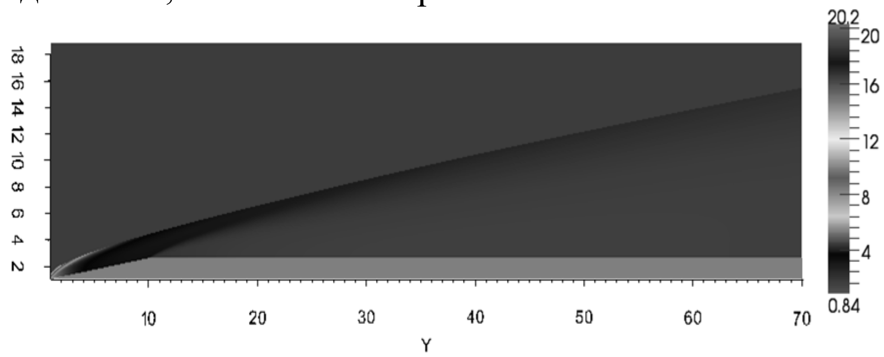


Рис.2 Распределение плотности в области, занимаемой телом

На рис.3(а) показано распределение плотности газа в осевой плоскости за обтекаемым телом, на рис.3(б) – распределение давления и продольной составляющей скорости на радиальной прямой, на расстоянии 82 калибра от носка тела. Размеры сетки здесь были 300×3100 ячеек.

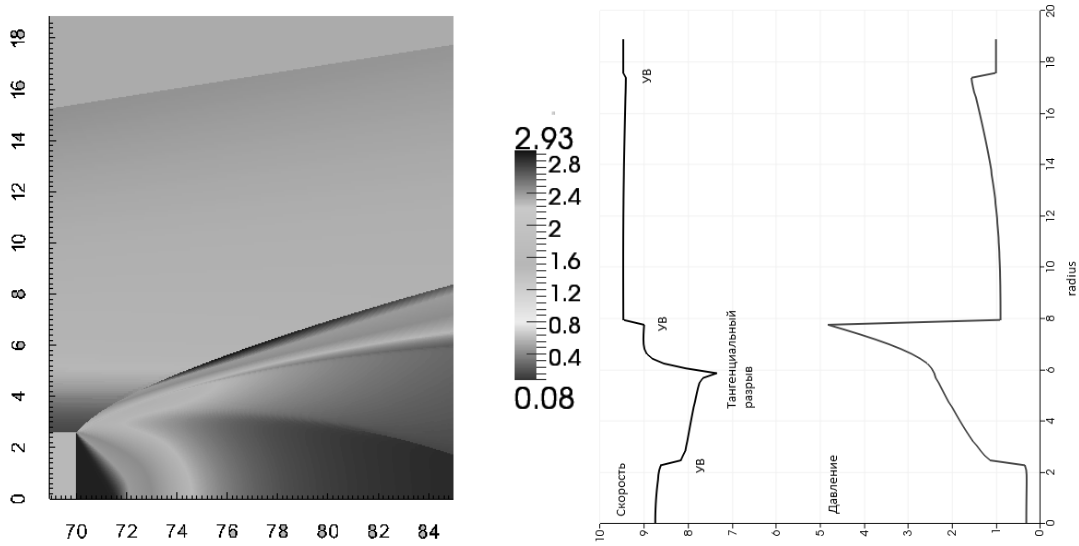


Рис.3(а) распределение плотности (б) срез скорости и давления газа за телом

На рис.3 (а), (б), в направлении вверх от оси симметрии, видим фронт возвратной волны, тангенциальный разрыв, висячий скачок и отошедшую УВ. На рис.3(б) на тангенциальном разрыве график продольной составляющей скорости терпит скачок, а график давления остается непрерывным. Как показывают результаты расчетов, профили фронтов всех разрывов передаются с высокой детальностью.

Список литературы.

1. *В.Г. Грудницкий* // Док. Академии наук, 1998, т. 362, №3, с. 298-299.
2. *V. G. Grudnitsky*. Comput. Fluid Dynamics Journal, 2001, v.10, №.2, p.334-337.
3. *В.Г. Грудницкий* //Ж.«Обозрение приклад.и промышл.матем», 2011,т.8. в.11.
4. *В.Г. Грудницкий, М.А.Мендель* // Ж.«Труды МАИ», 2013, №.67

ПРИМЕНЕНИЕ ГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОРОВ ДЛЯ ЗАДАЧ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ АЭРОГИДРОДИНАМИКИ

А.А. Давыдов

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН (Москва), alexander.a.davydov@gmail.com

В докладе будут рассмотрены особенности архитектуры современных графических и мультиядерных процессоров и проблемы, связанные с их эффективным использованием для решения прикладных задач аэрогазодинамики.

На характерных примерах будут проиллюстрированы модели программирования графических процессоров.

Работа поддержана грантом РНФ № 14-11-00872.

ДВУСТОРОННИЙ МЕТОД НЬЮТОНА ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫХ ПРОЕКТОРОВ

К.В. Демьянко[1], Ю.М. Нечепуренко[2]

[1]*Московский физико-технический институт (ГУ), kirill.demyanko@yandex.ru*
[2]*Институт вычислительной математики РАН, yumnech@yandex.ru*

В докладе обсуждается предложенный и обоснованный в работе [1] двусторонний метод Ньютона для вычисления спектрального проектора, отвечающего подмножеству собственных значений большой разреженной матрицы, ближайших к заданной точке комплексной плоскости и отделенных от остальной части ее спектра. Обладая квадратичной скоростью сходимости, этот метод, как и все методы ньютоновского типа, требует достаточно хорошее начальное приближение, которое предлагается искать с помощью нескольких шагов двустороннего метода обратных итераций с тюнингом. Помимо этого, на каждом шаге метода Ньютона необходимо решать уравнения Сильвестра. Для этого разработан алгоритм на основе обобщенного метода минимальных невязок и разложения Шура. Представлены результаты численных экспериментов с дискретным аналогом неэрмитового эллиптического оператора. Рассмотренный метод является развитием метода Ньютона, предложенного и обоснованного в работах [2-3] для вычисления инвариантных подпространств.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, коды проектов 13-01-00350, 13-01-00115 и программы РАН «Современные проблемы теоретической математики», проект «Оптимизация вычислительных алгоритмов решения задач математической физики».

Список литературы:

1. *Демьянко К.В., Нечепуренко Ю.М.* Двусторонний метод Ньютона для вычисления спектральных проекторов // Вычислительные методы и программирование 2014 Т.15 С.121–129.
2. *Годунов С.К., Нечепуренко Ю.М.* Оценки скорости сходимости метода Ньютона для вычисления инвариантных подпространств // Ж. Вычисл. Матем. и Матем. Физ. 2002 Т.42 №6 С.771-779.
3. *El Khoury G., Nechepurenko Yu.M., Sadkane M.* Acceleration of inverse subpsace iteration with Newton’s method // J. Comput. Appl. Math. 2014 V.259 P.205–215.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ШУМА НАБЛЮДЕНИЯ НА КАЧЕСТВО ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ВАРИАЦИОННОГО АЛГОРИТМА ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

И.В. Дерябкин[1], А.А. Костоглотов[1], О.А. Костоглотова

[1]*Филиал ФГБОУ ВПО "Московский государственный университет технологий и управления имени К.Г. Разумовского" в г. Ростове-на-Дону, science@xjcrm.org*

Задача идентификации параметров динамических систем имеет важное значение в процессе совершенствования современных систем управления. Одна из основных проблем, при решении таких задач состоит в наличии погрешностей измерений, что делает их некорректными. Современный подход к решению таких задач, основан на использовании подхода А.Н. Тихонова и учете динамики исследуемой системы на основе методологии объединённого принципа максимума [1]. Актуальная задача - оценка качественных характеристик полученного на основе предлагаемого математического аппарата алгоритма при воздействии внешних помех наблюдения.

Решение задачи параметрической идентификации [1] требует минимизации расширенного функционала А.Н. Тихонова, анализ первой вариации которого позволяет получить необходимые условия минимума. Применение метода простых итераций приводит к последовательности двухточечных краевых задач. Использование метода инвариантного погружения позволяет получить итеративный алгоритм параметрической идентификации динамических систем рекуррентного типа [1].

На примере динамической системы второго порядка проведен анализ процесса идентификации параметров измерительного преобразователя температуры. На рисунке 1 представлены результаты идентификации и усредненная зависимость ошибки идентификации от интенсивности шума наблюдения для предлагаемого алгоритма и фильтра Калмана.

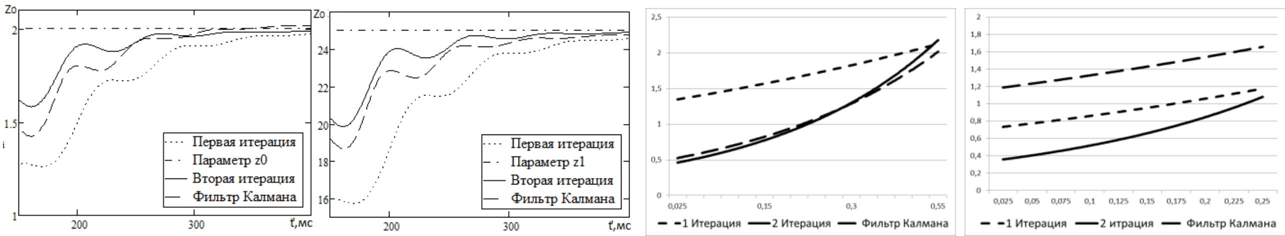


Рис. 1. Идентификация параметров и зависимость ошибки от шума наблюдения

<u>Выводы.</u> Использование предлагаемого алгоритма позволяет эффективно решать задачи параметрической идентификации в условиях различной интенсивности шума наблюдения.

Список литературы:

1. *Дерябкин И.В., Андрашитов Д.С., Костоглотов А.А., Лазаренко С.В.* Вариационный метод многопараметрической идентификации динамических систем на основе итерационной регуляризации. // Изд-во «Радиотехника», Успехи современной радиоэлектроники № 6, 2012. С. 67 – 72.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ВАРИАЦИОННОГО ПОДХОДА

И.В. Дерябкин[1], А.А. Костоглотов[1], О.А. Костоглотова

[1]Филиал ФГБОУ ВПО "Московский государственный университет технологий и управления имени К.Г. Разумовского" в г. Ростове-на-Дону, science@xjcrm.org

Современные математически формализованные методы прогнозирования могут основываться на различных принципах построения модели. На данный момент становится очевидным факт, что кинематические модели уже практически исчерпали свой потенциал совершенствования и резервы увеличения эффективности прогноза постепенно уменьшаются. Подход к описанию закономерностей изменения рынка как для отдельных инструментов, так и в целом в режиме реального времени системами динамических уравнений дает новые возможности для изучения его поведения. Для использования такого подхода необходимо искать пути решения сложной некорректной задачи идентификации параметров динамических систем.

Как показывают исследования [1] высокой эффективностью при решении задач параметрической идентификации динамических систем отличается подход, получивший название объединенный принцип максимума, базирующийся на использовании вариационных принципов при синтезе вычислительных алгоритмов [1].

Результаты моделирования динамики изменения индекса Dow Jones Industrial за 2013 год на основе алгоритма [1] представлены на рисунке 1.

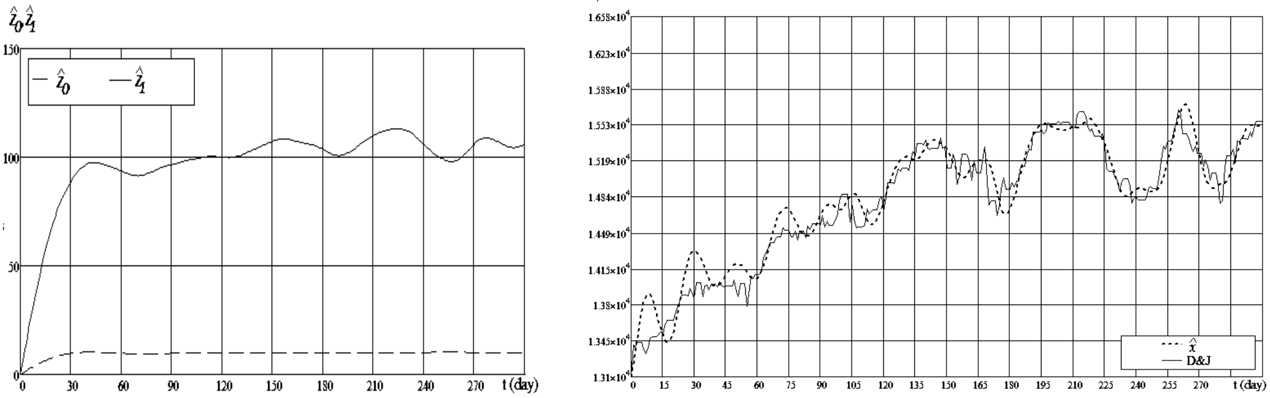


Рис. 1. Идентификация параметров и изменение индекса D&J и его оценка

Выводы. Использование предложенного аппарата дает возможность строить эффективную в вычислительном плане динамическую модель эволюции финансовых инструментов в режиме реального времени.

Список литературы:

1. *Дерябкин И.В., Андрашитов Д.С., Костоглотов А.А., Лазаренко С.В.* Вариационный метод многопараметрической идентификации динамических систем на основе итерационной регуляризации. // Изд-во «Радиотехника», Успехи современной радиоэлектроники № 6, 2012. С. 67 – 72.

ЧИСЛЕННОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МИКРОМИШЕНЕЙ НА ОСНОВЕ БЕЗУДАРНОГО СЖАТИЯ

Г.В. Долголева

ИПМ им. М.В. Келдыша, *dolgg@kiam.ru*

Доклад посвящен численному конструированию цилиндрических микромишеней на основе безударного сжатия.

Главная задача при конструировании микромишеней для управляемого термоядерного синтеза состоит в подборе геометрии, состава слоев и закона энерговложения, при которых можно получить горение рабочей области. При этом энерговыход в результате термоядерных реакций должен быть больше, чем вложенная энергия (коэффициент усиления больше единицы). И немаловажным вопросом является величина вкладываемой энергии.

Цель работы - показать как можно работая с геометрией мишени, составом слоев и законом энерговложения уменьшить величину вкладываемой энергии и увеличить энерговыделение в мишени.

Для осуществления безударного сжатия рабочей области, т.е получения на ее границе соответствующей скорости и давления, выводятся законы энерговложения.

Рассматриваются однокаскадные и двухкаскадные мишени. В двухкаскадной мишени добавляются еще слои, в один из которых дополнительно вкладывается энергия.

При выводе закона энерговложения для двухкаскадной мишени рассмотрены два случая: с неизвестным и известным энерговложением во внешнем каскаде.

Численно показано, что в двухкаскадной мишени по сравнению с однокаскадной снижается величина вкладываемой энергии в систему для осуществления горения.

Такой же эффект наблюдается и при модификации слоев: замене золота во второй области (пушер) на уран.

Работа поддержана грантом: 14-01-00251 РФФИ

СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ КИНЕТИКИ ТЕРМОЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Г.В. Долголева, **Е.А. Забродина**

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, katya@kiam.ru

Одним из важных вопросов при расчетах микромишеней в задачах управляемого термоядерного синтеза является вопрос о «горении» (наличии термоядерных реакций) в дейтериево-тритиевой мишени и при ее «загорании» вопрос об энерговыходе в результате этих реакций. При сравнении расчетов мишеней возникла необходимость сравнения используемых в разных программах моделей кинетики термоядерного горения. Сравниваются две модели: в первой используются скорости реакций и параметры энерговыделения, предложенные в работе /1/, а во второй модели - аналогичные величины из работы /2/. Как отмечено в /2/, это упрощенные формулы, полученные из статьи /3/, с точностью на уровне 10-20%.

В докладе представлена работа по численному сравнению двух моделей кинетики /1/ и /2/ на примере результатов расчетов двух мишеней - для лазерного и тяжелоионного синтеза. Расчеты проводились по программе НЗТ /4/, эксплуатируемой в ИПМ.

Работа поддержана грантом: 14-01-00251 РФФИ

Список литературы

1. *Козлов Б.Н.* Скорости термоядерных реакций. //Атомная энергия, 1962, т.12, вып.3, с. 238.
2. *Баско М.М.*. Уравнения одномерной радиационной газодинамики с теплопроводностью и кинетикой термоядерных реакций. Препринт ИТЭФ, №145, 1985, 58 с.
3. *Fowler W.A., Caughlam G.R., Zimmerman B.A.*. Thermonuclear Reaction Rates. //Ann. Rev. Astron. Ap., 1975, v.l3, p.69
4. *А.В. Забродин, Г.П. Прокопов*. Методики численного моделирования двумерных нестационарных течений теплопроводного газа в трехтемпературном приближении //ВАНТ, сер.: Математическое моделирование физических процессов, 1998, вып.3, с.3-16.

КРИТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ОБОБЩЕННОГО УРАВНЕНИЯ БЮРГЕРСА С МАЛОЙ ВЯЗКОСТЬЮ

Б.А. Дубровин[1], **М.С. Елаева**[2]

[1]SISSA, Via Bonomea 265, I-34136 Trieste, Italy, dubrovin@sissa.it и Лаборатория Геометрических методов математической физики, МГУ им.М.В. Ломоносова
[2]Финансовый университет при Правительстве РФ, mselaeva@mail.ru

Рассматривается нелинейное эволюционное уравнение в частных производных

$$u_t + a(u)u_x = \varepsilon[b(u)u_{xx} + c(u)u_x^2],$$

где $a(u), b(u), c(u)$ – гладкие функции, $a'(u) \neq 0,$ $\varepsilon > 0$ – малый параметр, для которого решается задача Коши

$$u(x,0;\varepsilon) = F(x)$$

с ε-независимыми начальными данными. Для достаточно малого ε решение возмущенного уравнения может быть аппроксимировано решением нелинейного уравнения переноса с теми же самыми начальными данными

$$v_t + a(v)v_x = 0$$
$$v(x,0) = F(x)$$

до момента времени, когда произойдет градиентная катастрофа. Далее сформулирована диссипативная универсальная гипотеза, описывающая главный член асимптотического разложения в точке образования разрыва в терминах логарифмической производной, так называемого интеграла Пирси. Главный член асимптотической формулы не зависит, с точностью до нескольких констант, ни от выбора частного решения, ни от выбора возмущения. Данная гипотеза проверяется численно с помощью метода конечных элементов. Вычислительные эксперименты, позволяющие сравнить численное решение с асимптотической формулой, проводятся для стандартного уравнения Бюргерса, а также для частного случая обобщенного уравнения Бюргерса.

Работа поддержана грантом Правительства РФ № 2010-220-01-077.

Список литературы:

1. *T. Claeys, T. Grava,* Universality of the break-up profile for the KdV equation in the small dispersion limit using the Riemann-Hilbert approach // Comm. Math. Phys. 286 (2009) P.979-1009.
2. *Dubrovin B.* On Hamiltonian perturbations of hyperbolic systems of conservation laws, II: universality of critical behaviour // Comm. Math. Phys. 267 (2006) P.117-139.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЛНОВОДНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СВЕТА В ИНТЕГРАЛЬНО-ОПТИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

А.А. Егоров[1], Д.С. Кулябов[2], К.П. Ловецкий[2], А.Л. Севастьянов[2],
Л.А. Севастьянов[2,3]

[1]*Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН*, *yegorov@kapella.gpi.ru*
[2]*Российский университет дружбы народов*, *sevast@sci.pfu.edu.ru*
[3]*Объединенный институт ядерных исследований*, *leonid.sevast@gmail.com*

Волноводная оптоэлектроника и интегральная оптика в последние годы все интенсивнее осваивают оптический диапазон передачи и обработки информации. Известно большое число аналоговых преобразователей оптических сигналов, специализированных оптических процессоров, оптических сенсоров и датчиков (см., например, [1]). Каждая интегрально-оптическая структура состоит из базовой части – планарного волновода, и из специализированной части – дополнительных нерегулярных волноведущих фрагментов. Настоящая работа посвящена разработке устойчивых численных методов исследования и моделирования волноводного распространения электромагнитного излучения в таких структурах, а также их проектирования.

В работах [2,3] была предложена модель (с частично разделяющимися переменными), учитывающая быстрые и медленные переменные процесса. В рамках модели задача решения системы уравнений Максвелла редуцируется к последовательному решению трех более простых задач: решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений, решение задачи эволюции эйконала, численное интегрирование вдоль характеристик эйконала.

Большое количество практических задач моделирования и проектирования интегрально-оптических структур содержит дополнительный малый параметр нерегулярности волноводного эффективного показателя преломления. Этот факт позволяет использовать асимптотический метод [3]. Задача в нулевом приближении решена [4] с использованием численно-аналитических вычислений. Решение задачи в первом приближении требует решения еще одной дополнительной задачи.

Работа поддержана грантами РФФИ № 13-01-00595, 14-01-00628.

Список литературы:

1. *Гончаренко А.М. Дерюгин Л.Н., Прохоров А.М., Шипуло Г.П.* // Журнал прикладной спектроскопии, 1978, Т.XXIX, Вып. 6. С. 987-997.

МНОГОСЕТОЧНЫЙ МЕТОД Р.П. ФЕДОРЕНКО – ИСТОРИЯ И СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ

В.Т. Жуков, Н.Д. Новикова, О.Б. Феодоритова

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, zhukov@kiam.ru

В задачах расчета процессов диффузии, динамики жидкости и других трудоемким элементом является решение систем линейных уравнений с большим числом неизвестных, возникающих при дискретизации трехмерных дифференциальных уравнений. Дополнительные трудности связаны с развитием многопроцессорных систем в стремлении достичь экзафлопных скоростей, в том числе наращиванием числа процессоров до сотен тысяч, что приводит к требованию масштабируемости кодов. Среди итерационных методов претендентом на высокую масштабируемость является классический многосеточный метод Р.П. Федоренко [1]. История создания и распространения по миру этого метода достаточно драматична. Долгое время среди зарубежных специалистов главенствовало мнение, что изобретатель мультигрида не использовал этот метод в расчетах по причине якобы отсутствия в конце 1950-х годов в СССР вычислительной техники. На самом деле работа [1] связана с расчетами на ЭВМ задачи прогноза погоды, что сводилось к численному решению двумерных уравнений газовой динамики и необходимости на каждом шаге по времени решать уравнение Пуассона. Р.П. Федоренко начал со "школьного" метода простой итерации, который сходится, но очень медленно, и скорость сходимости резко снижается при уменьшении шага сетки. Увидев, что невязка быстро становится гладкой функцией и затем очень медленно убывает, он догадался, что нужно решать уравнение для корректирующей функции на сетке с крупным шагом. Так появился мультигрид.

Второй драматический момент связан с появлением в 1990-х годах параллельных компьютеров. В отношении параллельной реализации мультигрида появился скептицизм, который к настоящему времени преодолен появлением многочисленных успешных параллельных реализаций.

Современное состояние параллельных реализаций многосеточных методов обеспечивает масштабируемость компьютерных кодов на большое число процессоров. В данном докладе, помимо истории изобретения мультигрида, содержится краткое изложение его основных вариантов, опыта использования и алгоритмических элементов, положенных в основу авторской параллельной реализации классического многосеточного метода.

Работа поддержана Программой фундаментальных исследований Президиума РАН № 1

Список литературы:

1. *Федоренко Р.П.* Релаксационный метод решения разностных эллиптических уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1961. Т.1. № 5. С. 922–927

ПРИМЕНЕНИЕ УСЕЧЕННОГО МЕТОДА НЬЮТОНА ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПЕРЕНОСА ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

В.В. Завьялов

ФГУП РФЯЦ-ВНИИТФ имени академика Е.И. Забабахина, zvv68@mail.ru

Для решения задачи переноса теплового излучения численными методами приходится решать уравнение энергии, как правило, используя линеаризацию по Ньютону функции Планка и уравнения состояния. В приближении «серой материи» функция Планка пропорциональна четвертой степени температуры и применение метода касательных в области низких температур может давать плохую аппроксимацию. С ростом временного шага эффект усиливается. В работах [1,2] был разработан и использован метод Ньютона с усечением. Применение данного подхода в рамках метода дискретных ординат позволило существенно улучшить сходимость, как для простой итерации, так и для метода выделения диагонального элемента [3]. Хотя система уравнений рассматривалась в кинетической модели, можно предположить, что подобный подход применим для широкого класса моделей и методов, в которых приходится решать уравнение энергии в аналогичной форме.

Список литературы:

1. *Пошивайло И.П.* Усеченный многомерный метод Ньютона // Математическое моделирование, 2012, т.24, №1, с.103-108.
2. *Калиткин Н.Н., Пошивайло И.П.* Вычисления с использованием обратных схем Рунге–Кутты // Математическое моделирование, 2013, т.25, №10, с.79-96.
3. *Завьялов В.В., Шестаков А.А.* Выделение диагонального элемента для ускорения итераций в многогрупповом кинетическом приближении при расчете теплопереноса // Математическое моделирование, 2010, т.22, №2, с.93-104.

ИНТЕРАКТИВНЫЙ ПРЕПРОЦЕССОР ДЛЯ ПОДГОТОВКИ ВХОДНЫХ РАСЧЕТНЫХ ДАННЫХ

Н.А. Зайцев

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, nikolai_zaitsev@mail.ru

Работа посвящена разработке интерактивного препроцессора для подготовки данных для расчета задач математической физики на параллельных вычислительных комплексах. Разработанный в настоящее время совместно с Б.В. Критским прототип ориентирован на подготовку данных для расчета распространения возмущений в слоистых анизотропных упругих средах, но одной из основных концепций разрабатываемого препроцессора является его максимально возможная расширяемость. Набор видов объектов и методов является открытым не только для разработчиков, но и, при соблюдении определенных ограничений, для пользователей. Еще одной базовой концепцией препроцессора является разбиение процесса подготовки данных для расчета на два этапа: сначала строится континуальная математическая модель рассчитываемого объекта, не зависящая от параметров конкретного расчета, потом строятся сетки и задаются другие параметры расчета. Для одной и той же математической модели задача может быть рассчитана разными методами с разными параметрами. Данный препроцессор должен занять промежуточное положение между ручной подготовкой данных и такими универсальными пакетами как ANSYS. Его преимущество перед универсальными пакетами заключается в ориентации на потребности определенного класса задач. Он позволит автоматически подбирать параметры расчета, необходимые для обеспечения заданной точности и устойчивости. Помимо подготовки данных для конкретного расчета, препроцессор ведет библиотеку математических моделей и подготовленных пусков.

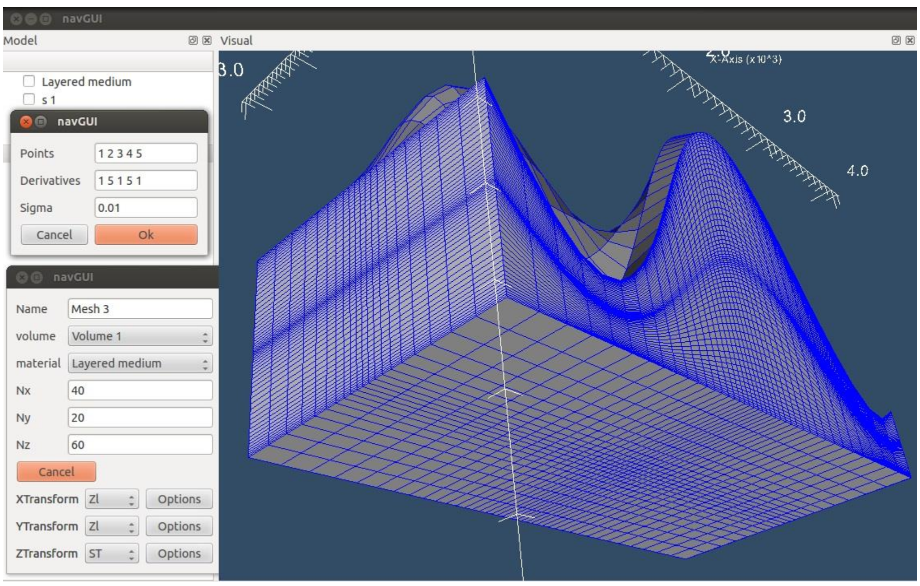


Рис.1. Пример рабочего окна препроцессора.

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ ОДНОМЕРНОЙ КВАЗИГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ С ОБЩИМИ УРАВНЕНИЯМИ СОСТОЯНИЯ И УРАВНЕНИЕ БАЛАНСА ЭНТРОПИИ

А.А. Злотник[1], В.А. Гаврилин[2]

[1]*НИУ Высшая школа экономики, Москва*, *azlotnik2001@mail.ru*
[2]*НИУ Московский энергетический институт, gavrilinva@gmail.com*

Квазигазодинамическая (КГД) система уравнений обычно записывается в форме уравнений баланса массы, импульса и полной энергии для совершенного политропного газа [1,2]. Недавно выполнено ее обобщение на случай общих уравнений состояния газа, и для обобщенной КГД системы обоснована параболичность по Петровскому и выведено уравнение баланса энтропии с неотрицательным производством энтропии [3,4].

В данной работе для последней системы в случае одной пространственной переменной изучается семейство трехточечных симметричных дискретизаций по пространству в форме уравнений баланса массы, импульса и полной энергии, причем их следствие - уравнение внутренней энергии - также имеет надлежащий вид. Это семейство обобщает изученное ранее для совершенного политропного газа в [5].

Выводится дискретное по пространству уравнение баланса энтропии и выясняется влияние выбора дискретизаций различных слагаемых исходных уравнений на вид сеточных дисбалансных слагаемых в нем. Указываются специальные весьма нетривиальные дискретизации, для которых соответствующие недивергентные дисбалансные слагаемые равны 0 либо существенно упрощаются.

Приводятся результаты численных экспериментов по решению системы уравнений Эйлера для хорошо известных двучленных уравнений состояния и уравнений состояния Ван дер Ваальса (без фазовых переходов).

Работа поддержана грантом РФФИ 13-01-00703 и Совета по грантам при Президенте РФ (проект НШ-2081.2014.1).

Список литературы:

1. *Четверушкин Б.Н.* Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений. М.: МАКС Пресс, 2004.
2. *Елизарова Т.Г.* Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. М.: Научный мир, 2007.
3. *Злотник А.А.* // Докл. АН. 2010. Т. 431. № 5. С. 605-609.
4. *Злотник А.А* // Матем. моделирование. 2010. Т. 22. № 7. С. 53-64.
5. *Злотник А.А.* // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2012. Т. 52. № 7. С. 1304–1316.

АЛЬМА–МАТЕР
Сибирской вычислительной математики
(к 50-летию образования ВЦ СО АН СССР)

В.П. Ильин

*Институт вычислительной математики
и математической геофизики СО РАН,
Новосибирский государственный университет*

10 января 1964 г. Гурий Иванович Марчук, 38-летний член-корреспондент Академии Наук СССР, издал исторические приказы № 1 и № 2 по Вычислительному Центру АН СССР, в соответствии с которыми он приступил к обязанностям директора и утвердил состав персонала Института в количестве 177 человек.

Через 10-15 лет ВЦ стал крупнейшим в стране машинным парком коллективного пользования, намного превосходящим по мощности Центры других академических институтов и университетов, включая и МГУ, и ЛГУ. В пике своего развития Вычислительный центр насчитывал около 1300 сотрудников и являлся визитной карточкой для многочисленных почетных гостей Академгородка. Плеяда выдающихся ученых во главе с Г.И.Марчуком: А.П.Ершов, М.М.Лаврентьев, Н.Н.Яненко, С.К.Годунов, А.С.Алексеев, Г.А.Михайлов и другие – снискала мировую славу своими пионерскими результатами и научными школами в вычислительной и прикладной математике, в программировании и информатике, в математической геофизике и компьютерных технологиях.

Достигнув критической массы, ВЦ стал порождать новые Институты, щедро направляя свои ученые десанты в организации Новосибирска, Красноярска, Иркутска, Омска, Хабаровска, Москвы, Алма-Аты и других многочисленных городов. Вычислительный центр стал уникальной кузницей кадров, на базе которого было создано свыше 10 кафедр НГУ и других вузов Новосибирска, а из его сотрудников вышло более 30(!) директоров академических институтов и других учреждений.

Главный итог научно-образовательной деятельности ВЦ СО АН СССР, впоследствие переименованного в Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, – формирование всемирно признанной Сибирской школы вычислительных наук и технологий, в соответствии со стратегией “треугольника Лаврентьева”: фундаментальные исследования, подготовка кадров – от школьной информатики до всеобщей компьютерной грамотности, внедрение научных результатов, овеществляемых в бесчисленных IT-компаниях и в обретающем общероссийский авторитет Технопарке Академгородка

ПРИМЕНЕНИЕ СТАБИЛИЗИРОВАННЫХ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫХ СХЕМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ-СТОКСА

Н.Б. Иткина, С.И. Марков

Новосибирский государственный технический университет,
itkina.nat@yandex.ru

Математическое моделирование позволяет априори оценить надежность и эффективность режимов транспортировки газа (жидкости) по трубопроводу. В докладе рассматриваются стационарные развивающиеся неизотермические ламинарные течения вязких, химически инертных несжимаемых жидкостей и слабосжимаемых идеальных газов в трубах. Течения осуществляются в отсутствии действия внешних сил и объёмных источников тепла.

Предлагается конечноэлементная схема, построенная с использованием SUPG метода [1] для моделирования трехмерных течений несжимаемой вязкой жидкости в прямых и изогнутых трубах в широком диапазоне изменения коэффициента вязкости. Анализируется вопрос выбора базиса для повышения устойчивости вычислительной схемы. Рассматривается интерполяционный базис – квадратичный для скорости и линейный для давления и полный базис первого и второго порядка из пространства Неделека H(div).

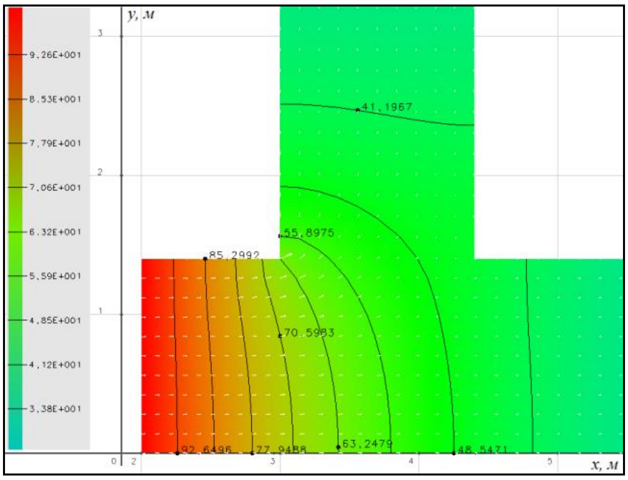


Рис.1. Поле скорости движения газа в сечении z=0.7м

На рис.1 приведены результаты вычислений для конкретного коэффициента вязкости (газ бутан) и начального равномерного распределения скорости.

Работа поддержана проектом №98 «Электромагнитные и тепловые поля в многомасштабных гетерогенных горных породах и искусственных материалах: физическое и математическое моделирование»

Список литературы:

1. *Bochev P., Gunzburger M., Shadid J.* Stability of SUPG finite element method for transient advection-diffusion problems// Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 2004. №193 P.2301–2323.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ГАЗА В МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МИКРОКАНАЛАХ

Ю.Н. Карамзин, Т.А. Кудряшова, **В.О. Подрыга**, С.В. Поляков

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, pvictoria@list.ru

Настоящая работа посвящена проблемам моделирования течений вязких теплопроводных газов в металлических микроканалах технических систем. Данная проблема возникла в связи с внедрением нанотехнологий в сферу разработки вакуумных и газовых микроприборов, применяемых в современной электронике и медицине. Конкретная задача состояла в разработке многомасштабной математической модели и соответствующих численных алгоритмов для анализа процессов взаимодействия азотно-водородной газовой смеси с металлическими стенками микроканала. Специфика задачи состоит в том, что: 1) число Кнудсена в расчётной области является переменным и принадлежит диапазону 0.001 - 1; 2) уравнения состояния газовой смеси для давления и внутренней энергии являются отнюдь неидеальными и существенно изменяются в диапазоне температур 80 - 600 К; 3) диапазон давлений является достаточно широким: от нескольких десятков до тысячных долей атмосферы. Отметим, что описание таких течений плохо воспроизводится в рамках классической газовой динамики и требует гибридных подходов. В настоящее время для этого используются либо уравнение Больцмана, разрешаемое методом Монте-Карло [1], либо уравнения молекулярной динамики (МД).

Предлагаемый нами подход состоит в применении комбинации квазигазодинамических (КГД) уравнений [2] для описания макропараметров течения внутри потока, а также уравнений молекулярной динамики в пристеночном слое. При этом возможны две стратегии вычислений. В рамках первой стратегии с помощью методов МД рассчитывается база данных, формирующая специальные граничные условия для КГД уравнений на стенках канала. Она предполагает выполнение достаточно большого объёма вычислений, предваряющего основной КГД расчёт. Эта стратегия эффективна в том случае, когда последующие расчёты по КГД уравнениям будут массовыми. Вторая стратегия предполагает прямое использование МД во время интегрирования КГД уравнений. Безусловно, это более затратный подход, но он более универсален и позволяет рассчитывать течение произвольных смесей газов вблизи металлических поверхностей также разного состава. Выполненные с помощью данных подходов вычислительные эксперименты подтвердили эффективность разработанной методики.

Работа поддержана грантом РФФИ № 13-01-12073-офи-м.

Список литературы:

1. *G.A. Bird*. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flow. - Oxford Science simulations. 1994.
2. *T.G. Elizarova*. Quasi-gasdynamic equations. - Springer. 2009.

МОДЕЛИ ТЕЧЕНИЙ ИОНИЗУЮЩЕГОСЯ ГАЗА В ПЛАЗМЕННЫХ УСКОРИТЕЛЯХ, УСЛОВИЕ СТАЦИОНАРНОСТИ ФРОНТА ИОНИЗАЦИИ И КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ

А.Н. Козлов, **В.С. Коновалов**

Институт Прикладной Математики им. М.В. Келдыша РАН

С квазистационарными сильноточными плазменными ускорителями (КСПУ) и магнитоплазменными компрессорами (МПК) связаны теоретические, численные и экспериментальные исследования различных явлений и плазмодинамических процессов (см., например, [1-6]). К ним относятся ускорение плазмы и формирование трансзвуковых потоков, приэлектродные процессы, компрессионное сжатие, перенос излучение, а также процесс ионизации и формирование фронта ионизации. В системах МПК И КСПУ один и тот же механизм ускорения плазмы, основанный на силе Ампера $\frac{1}{c}[\mathbf{j}, \mathbf{H}]$.

Существует несколько подходов для изучения течений ионизующегося газа, основанных на скачкообразной зависимости проводимости [1], на предположении о локальном термодинамическом равновесии [2], на учете кинетики ионизации и рекомбинации [3]. Для стационарных течений разработаны основы теории процессов на фронте ионизации [4]. Исследовано также влияние переноса излучения на процесс ионизации [5].

Данная работа продолжает цикл исследований течений ионизующегося газа. Проведены расчеты нестационарных пульсирующих режимов течения ионизующегося газа в канале плазменного ускорителя с азимутальным магнитным полем. В основу модели положены МГД-уравнения, дополненные уравнением кинетики ионизации и рекомбинации в рамках модифицированного диффузионного приближения с учетом фотоионизации и фоторекомбинации. Включены основные механизмы электропроводности и теплопередачи в трехкомпонентной среде состоящей из атомов, ионов и электронов.

В результате серии численных экспериментов выявлено эмпирическое условие стационарности потоков ионизующегося газа [6]. Показано, что условие стационарности фронта ионизации следует также из законов подобия.

Работа поддержана грантом РФФИ (№ 13-01-12043-офи-м).

Список литературы:

1. *Морозов А.И.* Введение в плазмодинамику. М.: Физматлит. 2008.
2. *Брушлинский К.В.* Математические и вычислительные задачи магнитной газодинамики. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2009.
3. *Козлов А. Н.* // Известия РАН. МЖГ. 2000. № 5. С. 181-188.
4. *Бармин А.А., Козлов А.Н.* // Известия РАН. МЖГ. 2013. № 4. С. 155-167.
5. *Kozlov A.N., Garkusha I.E., Konovalov V.S., Novikov V.G.* // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Plasma Physics. 2013. No. 1. P. 128-130.

КВАЗИСТРУКТУРИРОВАННЫЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ СЕТКИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОННОЙ ОПТИКИ

А.Н. Козырев, **В.М. Свешников**

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, victor@lapasrv.sscc.ru

При моделировании электронно-оптических систем с интенсивными пучками значительные вычислительные затраты приходятся на решение уравнений движения заряженных частиц. Наиболее просто и экономично реализация численных алгоритмов интегрирования уравнений движения осуществляется на прямоугольных сетках. Но на структурированных, пусть даже неравномерных, сетках требуется введение большого числа лишних узлов при адаптации сетки к неоднородностям пучка, которые необходимы лишь для поддержки структурированности.

В настоящей работе применяются квазиструктурированные прямоугольные сетки, которые позволяют экономично регулировать плотность узлов в зависимости от свойств пучка. Для их адаптации к криволинейным границам проводится локальная модификация. При построении сеток, по сути дела, проводится декомпозиция расчетной области на прямоугольные подобласти. Сшивка подобластей осуществляется путем непосредственной аппроксимации уравнения Пуанкаре-Стеклова на границе сопряжения (интерфейсе) системой линейных алгебраических уравнений [1], которая решается итерационными методами в подпространствах Крылова. Аппроксимация и решение уравнения Пуассона для потенциала электрического поля проводится автономно для каждой подобласти, что дает возможность распараллеливания при моделировании на многопроцессорных суперЭВМ.

Работа поддержана грантами РФФИ №12-001-00076 и СО РАН ИП 104, 126, 130

Список литературы:

1. *Свешников В.М.* Построение прямых и итерационных методов декомпозиции // СибЖИМ. 2009. Т.12, № 3(39). С. 99 – 109

ЭФФЕКТИВНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ С ПОМОЩЬЮ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА RKDG НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПУЗЫРЬКА С УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

Б.А. Корнеев[1], В.Д. Левченко[2]

[1]МФТИ (ГУ), boris.korneev@phystech.edu
[2]ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Lev@Keldysh.ru

В работе представляется Рунге-Кутты разрывный метод Галеркина (метод RKDG) для решения уравнений Эйлера газовой динамики [1]. Проводится тестирование метода на серии задач Римана о распаде разрыва для одномерного случая [2]. Для трёхмерного случая построена эффективная реализация RKDG метода с помощью LRnLA алгоритмов [3]. С её помощью появляется возможность решения некоторых сложных трёхмерных задач газовой динамики на доступных компьютерах.

В качестве примера трёхмерного расчёта рассматривается задача о взаимодействии пузырька с ударной волной. Рассмотрены две постановки: разреженного пузырька и плотного пузырька, соответствующие двум режимам — устойчивому режиму с возникновением стабильных вихревых колец (рис. 1) и неустойчивому режиму, при котором возникают нестабильные вихревые структуры. Полученные данные находятся в согласии с известными результатами экспериментов и численных расчётов [4].

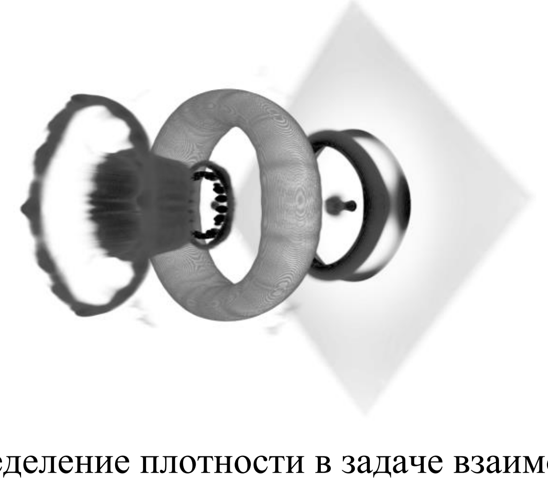


Рис.1. Распределение плотности в задаче взаимодействия пузырька гелия в воздухе с ударной волной с числом Маха M=3.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (гранты 12-01-00490-а и 12-01-00708-а), а также Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере.

Список литературы:

1. *Б. А. Корнеев, В. Д. Левченко*, in Препринты ИПМ (ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, 2013), vol. 28, p. 17, URL http://www.keldysh.ru/papers/2013/prep2013_28.pdf.
2. *E. Toro*, Riemann Solvers And Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction (Springer, 2009).
3. *В. Д. Левченко*, Информационные технологии и вычислительные системы 1, 68 (2005).
4. J. *H. Niederhaus, J. Greenough, J. Oakley, D. Ranjan, M. Anderson, and R. Bonazza,* Journal of Fluid Mechanics 594, 85 (2008).

НЕСКОЛЬКО ПРИМЕРОВ ПЕРЕНОСА ПРОГРАММ НА ГРАФИЧЕСКИЕ УСКОРИТЕЛИ CUDA С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БИБЛИОТЕКИ GRIDMATH

М.М. Краснов

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, kmm@kiam.ru

В общем случае перенос вычислительной задачи (двух или трёхмерной) на графические ускорители CUDA (см. [1]) является непростой задачей, подразумевающей, в том числе, знакомство с архитектурой CUDA и методы программирования на ней. Так как архитектура CUDA является существенно параллельной, то решаемая задача также должна допускать распараллеливание. Библиотека gridmath (см. [2]) позволяет «автоматически» переносить на CUDA написанные с её использованием программы. Библиотека рассчитана на решение задач на двух и трёхмерных прямоугольных сетках. Программа может быть отлажена в последовательном режиме на «обычном» процессоре, а затем перенесена на CUDA практически без изменений путём перекомпиляции специальным компилятором nvcc.

В типичных программах численного моделирования на прямоугольных сетках основные вычисления проводятся внутри вложенных циклов (по координатам сетки). При этом тело цикла, как правило, является реализацией неких дискретных математических формул (одной или нескольких). При этом, как правило, последовательность вычислений в разных узлах сетки не важна. Идея библиотеки состоит в том, чтобы вместо двух или трёх вложенных циклов с телом цикла внутри написать непосредственно математическую формулу (или близкий её аналог), при этом при компиляции в последовательном случае эта формула будет развёрнута во вложенные циклы, а в случае CUDA – в параллельный вызов ядра (kernel).

Автором были перенесены на CUDA с помощью библиотеки gridmath несколько программ, в том числе тест MG из пакета тестов NAS Parallel Benchmarks (см [3]) и задача трёхмерного моделирования QGD3D.

Список литературы:

1. Nvidia CUDA. URL: http://www.nvidia.com/object/cuda_home_new.html
2. *М.М. Краснов, О.Б. Феодоритова*. Операторная библиотека для решения трёхмерных сеточных задач математической физики с использованием графических плат с архитектурой CUDA
   // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. — 2013. — № 9.
   URL: http://www.keldysh.ru/papers/2013/prep2013_09.pdf
3. NAS Parallel Benchmarks URL: http://www.nas.nasa.gov/publications/npb.html

СРЕДНЕПОЛЕВЫЕ МОДЕЛИ В НАУКЕ О ПОЛИМЕРАХ

Ю.А. Криксин

ФГБУН Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН
kriksin@nm.ru

В последнее десятилетие для описания сложных молекулярных систем в физике получила широкое распространение концепция мультимасштабного моделирования, когда определение свойств системы на одном пространственно-временном масштабе производится с использованием информации о ее поведении на других пространственно-временных масштабах. Атомистическое моделирование полимерных систем на уровне отдельных атомов и молекул находит ограниченное применение, поскольку типичный объект содержит порядка 10^9 - 10^{14} атомов. Среднеполевые модели полимерных систем относятся к мезоскопическому масштабу, под которым подразумевается промежуточный масштаб в пределах от размера молекулы, измеряемого в единицах межатомных расстояний до размеров порядка нескольких микрон. Строгого определения мезоскопического масштаба не существует. Типичный диапазон для полимерных приложений находится между 10нм и 1000нм. Искусство мезоскопического моделирования состоит в правильном выделении параметров порядка и существенном уменьшении степеней свободы, используемых в исходном описании объекта. В докладе рассматриваются различные постановки задач физики полимеров в рамках теории самосогласованного среднего поля и обсуждаются их решения, полученные численно.

Работа поддержана грантом РФФИ 13-03-01010.

Список литературы:
1. *Kriksin Y.A., Khalatur P.G.* // Macromol. Theory Simul. 2012. №21. С. 382-399.
2. *Криксин Ю.А., Tung S.-H., Халатур П.Г., Хохлов А.Р.* // Высокомолекулярные соединения, Серия С 2013 Т.55 №7 С.880-892.
3. *Криксин Ю.А., Халатур П.Г., Хохлов А.Р.* // Высокомолекулярные соединения, Серия С 2013 Т.55 №7 С.893-901.

РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ЭЛЕКТРОННО-ЦИФРОВОЙ ПОДПИСИ НА ОСНОВЕ ГОСУДАРСТВЕННОГО СТАНДАРТА Р 34.10-2012

Ю.А. Крыжановская[1], Д.А. Волыхин

[1]Воронежский Государственный Университет, jak@mail.ru

В настоящее время появляется все больше программных продуктов, автоматизирующих работу с документами в различных сферах жизни. Вместе с этим возникает вопрос безопасности документооборота, а также желание пользователей работать с электронными копиями бумаг, как с подлинниками, то есть иметь возможность подписывать и утверждать документ, что и реализуется через механизм электронно-цифровой подписи (ЭЦП).

С 1 января 2013 года при разработке средств электронной подписи для информации, не содержащей сведений, составляющих государственную тайну, подпадающих под действие п. 3 Положения ПКЗ-2005, рекомендуется использовать криптографические алгоритмы, определяемые новыми национальными стандартами ГОСТ Р 34.10-2012 и ГОСТ Р 34.11-2012 [1,2].

Представленная разработка посвящена программной реализации алгоритма электронно-цифровой подписи на основе ГОСТ Р 34.10-2012, для функции хэширования применялся ГОСТ Р 34.11-2012. Результат работы представляет собой web-приложение, являющееся кроссплатформенным и позволяющее подписать документ или проверить подлинность подписи. Предусмотрено разграничение доступа по ролям: компоненты приложения доступны пользователям в объеме, соответствующем их роли. Реализован механизм парольной аутентификации с надежной функцией хэширования. Возможные роли в представленном приложении – аноним, пользователь и администратор. В первой роли доступно только меню регистрации. Для второй предусмотрена возможность создания, просмотра и редактирования документов, закрепленных за данным пользователем, подписания документов и проверки подписи на основе ГОСТ Р 34.10-2012. Роль администратора позволяет редактировать данные пользователей и все документы, «закреплять» документы за пользователями, проверять ЭЦП всех документов. Для хранения обрабатываемой информации была разработана база данных.

В качестве средств реализации были использованы JBoss 7.1 Application Server, IDE Eclipse Juno, Java 1.6, C, Html, Css, Spring Framework, Primefaces.org, MySql 5.1, MySql Workbench.

Список литературы:

1. ГОСТ Р 34.10-2012: [Эл.ронный ресурс] (дата обращения 15.06.2014). – (URL: http://protect.gost.ru/document.aspx?control=7&id=180151).
2. ГОСТ Р 34.11-2012: [Электронный ресурс] (дата обращения 15.06.2014). – (URL: http://protect.gost.ru/document.aspx?control=7&id=180209).

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ УЕДИНЕННОЙ ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ

В.С. Лапонин, Н.П. Савенкова

МГУ, Москва, lap@cs.msu.ru

Уединенные волны, обычно называемые солитонами, служат объектом интенсивных теоретических и экспериментальных исследований во многих различных областях науки, включая гидродинамику, нелинейную оптику, физику плазмы и биологию [1 – 2]. История солитонов восходит фактически в 1834 году, когда Джеймс Скотт Рассел обнаружил, что вал воды в канале распространяется без искажений на протяжении нескольких километров. Позже эти волны были названы уединенными. Однако, их свойства не были полностью поняты до введения соответствующих математических моделей и развития метода обратной задачи рассеяния в 1960-ых годах [3]. Термин солитон был введен в 1965 году, чтобы отразить частицеподобную природу уединенных волн, которые сохраняются даже после столкновений. Следует подчеркнуть, что в физической литературе не всегда делается различие между солитоном и уединенной волной [4], и очень часто все уединенные волны называются солитонами.

В работе численно исследуется формирование уединенной волны на поверхности воды в кольцевом канале, а полученные результаты сравниваются с экспериментальными данными, полученными авторами в работе [4].

Список литературы:

1. *Кернер Б.С., Осипов В.В.* Автосолитоны. М.: Наука, 1991, 198 с.
2. *Ньюэлл А.* Солитоны в математике и физике. М.: Мир, 1989, 324 с.
3. *Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П.* Теория солитонов: Метод обратной задачи. М.: Наука,1980, 319 с.
4. *Н.К. Шелковников* // Солитоны в жидкости, Динамика сложных систем, №2, т. 3, 2009, с. 17-26.

ПРИНЦИП КОНСЕРВАТИВНОСТИ В ТЕРМО-ДИФФУЗИОННОЙ ЗАДАЧЕ СТЕФАНА

О.С. Мажорова[1], Ю.П. Попов[2], **О.В. Щерица**[3]

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,
[1]magor@keldysh.ru, [2]popov@keldysh.ru, [3]shchery@keldysh.ru

Доклад посвящен некоторым новым аспектам подвижными границами, в случае, когда закон их движения заранее неизвестен и определяется в процессе решения задачи. Для наглядности изложение ведется на примере задачи о кристаллизации неразбавленного раствора, температура фазового перехода которого зависит от состава жидкой и твердой фаз — термо-диффузионная задача Стефана. Рассматривается класс методов, основанных на явным выделением границы раздела фаз, когда подвижная граница определяется положением закрепленных на ней узлов сетки. Это достигается либо за счет использования подвижных сеток, согласованных в исходных переменных с формой фронта кристаллизации, либо с помощью динамической замены переменных, которая выбирается так, чтобы в новых координатах расчетная область стала регулярной, с фиксированными границами, совпадающими с координатными линиями. В первом случае осуществляется аппроксимация исходных дифференциальных уравнений, во втором – уравнений, полученных с помощью замены переменных.

В докладе на подвижной и фиксированной сетках демонстрируется техника построения дивергентных и недивергентных разностных схем, гарантирующих выполнение баланса внутренней энергии и массы в дискретной модели. При этом переход из неподвижной системы координат в подвижную, связанную с движением границы раздела фаз, осуществляется с помощью замены переменных, аналогичной дифференциальному случаю [1]. В докладе обсуждается также вопрос о связи дивергентной записи разностной схемы с консервативностью вычислительного алгоритма.

Работа поддержана грантом РФФИ 12-01-00606.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ С ВИХРЯМИ ТЕЙЛОРА

Ф.А. Максимов

Институт автоматизации проектирования РАН, maximov@cfd.ru

Численный метод, разработанный на основе уравнений Навье-Стокса вязкого газа в трехмерной постановке, применен к расчету течения между вращающимися цилиндрами, конусами, сферами. Основное внимание уделено моделированию экспериментов, в которых наблюдаются вихри Тейлора. Возможность при численном эксперименте учитывать или не учитывать те или иные члены уравнений, а также сопоставление с экспериментом, позволяют назначить требования к математической модели течения. При расчете течения между цилиндрами для уменьшения области расчета и исключения краевых эффектов рассматривалась только часть области по длине с заданием условия периодичности. Решения с образованием вихрей Тейлора можно построить в некотором интервале размера периодичности. При задании размера периодичности меньше некоторой величины трехмерная неустойчивость не развивается, и вихри Тейлора не образуются. Это важно для численного моделирования. Задавая размеры ячейки сетки, фактически можно исключить саму возможность появления неустойчивостей. Существует некоторый размер периодичности, при котором реализуется максимальный момент трения, и который, по всей видимости, является наиболее устойчивым. Из экспериментов известно, что в условиях одной геометрии может реализовываться разное количество вихрей Тейлора. Этот факт подтверждается и численным моделированием. В частности смоделированы эксперименты с разным количеством вихрей при течении между конусами.

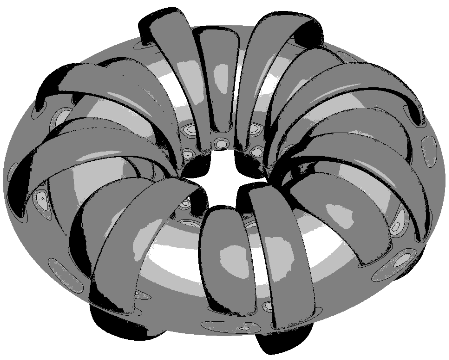


Рис.1. Вихри Тейлора между торами

Метод моделирования может быть применен к достаточно широкому кругу геометрий. На рис.1 представлено течение между торами в виде изоповерхности проекции скорости на «ось» цилиндров. Представляет интерес, что в этом случае, если поверхность внутреннего цилиндра вращается относительно своей оси, то между криволинейными цилиндрами при определенных условиях также образуются вихри Тейлора. В данном случае образуется 8 пар вихрей.

Работа поддержана грантом РФФИ №13-08-01229.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОДВИЖНОЙ МОРСКОЙ ПРИПОВЕРХНОСТНОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ С ШИРОКИМ ДИАПАЗОНОМ РАБОЧИХ ЧАСТОТ

А.В. Мариненко, М.И. Эпов

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука Сибирского отделения Российской академии наук (ИНГГ СО РАН), MarinenkoAV@ipgg.sbras.ru

В качестве приповерхностной модельной установки «источник-приемник» был рассмотрен следующий вариант, представленный на рис. 1.

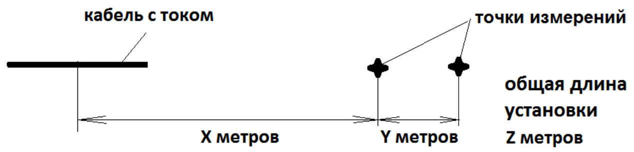


Рис. 1. Модель установки с токовым кабелем.

Размеры элементов установки и расстояния между источником и приемниками, а также между приемниками меняются в зависимости от области применения. Из всевозможного спектра измеряемых параметров выбрана разность фаз, эффективность которой была доказана численными экспериментами и математическими выкладками. В качестве рабочих частот рассматривались следующие диапазоны: для малоглубинной разведки — от 12 Гц до 200 Гц, для глубоководной разведки — от 0.1 Гц до 4 Гц. Сила тока в источнике 100 А. Поскольку установка является подвижной, возникала необходимость вычислять множество ее фиксированных положений относительно нефтегазового месторождения. С учетом необходимости подбора наиболее эффективной частоты тока, решение задачи может затянуться на недели, что неприемлемо в полевых условиях. Однако задача имеет естественный параллелизм и при наличии доступа к суперкомпьютеру, либо даже нескольким компьютерам, полное решение (с подбором частоты) будет занимать до 5 часов. В качестве расчетной области рассматривалась модель из статьи [1] и ее аналоги. Математический аппарат, использовавшийся в работе — трехмерный векторный метод конечных элементов на тетраэдральных разбиениях. Во всех моделях учитывались геометрические размеры разного типа нефтегазовых ловушек, а также такие особенности морской воды, как изменение ее электропроводности от поверхности до дна.

Работа поддержана грантом РФФИ №13-05-12031-офи_м.

Список литературы:

1. *Dell'Aversana P., Zanoletti F.* Multi-frequency symmetry analysis of marine CSEM data for separating the effects of multiple resistors // EGM International Workshop, April 2010. 4 p.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИНТЕЗА ЧАСТИЦ СУБМИКРОННОГО РАЗМЕРА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА СКАЧКОВ ТЕМПЕРАТУРЫ, КОНЦЕНТРАЦИЙ КОМПОНЕНТ И ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ ГАЗА В СЛОЕ КНУДСЕНА

А.А. Марков

ИПМех РАН, markov.ipm@yandexl.ru

Ключевые слова: горение углерода, трубки и поры субмикронных масштабов, проскальзывание, интенсификация переноса, скачки температуры и концентраций.

Предложены и проанализированы модели скачков температуры и концентраций при проскальзывании (СТКП) потоков газовых смесей в процессе горения углерода в трубках и порах субмикронного размера. Представлены расчеты конвективного и диффузионного переноса тепла и вещества при больших числах Кнудсена на основе уравнений Навье - Стокса при распределенном сопротивлении пористости с граничными условиями СТКП. Сопоставлены расчеты с учетом СТКП с расчетами в классической постановке. На основе расчетов получены данные об особенности горения углерода на субмикронных масштабах, для которых не применимы классические модели. Развитый метод применен к численному моделированию синтеза частиц титаната бария за фронтом волны горения углерода в нанопорах.

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-08-00664

Список литературы:

1. *Markov A. A.* Jump-Slip simulation technique for combustion in submicron tubes and submicron pores. // Computers and Fluids 99C (2014), pp. 83-92
2. *Markov A. A.* Micro and macro scale technique for strongly coupled two-phase flows simulation. // Computers & Fluids. 2009. 38. 1435-1444.
3. *A.A. Markov, I.A. Filimonov, and K.S Martirosyan*. Simulation of front motion in a reacting condensed two phase mixture. // J. Comput. Phys. Volume 231, Issue 20, 15 August 2012, P. 6714–6724 (2012).

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

П.В. Матюшин[1], В.А. Гущин[1,2]

[1]*Институт автоматизации проектирования РАН, pmatyushin@mail.ru*
[2]*Московский физико-технический институт (ГУ), gushchin@icad.org.ru*

Для моделирования отрывных течений стратифицированной по плотности несжимаемой вязкой жидкости (СНВЖ) около сферы и квадратного цилиндра (с диаметром d) на суперкомпьютерах МСЦ РАН решается система уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска при помощи метода расщепления по физическим факторам МЕРАНЖ с явной гибридной конечно-разностной схемой (второй порядок аппроксимации, монотонность) [1]. Основными безразмерными параметрами задачи являются внутреннее число Фруда $Fr = U/(N{\cdot}d)$ и число Рейнольдса $Re = U\,d/\nu$, где U – скорость; N, $T_b = 2\pi/N$ – частота и период плавучести. В [2] впервые была осознана эволюция течения, индуцированного диффузией на сфере, погруженной в СНВЖ. В [3] при $Re = 100$ впервые было подробно проанализировано изменение вихревой структуры течения СНВЖ около сферы с уменьшением Fr от 100 до 0.005 (рис. 1а). В [4] получена оригинальная классификация двумерных режимов течений СНВЖ около квадратного цилиндра. В настоящее время подробно исследуется течение при $Fr = 0.1$, $Re = 50$ с волнообразными *висящими прослойками плотности* в следе [5] (рис. 1в). Наши расчеты опровергают вывод работы [5] о разрыве поля скорости на этих прослойках.

Эта работа была частично поддержана РФФИ (гранты № 14-01-00428, 13-01-92696), программами № 15, 18 Президиума РАН и № 3 ОМН РАН.

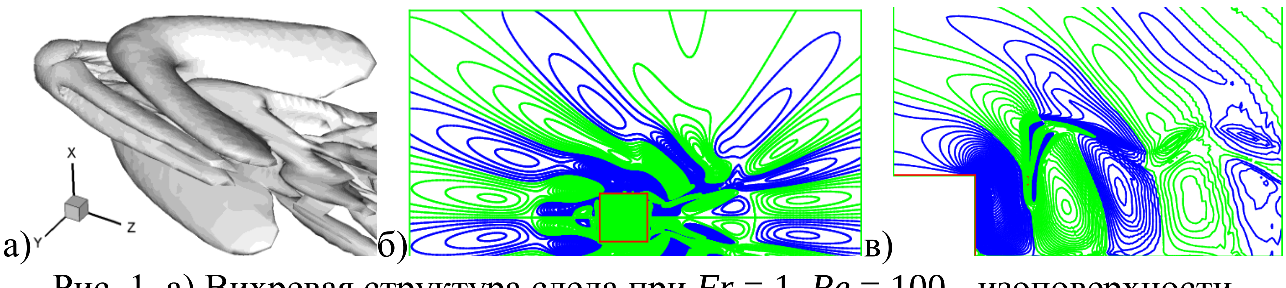


Рис. 1. а) Вихревая структура следа при $Fr = 1$, $Re = 100$ - изоповерхности мнимой части $\beta = 0.02$ комплексно сопряженных собственных значений тензора градиента скорости.
б-в) Изолинии горизонтального градиента плотности ρ_z с шагом $\delta\rho_z = 6.53{\cdot}10^{-6}$, $1.17{\cdot}10^{-4}$ при $Fr = 0.1$, $Re = 50$ для $t = 2{\cdot}T_b$, $575{\cdot}T_b$ (более темные (синие) изолинии соответствуют $\rho_z < 0$).

Список литературы:

1. *Белоцерковский О.М., Гущин В.А., Коньшин В.Н.* // ЖВМ и МФ 1987. Т.27. № 4. С.594-609.
2. *Байдулов В.Г., Матюшин П.В. и др.* // ДАН 2005 Т. 401. № 5. С.613-618.
3. *Гущин В.А., Матюшин П.В.* // ЖВМ и МФ 2011 Т. 51. № 2. С.268-281.
4. *Matyushin P.V.* // Proceedings of Intern. Conf. "*Fluxes and Structures in Fluids*" (25-28 июня 2013 г., РГГМУ, Санкт-Петербург) 2013 С.209-212.
5. *Миткин В.В., Чашечкин Ю.Д.* // Изв. АН. МЖГ. 2007 № 1 С.15-28.

К ОПРОКИДЫВАНИЮ ДВУМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ПЛАЗМЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ

С.В. Милютин[1], А.А. Фролов[2], **Е.В. Чижонков[3]**

[1]ООО «Рок Флоу Динамикс», svmilyutin@gmail.com
[2]ОИВТ РАН, frolov@ihed.ras.ru
[3]МГУ им.Ломоносова, мех-мат ф-т, chizhonk@mech.math.msu.su

При моделировании процессов в бесстолкновительной холодной плазме обычно используется либо метод частиц, позволяющий отслеживать их индивидуальные траектории, либо гидродинамическое описание на базе уравнений с частными производными. В первом случае критерием опрокидывания колебаний является пересечение электронных траекторий а во втором – обращение в бесконечность функции, описывающей плотность электронов. Имеется строгое обоснование появления сингулярности плотности среды при пересечении траекторий частиц.

В предлагаемом докладе сначала приведена двумерная постановка задачи и асимптотический анализ двух частных (одномерных) случаев опрокидывания колебаний. Затем описана динамика разрушения аксиально – симметричных плазменных колебаний, которая иллюстрирована результатами двумерных расчетов. Далее изложены результаты асимптотического анализа двумерных плазменных колебаний, на основании которых прогнозируется форма поверхности электронной плотности при опрокидывании. При естественных предположениях показано, что в случае, когда сечениями начального возмущения электронной плотности, являются эллипсы, то сингулярность возникает не на окружности ненулевого радиуса, а всего в двух точках. Аналитические выкладки дополняются результатами расчетов, выполненными на СКИФ МГУ "Чебышев" на базе гибридного параллельного кода.

Список литературы:

1. *Горбунов Л.М., Фролов А.А., Чижонков Е.В., Андреев Н.Е.* // Физика плазмы 2010 №36 С.375-386.

2. *Chizhonkov E.V., Frolov A.A.* // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modeling 2011 №26 С.379-396.
3. *Милютин С.В., Фролов А.А., Чижонков Е.В.* // Вычислительные методы и программирование 2013 №14 С.295-305.

БИБЛИОТЕКА ЕФР КАК СРЕДСТВО ЭФФЕКТИВНОГО ДОСТУПА К ФАЙЛОВЫМ ДАННЫМ НА ГИБРИДНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ И СУПЕРКОМПЬЮТЕРАХ

К.К. Олесницкая

ИТМФ ФГУП «РФЯЦ – ВНИИЭФ», Саров, oles.all@mail.ru

Вопросы, связанные с хранением, обработкой и оперативным доступом к Большим Данным являются актуальными при проведении комплексного имитационного моделирования задач математической физики на многопроцессорных ЭВМ на базе перспективной архитектуры. Для решения данных задач разработана кроссплатформенная библиотека ЕФР[1].

Для прикладных программных комплексов (ППК) библиотека ЕФР предоставляет единый функциональный интерфейс для работы с файловыми данными и единый формат представления расчетных данных, который позволяет сохранять все необходимые данные как для продолжения счета в рамках одного пакета программ, так и для передачи в другой пакет программ для полномасштабных последовательных расчетов.

Библиотека ЕФР позволила разработчикам ППК сосредоточиться на предметной области методики и в меньшей степени заботиться о рутинных операциях связанных с доступом к файловым данным на многопроцессорных ЭВМ.

В докладе описывается технология сохранения расчетных данных на многопроцессорных ЭВМ, которая позволяет на программном уровне управлять такими характеристиками как: количеством результирующих файлов; количеством файлов, записываемых одновременно; количеством процессов работающих с одним файлом в режиме записи и т.п.

Технология требует минимальных трудозатрат для поддержки в пользовательских программах чтения-записи и позволяет снизить нагрузку на параллельную файловую систему, способствуя ее стабильной работе, а также позволяет иметь единую программу чтения-записи для вычислительных систем (ВС) с различной архитектурой. Это достигается благодаря тому, что библиотека ЕФР при решении задач доступа к файловым данным использует реализацию с учетом стратегии оптимального использования аппаратных и файловых ресурсов конкретной ВС.

Применение технологии возможно для различных схем расчета и сохранения данных в параллельном режиме.

Список литературы:

1. *Олесницкая К.К., Антипин И.А., Шубина М.А.* Библиотека ЕФР для масштабируемого доступа к файловым данным на многопроцессорных ЭВМ // XI Забабахинские научные чтения: Сборник тезисов. Снежинск, 16-20 апреля, 2012. С. 335-336.

EFR-TOOLS КАК СРЕДСТВО МОДИФИКАЦИИ, ВЕРИФИКАЦИИ И ВАЛИДАЦИИ РАСЧЕТНЫХ ДАННЫХ ЕДИНОГО ФАЙЛОВОГО РАЗРЕЗА

К.К. Олесницкая, И.А. Антипин, М.А. Петрова

ИТМФ ФГУП «РФЯЦ – ВНИИЭФ», Саров, oles.all@mail.ru

Для сохранения расчетных данных в файлы (разрезы), при численном моделировании задач математической физики может использоваться библиотека ЕФР[1]. С ее помощью данные сохраняются в единый файловый разрез (ЕФР) в виде бинарных файлов унифицированного формата. Для просмотра, редактирования, анализа и обработки большого объема данных (более 10 миллиардов счетных узлов) единого файлового разреза предназначена кроссплатформенная программа EFR-Tools[2]. Основной задачей программы является ускорение и упрощение процесса внедрения возможностей библиотеки ЕФР в прикладные программные комплексы (ППК).

EFR Tools через графический интерфейс открывает доступ к двоичному коду разреза в удобном виде посредством деревьев и таблиц и поддерживает два режима работы: системный и пользовательский.

Разработчики библиотеки ЕФР используют системную версию программы, которая позволяет в кратчайшие сроки восстанавливать "битые" разрезы.

Для разработчиков ППК предоставляется пользовательская версия программы. Она менее функциональна, т.к. ряд операций должен осуществляться квалифицированными специалистами, хорошо знающими внутреннюю бинарную структуру файла (например, редактирование системных метаданных – файловых адресов, размерности объектов данных и т.п.). И предоставляет пользователям ряд вспомогательных средств, для отладки собственных программных комплексов и для решения проблем, связанных с постобработкой данных ЕФР программами общего сервиса. К таким средствам относятся:

- средства создания базовых (тестовых) разрезов;
- средства модификации и коррекции разрезов;
- средства компоновки разрезов;

- средства верификации разрезов такие как:
  - физическое сравнение данных разрезов;
  - логическое сравнение данных разрезов;
- средства валидации разрезов такие как:
  - проверка внутренней структуры разреза;
  - проверка данных на недопустимые значения;
  - проверка на соответствие форматам;
  - проверка распределенных данных.

Разработчики ППК могут самостоятельно расширять функциональность программы необходимыми специфическими возможностями, благодаря тому, что в EFR-Tools поддержана интерактивная работа с плагинами и реализованы средства для их создания.

В докладе описываются функциональные возможности программы EFR-Tools версии 1.3.0, которая создана на базе библиотеки ЕФР версии 3.1.2.

Список литературы:

1. *Олесницкая К.К., Антипин И.А., Шубина М.А.* Библиотека ЕФР для масштабируемого доступа к файловым данным на многопроцессорных ЭВМ // XI Забабахинские научные чтения: Сборник тезисов. Снежинск, 16-20 апреля, 2012. С. 335-336.
2. *Олесницкая К.К., Антипин И.А., Шубина М.А.* Визуальная система тестирования библиотеки EFR. Диагностика и коррекция EFR-разрезов // X научно-техническая конференция "Молодежь в науке": Сборник докладов. Саров, 1-3 ноября, 2012. С. 34-39.

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ЛАЗЕРЕ СПЕЦИАЛЬНОЙ КОНСТРУКЦИИ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА МУЛЬТИПОЛЕЙ

А.Б. Пальцев

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН, vlasov@ccas.ru

Рассмотрена задача Дирихле для уравнения Лапласа, возникающая при моделировании электрического поля в газовых лазерах специальной конструкции. Для ее эффективного решения применен метод мультиполей [1], обеспечивший быстрое и высокоточное вычисление искомой функции (электрического потенциала) и ее градиента, в том числе вблизи сложных участков границы области (криволинейного дна электрода).

Изучаемая краевая задача для гармонической функции Φ (z), z = x + i y, ставится в (двумерной) односвязной области $g = H \setminus (D \cup \partial D)$, где $H := \{\mathrm{Im}\, z > 0\}$ – верхняя полуплоскость, а область D представляет собой деформированную вертикальную полосу, граница которой состоит из трех звеньев: $\partial D = \Gamma^- \cup \Gamma \cup \Gamma^+$; здесь $\Gamma^\pm := \{x = \pm a,\ y \in [b, \infty)$, а Γ – гладкая дуга, для точек которой выполняются соотношения Im $z > 0$, $|\mathrm{Re}\, z| < a$. Таким образом, граница области g является объединением $\partial g = R \cup \Gamma^{-} \cup \Gamma \cup \Gamma^{+}$, где $R = \partial H$. Краевые условия для функции $\Phi(z)$ следующие: $\Phi(z) = 0$, $z \in R$; $\Phi(z) = \varphi_1$, $z \in \Gamma^{-}$; $\Phi(z) = \varphi_2$, $z \in \Gamma^{+}$; $\Phi(z) = \varphi(z)$, $z \in \Gamma$. Здесь φ_1 и φ_2 – постоянные величины, а функция $\varphi(z)$ непрерывна на Γ, причем $\varphi(-a + i\, b) = \varphi_1$ и $\varphi(a + i\, b) = \varphi_2$. Решение Φ поставленной задачи ищется в классе $C^2(g) \cap C\, g \setminus (A^{+} \cup A^{-}) \cap L_{\infty}(g)$, где через A^{+} и A^{-} обозначены (бесконечные) точки пересечения R и, соответственно, Γ^{+} и Γ^{-}.

Численные эксперименты показали высокую эффективность метода мультиполей [1] при различных формах дуги Γ.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 13-01-00923),

Список литературы:

1. *Власов В.И.* Краевые задачи в областях с криволинейной границей. М.: ВЦ АН СССР, 1987.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫХОДА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЛА ИЗ СТАКАНА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

А.В. Панасенко, **Е.П. Разумова**

Центральный научно-исследовательский институт машиностроения, Королев, akpanas@mail.ru

Приведены результаты математического моделирования нестационарных процессов, сопровождающих выход цилиндрического тела (ЦТ) из стакана, в рамках модели осредненных уравнений Навье-Стокса с учетом динамики его движения.

На рис. 1 приведена расчетная область. Движение ЦТ (BCMN) начинается в стакане (AOHG) под действием давления газов и в момент времени t=0 происходит его выброс. Принимается, что в момент времени t=0 давление и плотность газа в стакане постоянны и равны P_c и ρ_c соответственно, его скорость равна 0, начальное положение ЦТ $x = x_0$, скорость ЦТ $V = V_0$. На твердых поверхностях (MN и HG) ставится условие прилипания. На внешних границах расчетной области (DEFH) принимается условие свободного вытекания. На границах OB, CD ставится условие симметрии. Границы BN и CM являются подвижными, на них ставится условие прилипания с учетом скорости движения ЦТ.

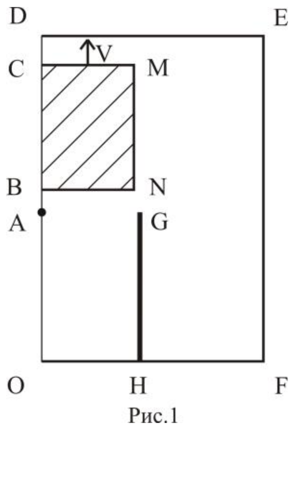


Рис.1

Расчеты проведены в рамках модели осредненных уравнений Навье-Стокса с моделью турбулентности Спаларта-Аллмараса (SA) с использованием модификации разностной схемы Маккормака. Расчетная сетка считается неподвижной. Движение ЦТ описывается системой уравнений, решение которых проводится методом Рунге-Кутты 4-го порядка (при t = 0, x= x_0 V = V_0).

В ходе развития процесса на внутренней стенке стакана формируется волна разрежения с висячим скачком уплотнения около ЦТ, а из образовавшегося кольцевого отверстия начинает развиваться струйное течение.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-08-00322а.

КЛЕТКИ ВОРОНОГО НА ТОРЕ И ДВУМЕРНЫЕ ЦЕПНЫЕ ДРОБИ

В.И. Парусников

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, parus@keldysh.ru

Аппарат клеток Вороного (Voronoi tassilations) в метрических пространствах имеет многочисленные приложения. Например, клетки Вороного широко используются в алгоритмах распознавания образов, задачах оптимизации и др.

Автор предлагает интерпретацию теории цепных дробей в терминах клеток Вороного. В одномерном случае предложенный подход сводится к изложению теории цепных дробей на другом языке и поэтому не открывает возможность получать ранее неизвестные свойства цепных дробей и наилучших приближений.

Ситуация качественно меняется в многомерном случае. Уже в двумерном случае на основе клеток Вороного строится геометрическая конструкция, обобщающая двумерную цепную дробь (в её варианте для совместных приближений). При этом свойства цепных дробей приобретают геометрический смысл и становятся более наглядными. Предложенная конструкция кардинально отличается от классической геометрической интерпретации Кляйна [1-2]. При новом подходе естественным образом возникают объекты, не встречавшиеся ранее в других многомерных обобщениях цепных дробей. С другой стороны, новый взгляд проявляет искусственность некоторых объектов, традиционно рассматриваемых в связи с изучением наилучших совместных приближений.

В работе доказываются некоторые свойствах нового обобщения двумерной цепной дроби.

Работа поддержана программой фундаментальных исследований ОМН РАН "Современные проблемы теоретической математики".

Список литературы:

1. *Klein F.* Ueber eine geometrische Auffassung der gewohnlischen Kettenbruchentwicklung // Nachr. Ges. Wiss. Gottingen, Mathem.-Phys. Kl. 1895. N 3. S. 357-359.
2. *Klein F.* Sur une representation geometrique du developpement en fraction continue ordinaire // Nouv. Ann. Math. (3). 1896. Bd. 15. S. 321-331

ТЕХНОЛОГИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ПРИРОДООХРАННЫХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ ВАРИАЦИОННОГО ПРИНЦИПА И СОПРЯЖЕННЫХ ИНТЕГРИРУЮЩИХ МНОЖИТЕЛЕЙ

В.В. Пененко, Е.А. Цветова, А.В. Пененко

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Новосибирск, penenko@sscc.ru

Задачи природоохранного направления являются междисциплинарными. В них участвуют большие объемы информации. Поэтому создание вычислительно-эффективной технологии моделирования и системы обработки информации представляет нетривиальную задачу.

Вариационный подход, предлагаемый авторами, как раз и предназначен для создания удобного и технологичного способа организации вычислений. Преимущество этого подхода состоит в целостности методики, позволяющей провести весь процесс математического моделирования от формулировки задачи до обработки результатов численных экспериментов с единых позиций. Инструментом, на основе которого производятся все построения, являются вариационные принципы. Они не только объединяют модели, различные по физическому содержанию и целевому назначению, но и обеспечивают согласованность всех этапов технологии математического моделирования и способов их практической реализации.

Представлена системная организация алгоритмов, в которой, в зависимости от целей исследований, используются различные варианты сочетаний последовательных и параллельных схем вычислений. Главная цель в разработке алгоритмов реализации математических моделей состоит в обеспечении их простоты и эффективности.

В докладе представлен один из примеров организации вычислений для блочных трехдиагональных систем уравнений, возникающих при аппроксимации задач типа конвекции–диффузии-реакции для газо-аэрозольных субстанций. Численные аппроксимации строятся на основе концепции сопряженных интегрирующих множителей. Алгоритмическая реализация осуществляется по принципу декомпозиции операторов моделей и целевых функционалов на основе свойств аддитивности. В развитие широко используемых в параллельных вычислениях подходов типа «spike»-факторизации и «divide and conquer» технологии, мы предлагаем два новых варианта алгоритмов, основанных на идеях декомпозиции сложных систем и использовании сопряженных интегрирующих множителей.

Работа частично поддержана Программами фундаментальных исследований №1 и 4 Президиума РАН, №3 ОМН РАН, проектами РФФИ №14-01-00125-а и 14-01-31482, а также Интеграционными проектами №№ 8 и 35 СО РАН.

РАЗРЫВЫ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В МЕТОДАХ СКВОЗНОГО СЧЕТА, ИХ АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ ЛОКАЛИЗАЦИЯ И КЛАССИФИКАЦИЯ

А.В. Плёнкин

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, golden_dragon_84@mail.ru

В настоящее время, возникает необходимость проводить алгоритмическую локализацию разрывов газодинамических течений непосредственно во время расчета для построения адаптивных сеток и повышения качества расчета. Используемые в этих целях алгоритмы должны быть универсальны (применимы к любым расчетным данным) и не должны требовать для каждого класса течений индивидуальной настройки.

Разработан алгоритм соответствующий указанным требованиям. В качестве исходных данных используются результаты расчета полей плотности и давления, заданных в узлах расчетной сетки. Сетка состоит из ячеек, которые задаются координатами узлов, являющимися их вершинами, и гранями. В результате обработки расчета каждому узлу сетки сопоставляется число, которое характеризует течение в окрестности узла. Особенностью метода является то, что он не требует тонкой настройки (одни и те же пороги чувствительности и наборы фильтров могут применяться для множества различных задач), что позволяет использовать его в автоматическом режиме. В то же время возможность тонкой настройки также заложена в алгоритм, что позволяет получить более качественные результаты в постобработке. Также был разработан набор фильтров, позволяющий избавиться от большей части артефактов [1].

Работа поддержана грантом РФФИ 14-01-00566 А

Список литературы:

1. *А.Л. Афендиков, А.Е. Луцкий, А.В. Плёнкин* // Вейвлетный анализ локализованных структур в идеальной и вязкой моделях, Математическое Моделирование 2011г, том 23, №1, страницы 41-50.

НЕНАСЫЩАЕМЫЙ АЛГОРИТМ АСИМПТОТИЧЕСКИ ОПТИМАЛЬНЫХ КУБАТУРНЫХ ФОРМУЛ

М.Д. Рамазанов

ИМВЦ УНЦ РАН, ramazanovmd@yandex.ru

Ненасыщаемость вычислительного алгоритма была введена и изучалась К.И. Бабенко. Мы предлагаем алгоритм приближенных вычислений интегралов по многомерным ограниченным областям произвольных форм, который является асимптотически оптимальным на W_2^m – пространствах интегрантов при любом $m > n/2$, и в то же время само правило вычисления не зависит от параметра m.

В простейшем случае периодической гладкой функции одной переменной и вычисления интеграла по периоду этот алгоритм сводится к формуле прямоугольников.

Работа поддержана грантом РФФИ 14-01-00307.

Список литературы:

1. *Рамазанов М.Д.* Асимптотически оптимальные решетчатые кубатурные формулы с ограниченным пограничным слоем и свойством ненасыщаемости // Математический сборник, 2013, Т. 204, N 7, С. 71-96.

ПРОГРАММЫ ПРИБЛИЖЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ КУБАТУРНЫМИ ФОРМУЛАМИ

Д.Я. Рахматуллин

ИМВЦ УНЦ РАН, rahmdy@gmail.com

Теория кубатурных формул и их одномерных аналогов — квадратурных формул — является хорошо развитой областью математического анализа и вычислительной математики. На данный момент существует ряд задач, связанных как непосредственно с теорией формул С. Л. Соболева и его последователей, так и с ее приложениями в компьютерных вычислениях.

Одной из актуальных проблем является задача приближенного вычисления интегралов большой кратности по областям произвольных форм, для решения которой сейчас используются, в основном, методы интегрирования типа Монте-Карло. Эти методы обладают несомненными достоинствами, как-то безразличие к сложности формы области интегрирования и возможность работы с функциями из пространств с сотнями измерений. Существенными недостатками методов типа Монте- Карло являются невысокая скорость сходимости и негарантированные, вероятностные оценки погрешности результата.

Мы решаем поставленную задачу путем приближения интеграла решетчатыми асимптотически оптимальными кубатурными формулами с ограниченным пограничным слоем. Этот подход позволяет избежать недостатков методов типа Монте- Карло.

Создан пакет программ приближенных вычислений интегралов по ограниченным многомерным областям Ω произвольных форм с гладкой границей Г. В описании основной программы пакета – приближенное вычисление интеграла до размерности 10, требуется выпуклость области интегрирования.

Программы написаны на языке C++ с использованием библиотеки параллельных функций MPI. Они были отлажены и тестированы на многопроцессорных вычислительных системах МВС-100К Межведомственного суперкомпьютерного центра.

В 2012-14 годах были создана варианты программы для вычислений на платформ NVIDIA CUDA.

Работа поддержана грантом РФФИ 14-01-00307.

Список литературы:

1. *Соболев С.Л., Васкевич В.Л.* Кубатурные формулы. Новосибирск: Изд-во ИМ СО РАН. 1996. С. 254–263.

СТОХАСТИЧНОСТЬ СПЕКТРОВ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

М.Ю. Решетняк

Институт физики Земли РАН, m.reshetnyak@gmail.com

Согласно современным представлениям магнитное поле Земли генерируется механизмом динамо в жидком ядре [1]. Исследование земного и планетарного динамо связано с рядом особенностей, выражающихся в высокой степени нелинейности задачи и экстремально быстром вращении планет. Более того, наблюдаемое магнитное поле на поверхности планеты является лишь небольшой частью поля внутри ядра и по своим свойствам лишь отдаленно напоминает среднее магнитное поле в области генерации, полученное после предварительного осреднения. Задача воспроизведения близкого к наблюдаемому магнитному полю в численных моделях, является задачей статистической, в том смысле, что на временах больших основного периода геодинамо (10 тыс.лет) коэффициенты Гаусса в пространственном спектре магнитного поля оказываются статистически независимыми величинами [2].

Отсутствие корреляции магнитного поля на разных масштабах оказывается сродни представлениям о процессах в ядре, как о турбулентной системе. Очевидно, что представления археомагнетизма о вековых вариациях, как о системе волн, справедливо лишь на временах немногим превышающих периоды самих волн, что подтверждается вейвлет-анализом археомагнитных данных, демонстрирующим эволюцию спектров во времени.

Интересно, что и для малых периодов вековой вариации 60-500 лет, временной период связан с пространственным масштабом вариации линейной зависимостью, что могло бы соответствовать слабо убывающим турбулентным магнитогидродинамическим спектрам в жидком ядре. В этой связи возможность численного моделирования оказываются крайне полезными, поскольку проверка статистической независимости коэффициентов Гаусса должна проводиться на больших временах, где точности наблюдений уже недостаточно для оценки эволюции больших волновых чисел в спектре поля.

В работе на примере ряда известных баз данных геомагнитного поля, мы рассмотрим как эволюционируют оценки корреляции коэффициентов Гаусса при увеличении временного интервала, а также сравним результаты анализа временных рядов, содержащих небольшое число инверсий геомагнитного поля, полученных в трехмерных моделях геодинамо.

Список литературы:

1. *Roberts P. H., King E.M.* On the genesis of the Earth's magnetism // 2013. Rep. Prog. Phys. V.76. P.096801.
2. *Hulot G., Le Mouel J.-L.* A statistical approach to the Earth's main magnetic field // Phys. Earth Planet. Int. 1994. V.82. P.167-183.

О НОВОМ ПОДХОДЕ К ИЗУЧЕНИЮ СИСТЕМ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Ю.Г. Рыков

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша, rykov@keldysh.ru

Доклад посвящен описанию нового подхода к рассмотрению систем одномерных квазилинейных гиперболических уравнений. Этот подход пока формулируется только как направление возможных исследований. На начальном этапе решения рассматриваются как кусочно-гладкие. Пространство (t,x) представляется расслоенным в соответствии с характеристическими семействами $y(\tau,a)$, $y(0,a)=a$, на каждой характеристике определена соответствующая функция $\vec{U}(\tau)$. На линиях разрыва предполагаются выполненными условия устойчивости Лакса. При этом характеристики и функции $\vec{U}(\tau)$ оказываются решением некоторой вариационной задачи для вектор-функционала на траекториях, связанного с соответствующими законами сохранения. Близкие рассмотрения были сделаны в старой работе О.А.Олейник [1] для одного уравнения, на их базе были получены соответствующие теоремы существования и единственности. В дальнейшем в мире упор был сделан на метод исчезающей вязкости, который оказывается удобным для одного уравнения, как одномерного, так и многомерного. Для случая систем уравнений введение вязкости, по-видимому, приводит к потере существенной информации, которая растет с ростом числа уравнений в системе (с этим, вероятно, связаны неудачи в доказательстве общих теорем даже для одномерных систем более чем двух уравнений). Указанный выше подход, вообще говоря, может предоставить более детальную информацию о структуре решений. В [2] этот подход был предварительно сформулирован в целом для одномерных систем и отмечен его потенциал даже в многомерном случае.

В рамках доклада иллюстрация основных идей будет проведена на примере квазилинейных систем двух уравнений.

Список литературы:

1. *Олейник О.А.* // Труды Моск. Мат. Об-ва 1956 т.**5** С. 433 – 454.
2. *Рыков Ю.Г.* // Препринт ИПМ им.М.В.Келдыша РАН, 2011 № 62 С.1-9.

ВОЗДЕЙСТВИЕ ПЕРЕМЕННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПРОВОДЯЩЕЕ ТЕЛО

А.О. Савченко

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, savch@ommfao1.sscc.ru

В докладе предложен способ определения в квазистационарном приближении векторного потенциала в виде аналитического ряда в любом теле конечной однородной проводимости, помещённом в непроводящей среде в переменное магнитное поле, гармонически изменяющееся по времени. Поле внутри проводящего тела однозначно определяется векторным потенциалом внешнего поля в области, занимаемой объёмом проводящего тела. Особенность задачи состоит в том, что на поверхности проводника, окружённого непроводящей средой, возникает электрический заряд, что вызывает необходимость рассматривать математическую постановку задачи определения четырёхмерного потенциала электромагнитного поля. Эта задача сводится к решению уравнения Гельмгольца в области, занимаемой проводящим телом, при условии, что правая часть уравнения тангенциальная на поверхности тела, а решением задачи с нулевой проводимостью тела является векторный потенциал внешнего магнитного поля. Решение этого уравнения находится в виде ряда, каждый член которого определяется из решения уравнения Пуассона при условии, что правые части этих уравнений тангенциальные на поверхности тела. Распределение поверхностного заряда, который обеспечивает выполнение этого условия при заданном значении векторного потенциала, находится итерационной процедурой перед вычислением каждого последующего члена ряда. Для численного решения задачи предложен аналог метода электростатических изображений, при котором распределение заряда находится на поверхности, вмещающей исходное тело. Проведены численные эксперименты с различным выбором параметров итерационного процесса и размеров вмещающих поверхностей.

РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ПОСТРОЕНИЯ ПРОГРАММНЫХ РЕАЛИЗАЦИЙ СЛОЖНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МЕТОДОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ НА ПРИМЕРЕ МКЭ

А.П. Соколов[1], В.Н. Щетинин[2], Ю.В. Шпакова[3], **В.М. Макаренков**[4]

МГТУ им. Н.Э. Баумана, [1]alsokolo@bmstu.ru, [2]sch_vitaliy@mail.ru, [3]shpakovayuliya@yandex.ru, [4]slavmak93@yandex.ru

В работе представлен оригинальный подход к созданию программных реализаций сложных вычислительных методов в целом и на примере реализации метода конечных элементов (МКЭ) в частности. Подход основан на применении понятий теории графов [1], на основе которой строится сетевая модель (в виде ориентированного графа) [2], [3] будущей программной реализации численного метода. Элементы сетевой модели были формализованы: узлам были поставлены в соответствие состояния данных, ребрам графа - функции перехода из одного состояния в другое. Каждая функция перехода была определена как пара: функция-обработчик и функция-предикат. Хранение модели обеспечено использованием реляционных баз данных [4]. С использованием указанного программного подхода были созданы программные реализации алгоритмов решения целого класса задач механики сплошных сред, основанные на применении МКЭ [5], [6]. Были построены более 15 программных реализаций, основанных на применении МКЭ на базе представленного подхода, в рамках Распределенной вычислительной системы GCD [7]

Исследование выполнено при поддержке грантов Президента РФ МК-6573.2013.3, МК-4811.2014.8.

Список литературы:

1. *Оре О.* Теория графов. Наука, 1968. 336 pp.

2. *Буч Г., Якобсон А., and Рамбо Д.* UML. Классика CS. 2-е изд. СПб.: Питер, 2006. 736 pp.
3. *Кормен Т.М.* Часть VI. Алгоритмы для работы с графами // Алгоритмы: построение и анализ = INTRODUCTION TO ALGORITHMS. Издательский дом Вильямс, 2006. 1296 pp.
4. *Дейт К.Д.* Введение в системы баз данных. Вильямс, 2006. 1328 pp.
5. *О.Зенкевич.* Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 543 pp.
6. *Митчел Э., Уейт Р.* Метод конечных элементов для уравнений с частными производными. М.: Мир, 1981. 216 pp.
7. *Соколов А.П., Димитриенко Ю.И.* "Система автоматизированного прогнозирования свойств композиционных материалов," Информационные технологии, Vol. 1, No. 8, 2008. pp. 31-38.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ В МОДЕЛИ ВИЧ НА ПАРАЛЛЕЛЬНОМ ВЫЧИСЛИТЕЛЕ

С.И. Солодушкин[1,2], **И.Ф. Юманова**[2], А.В. Ким[1]

[1]*Институт математики и механики УрО РАН, mail1@mail.ru*
[2]*Уральский федеральный университет, solodushkin_s@mail.ru, yuirfa@mail.ru*

Уравнения в частных производных возникают при моделировании взаимодействия иммунной системы и ВИЧ. Примером является модель D. Kirschner [1],

$$\begin{cases} \dfrac{dT(t)}{dt} = s(t) - \mu_T T(t) + r\,\dfrac{T(t)V(t)}{C+V(t)} - k_V T(t)V(t), \\ \dfrac{\partial I(t,a)}{\partial T} + \dfrac{\partial I(t,a)}{\partial a} = -\mu_I I(t,a) - r\,\dfrac{I(t,a)V(t)}{C+V(t)}, \quad I(t,0) = k_V T(t)V(t), \\ \dfrac{dV(t)}{dt} = Nr\,\dfrac{V(t)}{C+V(t)} \displaystyle\int_0^{a_{\max}} I(t,a)da - k_T T(t)V(t) + \dfrac{g_V V(t)}{b+V(t)}. \end{cases}$$

Здесь T, I, V – число неинфицированных CD4+, инфицированных CD4+ и ВИЧ на мл крови соответственно. Популяция $I(t,a)$ структурирована по длительности инфицирования $a \in [0, a_{\max}]$, $a_{\max}$ – время жизни инфицированных CD4+. Задача решается на временном промежутке $[0, \theta]$.

Введена равномерная сетка: отрезки $[0, \theta]$ и $[0, a_{\max}]$ разбиты равномерно с шагом Δ и h соответственно. Для численного решения второго уравнения системы применяется разностный метод второго порядка по a и первого по t. Метод хорошо распараллеливается, в отдельных потоках можно высчитывать значения на нескольких смежных временных слоях. Для ускорения вычислений интегралы, присутствующие в третьем уравнении, пересчитываются рекуррентно.

Решается задача идентификации параметров по неточным наблюдениям. Вектор параметров инициализируется в соответствии с априорной информацией, система решается и вычисляется квадратичный функционал рассогласования. Задачи минимизации этого функционала сводится решению нелинейной системы, которая решается итерационно. Метод идентификации параметров также хорошо распараллеливается на независимые потоки.

Программа, реализующая разностный метод для решения (1) позволяет моделировать различные исходы заболевания: выздоровление или развитие СПИДа и смерть. Модель допускает введение управления, интерпретируемого как лечение, и анализ различных стратегий лечения ВИЧ.

Работа поддержана грантами РФФИ 13-01-00089, 14-01-00065, программой президиума РАН "фундаментальные науки – медицине" и Урало-сибирским междисциплинарным проектом.

Список литературы:

1. *Kircshner D.* Using Mathematics to Understand HIV Immune Dynamics // Notices of the AMS, 1996 Vol. 43, №2, C.191–202.

ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ ТРЕХМЕРНОГО КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОГО СЖИМАЕМОГО ТЕПЛОПРОВОДНОГО ГАЗА

Е.М. Сорокина[1], А.Г. Обухов[2]

[1]Тюменский государственный университет, semaiia@mail.ru
[2]Тюменский государственный нефтегазовый университет, aobukhov@tsogu.ru

Рассматривается полная система уравнений Навье-Стокса, описывающая нестационарные течения сжимаемого вязкого теплопроводного газа в условиях действия силы тяжести при локальном нагреве подстилающей поверхности. Коэффициенты вязкости и теплопроводности полагаются постоянными. За начальные условия принимаются функции, являющиеся точным аналитическим решением полной системы уравнений Навье-Стокса [1]. В качестве краевых условий предлагаются конкретные соотношения [2]. Решения полной системы уравнений Навье-Стокса строятся численно с использованием явной разностной схемы в прямоугольном параллелепипеде.

Приведены результаты расчетов термодинамических, скоростных и энергетических характеристик возникающего конвективного потока вязкого сжимаемого теплопроводного газа в условиях действия силы тяжести [3]. Построены мгновенные линии тока конвективного течения, которые существенно зависят от температуры нагрева.

Исследования поддержаны Министерством образования и науки РФ (проект № 2014/229).

Список литературы:

1. *Баутин С.П., Обухов А.Г.* Одно точное стационарное решение системы уравнений газовой динамики // Известия вузов. Нефть и газ.− 2013. − № 4. − С.81−86.
2. *Баутин С.П., Обухов А.Г.* Об одном виде краевых условий при расчете трехмерных нестационарных течений сжимаемого вязкого теплопроводного газа // Известия вузов. Нефть и газ. − 2013. − № 5. – С.55−63.
3. *Обухов А.Г., Сорокина Е.М.* Математическое моделирование и численный расчет трехмерного конвективного течения газа // Известия вузов. Нефть и газ. – 2013. № 6. С.57−63.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЗАКОНОВ МАСШТАБИРОВАНИЯ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ГИДРОМАГНИТНЫХ ДИНАМО В БЫСТРО ВРАЩАЮЩИХСЯ СФЕРИЧЕСКИХ СЛОЯХ

С.В. Старченко

ИЗМИРАН, sstarchenko@mail.ru

Ныне широко известный и применяемый к планетам и звездам простейший закон масштабирования напряженности магнитного поля был получен 8 лет назад в [1] (см. рис.1) непосредственно из численных моделей гидромагнитных динамо генерирующих преимущественно дипольное магнитное поле на внешней границе вращающихся быстро сферических слоев. С тех пор предпринимались неоднократные и, к сожалению, малоуспешные попытки дать этому закону обоснование из первых принципов. Для решения этой проблемы мною предлагается асимптотический подход, основанный на использовании независимого от транспортных коэффициентов малого вращательного числа Рэлея. Схематику моего подхода см. на рис. справа.

В результате не только обоснован знаменитый закон из [1], но и найдены диапазоны его применимости. Так же получены новые законы для типичных масштабов (d и h на рис.) и взаимной ориентации магнитного поля и скорости. Спланированы численные эксперименты для тестирования этих законов.

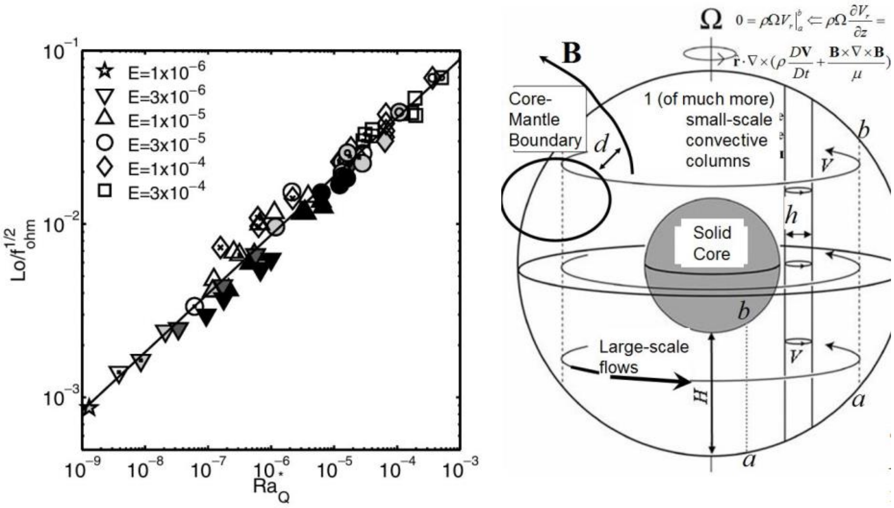


Рис.1 Слева – закон масштабирования напряженности магнитного поля в зависимости от конвективной энергии выведенный из 66-ти численных моделей в работе [1]. Справа – схема для типичных гидромагнитных величин и ключевого соотношения сил, используемых при асимптотическом обосновании.

Работа была частично поддержана грантом РФФИ № 12-05-00288-а.

Список литературы:

1. *Christensen U.R. and J. Aubert* // Geoph. J. Int. 2006 V.166 P.97-114.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРАГМЕНТАЦИИ ИЗЛУЧАЮЩЕГО САМОГРАВИТИРУЮЩЕГО ГАЗОВОГО ДИСКА

Л.Г. Страховская

ИПМ им.М.В.Келдыша РАН, strakh@kiam.ru

Моделируется один из подходов к образованию планет в протопланетном диске – механизм гравитационной неустойчивости [1,2]. Основной недостаток модели состоит в том, что не удается объяснить, каким образом сжимающееся вещество, которое при сжатии разогревается, успевает остыть. В работе исследуется влияние самогравитации и излучения диска на его фрагментацию.

Рассматривается система, состоящая из гравитирующего центра и вращающегося вокруг него газового облака. Численная модель описывается 3D нестационарными уравнениями газовой динамики в переменных Эйлера в цилиндрической системе координат r, φ, z, уравнением Пуассона для гравитационного потенциала диска и простым законом охлаждения [3].

На рис.1 представлены распределения плотности по радиусу в центральном сечении диска $z = 0$; ($\varphi = const$) для трех расчетов на один момент времени $t = 13.6$. Кривая 1 – начальные данные для всех расчетов; кривая 2 –

самогравитация и излучение не учитываются; кривая 3 – учитывается самогравитация; кривая 4 – учитывается излучение (без самогравитации). Значения внутренней энергии в окрестности $r = 0$ для этих вариантов следующие: 0.025; 12.7; 13.1; 1.72 . При учете излучения температура значительно ниже и плотность уменьшается слабо.

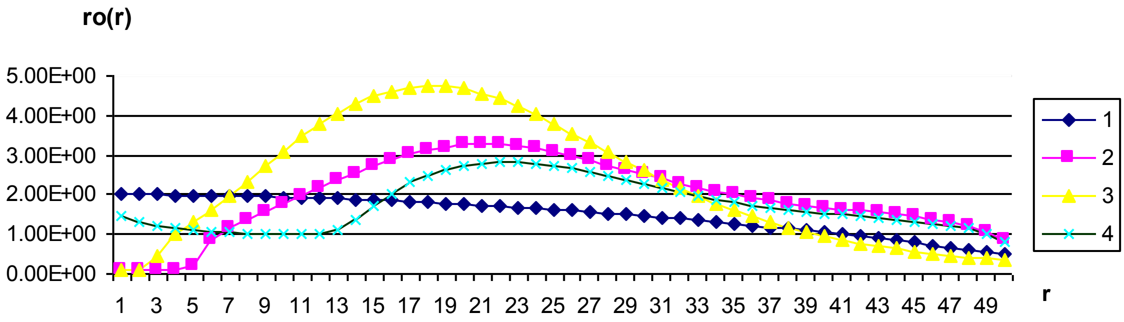


Рис.1. Распределение плотности: начальной и в результате трех расчетов

Работа поддержана грантом №12-01-00071 РФФИ

Список литературы:

1. *Страховская Л.Г.* // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2012. № 80. 24 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2012-80
2. *Страховская Л.Г.* // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2013. № 82. 24 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-82
3. *Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П.* Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 656 с.

О ПРОЕКЦИОННО-СЕТОЧНЫХ АППРОКСИМАЦИЯХ

Н.А. Стрелков

Ярославский государственный университет, strelkov@uniyar.ac.ru

Рассматриваются свойства проекционно-сеточных подпространств, порождаемых сдвигами аргумента одной или нескольких фиксированных функций по некоторой решетке. Эти подпространства исследуются как с точки зрения их аппроксимационных свойств, так и с позиций качества и простоты структуры определяемых ими проекционно-сеточных методов.

Основной круг рассмотренных вопросов:

а) нахождение точных значений проекционно-сеточных поперечников, описывающих качество аппроксимации, и установление связи величин этих поперечников с геометрическими характеристиками укладок лебеговых множеств функции, зависящей от метрик пространств, в которых проводится аппроксимация (в случае пространств Соболева - решетчатых укладок одинаковых шаров);

b) описание оптимальных координатных функций и оптимальных сеток, на которых реализуются нижние грани аппроксимационных характеристик; в частности, выяснение зависимости между оптимальными сетками и решетками, порождающими плотнейшие укладки;

c) определение средней размерности и сравнение проекционно-сеточных поперечников с поперечниками по Колмогорову той же средней размерности;

d) аппроксимация в пространствах Соболева: точные значения поперечников, конструктивное построение оптимальных координатных функций и оптимальных сеток, универсальность оптимальных сеток, критерий асимптотической оптимальности.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ПОЛЯРИМЕТРИИ

Т.А. Сушкевич, С.А. Стрелков, С.В. Максакова

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,
tamaras@keldysh.ru

Рассматриваем перенос поляризованного света в рамках кинетического уравнения и теории переноса излучения. Если уравнения Максвелла были получены в 1873 году, то векторное интегро-дифференциальное уравнение переноса поляризованного излучения было написано только в 40-ые годы XX века. Распространение поляризованного излучения описывается векторными полями с непредсказуемыми профилями и с особенностями. В этом принципиальная сложность численного решения поляризационных задач, поскольку требуются детальные описания векторных полей на больших разностных сетках. В предположении стационарного состояния среды и постоянства внешнего потока поле квазимонохроматического поляризованного излучения полностью описывается четырехкомпонентным вектором, компонентами которого являются параметры Стокса, имеющие размерность интенсивности излучения. Если среда макроскопически оптически изотропна, то полный вектор Стокса находится как решение векторной краевой задачи теории переноса поляризованного излучения – это математическая модель, которая адекватно описывает физический процесс.

Вектор Стокса некогерентного многократно рассеянного светового пучка определяем в приближении нелинейной системы как решение общей векторной краевой задачи теории переноса поляризованного излучения в гетерогенной системе с оптически разнородными слоями и с отражающими и пропускающими внутренними и внешними границами. Нелинейность обусловлена нелинейной зависимостью решения от характеристик граничных условий и многократным прохождением излучения через границы.

Вместо исходной модели – общей краевой задачи, неразрешимой конечно-разностными методами при горизонтальной неоднородности граничных условий, предлагаем новую модель – физически корректную, математически (асимптотически) точную и эффективно реализуемую посредством распараллеливания вычислений. Решение краевой задачи представляется в виде векторного функционала (обобщенного решения), называемого передаточным оператором, ядром которого является тензор функций влияния. Задачи поляриметрии относятся к матричным, причем в случае гетерогенных сред имеем дело с тремя вложенными матричными операциями. Построен векторно-матричный передаточный оператор и найден базовый набор тензоров функций влияния для плоских слоев и сферических оболочек (1D, 2D, 3D геометрии).

Работа поддержана грантами РФФИ № 12-01-00009 и № 14-01-00197 и проектом 3.5 ОМН ПФИ РАН.

ТЕНЗОРНЫЙ ПОДХОД И МЕТОД ФУНКЦИЙ ВЛИЯНИЯ В ЗАДАЧАХ ПОЛЯРИМЕТРИИ

Т.А. Сушкевич, В.А. Фалалеева

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,
tamaras@keldysh.ru

В связи с повышенным международным и государственным интересом к перспективам освоения Арктики появился наш интерес к исследованию переноса солнечного и собственного излучения в арктическом воздушном пространстве со своим температурным режимом и особыми условиями инсоляции. В этом регионе Земли наблюдаются специфические атмосферные явления и структуры. В частности, из-за низких температур водяной пар часто находится в кристаллическом состоянии и типичными являются «перистые» облака. Рассматриваем перенос поляризованного света в рамках кинетической модели для гетерогенной системы, содержащей макроскопически оптически изотропные (матрица рассеяния зависит от угла рассеяния) и макроскопически оптически анизотропные (матрица рассеяния зависит от направлений падения и рассеяния излучения – характерна для «перистых» облпков) слои.

Полный вектор Стокса, описывающий характеристики излучения и состояния его поляризации, находится как решение общей векторной краевой задачи для интегро-дифференциального кинетического уравнения переноса поляризованного излучения в системе с внутренними и внешними границами - это математическая модель, которая адекватно описывает физический процесс.

Вместо исходной модели - общей краевой задачи, численное решение которой для гетерогенной системы с оптически различными средами громоздко и в разных подобластях системы требуется введение разных специальных разностных сеток, особенно по угловым переменным, - предлагаем новую модель – физически корректную, математически (асимптотически) точную и эффективно реализуемую посредством распараллеливания вычислений. Решение краевой задачи представляется с помощью передаточного оператора в виде нелинейного векторного функционала (обобщенного решения), ядром которого является тензор функций влияния. Предложено компоненты тензора функций влияния для отдельных слоев системы рассчитывать как решение интегрального уравнения переноса излучения методом Монте-Карло или как решение векторной интегро-дифференциальной задачи итерационным методом характеристик. Полное решение исходной задачи рассчитывается с помощью нелинейных функционалов [1].

Работа поддержана грантами РФФИ № 14-01-50047_мол_нр, № 12-01-00009 и № 14-01-00197 и проектом 3.5 ОМН ПФИ РАН.

Список литературы

1. *Сушкевич Т.А*. Математические модели переноса излучения. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. 661 с.

МЕТОДЫ ЭФФЕКТИВНОГО ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ НА СУПЕРКОМПЬЮТЕРАХ

А.Б. Терентьев[1], С.А. Савихин[2], С.А. Золотов[3], А.А. Панкратов[4], Д.Е. Борисов[5]

ООО «НИЦ СВТ», ater@ivc.nnov.ru[1]*, savikhin@ivc.nnov.ru*[2] *, sergey@ivc.nnov.ru*[3]*, apankrat@ivc.nnov.ru*[4]*, borisov@ivc.nnov.ru*[5]

На сегодняшний день одной из критических проблем вычислительных методов естественных наук является обеспечение масштабируемости численных решений. Классические методы численного моделирования в основаны, как правило, на решении систем дифференциальных уравнений (в общем случае нелинейных). Этот подход имеет длинный ряд общеизвестных проблем: нерегулярность вычислительного метода, громоздкие математические выкладки из-за граничных условий и неоднородностей среды, практическая невозможность одновременного описания различных фазовых состояний и/или разнородных физических процессов, вследствие чего все эти методы имеют существенные ограничения по эффективности вычислений на системах, содержащих большое количество вычислительных элементов (узлов, ядер).

В основе предлагаемого нами подхода к моделированию лежит использование локальных правил для описания глобальных процессов. Локальный подход основан на известной из нелинейной динамики возможности описания поведения системы в целом в виде набора правил поведения её частей, на локальном уровне. Начальные и граничные условия, внешние воздействия, константы и неоднородности также представляются в виде конечного набора параметров и их взаимозависимостей.

Нами был разработан программный комплекс для моделирования сложных неоднородных взаимосвязанных процессов CUMPS, который позволяет пользователю по написанному им набору локальных правил эффективным образом использовать ресурсы суперкомпьютера. Для демонстрации применимости и эффективности создаваемого продукта нами был рассмотрен ряд следующих задач: 1) моделирование распространения электромагнитного поля при грозовой активности в трёх слоях атмосферы с учётом изменения тензора проводимости (в частности, с учётом холловской и педерсеновской компонент), внешнего магнитного поля, наличия трёх разномасштабных по пространству и времени действия компонент источника тока (непрерывного тока, тока возвратного удара и М-компоненты), а также произвольного направления вектора тока; 2) моделирования задач гидро- и термодинамики: обтекание твёрдых тел, моделирование конвективных потоков и связанных с ними процессов; 3) моделирование зарождения, развития и распространения лесного пожара с учётом специфики Нижегородской области.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВУХСЕТОЧНОГО МЕТОДА ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТИ ДЛЯ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННОЙ ЗАДАЧИ

С.В. Тиховская

Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, s.tihovskaya@yandex.ru

Рассмотрим линейную эллиптическую сингулярно возмущенную задачу:

$$\begin{aligned} &\varepsilon u''_{xx} + \varepsilon u''_{yy} - c(x,y)u = f(x,y), \quad (x,y) \in \Omega, \\ &u(x,y) = g(x,y), \quad (x,y) \in \Gamma, \end{aligned} \qquad (1)$$

где $\Omega = (0,1)^2$, $\Gamma = \overline{\Omega} \setminus \Omega$, $\varepsilon > 0$, $c(x,y) \ge \gamma > 0$.

Решение задачи (1) является равномерно ограниченным и имеет пограничные слои у границ $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$.

Зададим разностную схему, имеющую на сетке Шишкина [1] с $\sigma = \min\left\{1/4, 2\sqrt{\varepsilon}\ln N\right\}$ погрешность порядка $O(\ln^2 N / N^2)$:

$$\begin{aligned} &\varepsilon \lambda^N_{xx} u^N_{i,j} + \varepsilon \lambda^N_{yy} u^N_{i,j} - c(x_i, y_j) u^N_{i,j} = f(x_i, y_j), \quad (x_i, y_j) \in \Omega_{N,\sigma}, \\ &u^N_{i,j} = g(x_i, y_j), \quad (x_i, y_j) \in \Gamma_{N,\sigma} = \Gamma \cap \Omega_{N,\sigma}, \end{aligned} \qquad (2)$$

где

$$\lambda_{xx}^N u_{i,j}^N = \frac{2}{h_i + h_{i+1}} \left(\frac{u_{i+1,j}^N - u_{i,j}^N}{h_{i+1}} - \frac{u_{i,j}^N - u_{i-1,j}^N}{h_i} \right), \lambda_{yy}^N u_{i,j}^N = \frac{2}{\tau_j + \tau_{j+1}} \left(\frac{u_{i,j+1}^N - u_{i,j}^N}{\tau_{j+1}} - \frac{u_{i,j}^N - u_{i,j-1}^N}{\tau_j} \right).$$

Решение схемы (2) может быть найдено итерационным методом. Для уменьшения числа итераций применим двухсеточный метод, а для повышения точности используем экстраполяции Ричардсона аналогично [2]. Получена предельная оценка выигрыша в количестве арифметических действий для двухсеточного метода в таком случае.

Результаты вычислений показали, что экстраполяция Ричардсона при $n = N/2$ повышает точность до $O(\ln^3 N / N^3)$ вне зависимости от итерационного метода. Исследованы методы Зейделя, верхней релаксации, Писмана-Речфорла, стабилизированные методы бисопряженных направлений и градиентов. Наибольшую скорость сходимости показали два последних. Эксперименты подтвердили полученную оценку и показали, что с увеличением числа узлов выигрыш от использования двухсеточного метода растет.

Работа поддержана проектом 3.2 ОМН РАН (2012).

Список литературы:

1. *Шишкин Г.И.* Сеточные аппроксимации сингулярно возмущенных эллиптических и параболических уравнений. Екатеринбург: УрО РАН 1992 234 с.
2. *Тиховская С.В.* Двухсеточный метод для эллиптического уравнения с пограничными слоями на сетке Шишкина // Учен. зап. Казан. ун-та. Серия Физ.-матем. науки 2012 Т. 15 Кн. 4 С.49–56.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГОННЫХ ЯВЛЕНИЙ В ДЕЛЬТЕ ДОНА

И.А. Третьякова[1], А.Л. Чикин[1], Л.Г. Чикина[2]

[1]*Институту аридных зон ЮНЦ РАН, chikin@sfedu.ru*
[2]*Южный федеральный университет, lchikina@sfedu.ru*

Дельта Дона характеризуется особой сложностью протекающих здесь гидрологических процессов. Определяющее влияние на уровневый режим дельты и взморья оказывают сгонно-нагонные явления. Ветры с западной составляющей вызывают нагон воды из Таганрогского залива и подъем уровня в р. Дон, ветры с восточной составляющей вызывают сгон воды и падение уровня.

В связи с достаточно частой повторяемостью наводнений, вызванных ветровыми нагонами, видна необходимость краткосрочных прогнозов повышения уровня воды. Для этого используется математическая модель гидродинамики Азовского моря.

Исходными данными для расчета уровня в дельте Дона является батиметрия Азовского моря. В качестве метеорологических данных используется ветровая ситуация для г. Таганрог. Информация о скорости и направлении ветра были получены из открытых источников с сайтов ФГБУ «ВНИИГМИ-МЦД» и http://rp5.ru за март 2014г. Дискретность по времени составила 3 часа.

Для верификации модели были привлечены данные наблюдений за уровнем в дельте Дона на автоматическом уровнемере, расположенном в хуторе Донской за март 2014г. Эта информация представляет собой измерения уровня каждые 10 минут и доступна с портала «Мониторинг паводков в Краснодарском крае».

Были проведены расчеты за период с 13 по 19 марта 2014 г. В этот период наблюдалось превышение неблагоприятного уровня. Сравнение результатов расчета с натурными данными позволяет говорить о возможном применении данного метода для краткосрочных прогнозов экстремальных наводнений, вызванных нагонной волной.

Результаты моделирования можно использовать в системах краткосрочных прогнозов гидрометеорологических рисков

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ КРОВИ ГОЛОВНОГО МОЗГА

Н.Р. Урманцева

ГБОУ ВПО «Сургутский государственный университет», nel-u@yandex.ru

Математическое моделирование как нормальных физиологических, так и патологических процессов человеческого организма является в настоящее время одним из самых актуальных направлений в научных исследованиях современной математики и медицины [1].

Настоящее исследование посвящено анализу математических задач теории переноса в разветвленной системе сосудов человеческого мозга и выявлению взаимосвязи осцилляционных электромеханических явлений на поверхности (границе) тела с гидродинамикой сосудов, а также визуализации гидродинамических процессов мозга.

Для моделирования динамики жидкости в сосудах с подвижными границами используется модель несжимаемой жидкости Навье-Стокса для поля скоростей $V = (V_1, V_2, V_3)$ с давлением р. Для реконструкции течения используется связь динамики границы $\partial D(t)$ с картиной течения V в предположении его потенциальности, т.е. V = gradФ. В этих условиях для определения Ф решается краевая задача с граничными условиями второго рода (задача Неймана) для уравнения Лапласа. Решаемая задача приобретает статус обратной [2], поскольку по динамике стенок (границ) сосудов U необходимо восстановить картину течения по ним крови Z (рис.1).

Рис.1. Обратная задача для моделирования гидродинамических процессов крови

При решении данной задачи использование массива томографических снимков, полученных на медицинском оборудовании, может служить в качестве исходных данных U для реконструкции трехмерной модели картины течения.

Использование высокопроизводительной ВС при решении данной задачи даст возможность создать высокоточную и адекватную реальным физическим явлениям модель кровеносной системы головного мозга.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 14-01-00478.

Список литературы:

1. *Петров И.Б.* Математическое моделирование в медицине и биологии на основе моделей механики сплошных сред// Труды МФТИ, т. 1, № 1, 2009, с. 5-16.
2. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979, с. 285.

МЕТОД ПОДБОРА ДЛЯ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЗАКРЕПЛЕНИЯ ОДНОРОДНОЙ СТРУНЫ

И.М. Утяшев

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, *utyashevim@mail.ru*

Рассматривается задача идентификации условий закрепления однородной струны (Рис.1) по двум собственным частотам ее колебаний. На основе условия Плюккера, возникающего при восстановлении матрицы краевых условий по ее минорам максимального порядка, построено множество корректности задачи. Показано, что матрицу краевых условий можно заменить на эквивалентную, выписанную через миноры максимально порядка. С помощью метода подбора найдено явное решение задачи с точность до линейных перестановок ее концов, выписанное в терминах характеристического определителя соответствующей спектральной задачи.

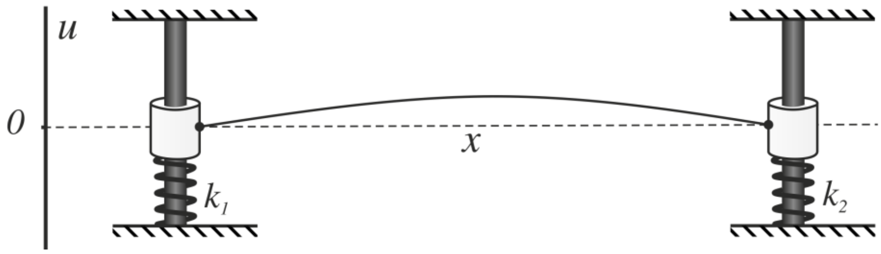


Рис.1. Граничные условия Робена на правом и левом концах

Работа поддержана грантами РФФИ № 14-01-00740–а, № 14-01-97013-р_поволжье_а, № 14-01-97010-р_поволжье_а.

Список литературы:

1. *Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974.
2. *Иванов В.К., Васин В.В., Танана В.П.* Теория линейных некорректных задач и ее приложения. М.: Наука, 1978.
3. *Тихонов А.Н., Леонов А.С., Ягола А.Г.* Нелинейные некорректные задачи. М.: Наука,1995.
4. *Лаврентьев М.М.* Теория операторов и некорректные задачи. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 1999.
5. *Akhtyamov A.M., Mouftakhov A.V.* Identification of boundary conditions using natural frequencies // Inverse Problems in Science and Engineering. 2004. Vol. 12. No. 4. P. 393–408.

ДРОБНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ В ПРОБЛЕМЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ ДИФФУЗИИ

В.В. Учайкин

Ульяновский государственный университет, vuchaikin@gmail.com

Важнейшей особенностью диффузии примесей в турбулентной среде в отличие от обычной молекулярной диффузии является определяющая роль корреляций, что в принципе радикально изменяет математический аппарат модели: процесс перестаёт быть марковским, теряет свой обычный смысл коэффициент диффузии (ввиду зависимости смещения от предыстории движения), локальные дифференциальные уравнения превращаются в нелокальные (как по координатам, так и по времени) функциональные уравнения. Последние при дополнительных предположениях принимают вид нелинейных интегральных уравнений, линеаризация которых с учётом характерных для турбулентности степенных соотношений приводит к уравнениям в частных производных дробных порядков. Дробно-дифференциальная модель, оставаясь всё еще приближённой, обладает тремя очень полезными свойствами: во-первых, она включает в себя информацию о корреляциях (в предположении, что они спадают по степенному типу, но именно это и реализуется в турбулентной диффузии), во-вторых, выполняется своего рода принцип соответствия (устремляя порядок производной по времени к 1, а по координатам – к 2, мы приходим к классическому диффузионному уравнению), в третьих – с технической стороны работа с дробно-дифференциальными уравнениями вполне обеспечивается наличием развитой структуры дробно-дифференциального исчисления включая аналитические и численные методы их решения [1,2]. Кроме того, в рамках этого подхода естественным образом возникают фрактальные структуры и перемежаемость – свойства, так же ассоциируемые с турбулентной средой.

Изложению этих вопросов с демонстрацией примеров, включая оригинальные результаты автора, и посвящён настоящий доклад. В заключение обсуждаются возникшие на этом пути трудности и критикуются работы, в которых они не замечаются или игнорируются.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 13-00-00585 и Министерства образования и науки РФ.

Список литературы:

1. *Учайкин В.В.* Метод дробных производных, Ульяновск, Изд-во «Артишок», 2008.
2. *Uchaikin V.V.* Fractional Derivatives for Physicists and Engineers, Volumes I-II, Springer-Verlag, Berlin, Higher Education Press, Beijing, 2013.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА РАСШИРЕНИЯ ФАЗОВОГО ПРОСТРАНСТВА ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ТРУБЕ КРУГОВОГО СЕЧЕНИЯ И АНАЛИТИЧЕСКОГО НАХОЖДЕНИЯ ЧИСЛА КАРМАНА.

О.Н. Хатунцева

ОАО РКК “Энергия”, МФТИ, г. Королев, *ol-khatun@yandex.ru*

Целью работы является разработка метода описания стохастических процессов (без привлечения обычной в таких случаях методологии стохастических дифференциальных уравнений) и отыскание с его помощью дополнительных аналитических решений задачи течения вязкой несжимаемой жидкости в трубе кругового сечения с гладкими стенками.

Для этого пространство переменных расширяется за счет введения непрерывно изменяющейся плотности вероятности реализации исследуемого параметра, характеризующего течение жидкости (например, скорости).

Такой подход позволяет для стохастических систем, не имеющих выделенных состояний равновесия, получить соотношение, связывающее отклонение случайной величины от средних значений реализаций случайных величин в двух временных точках, а также плотности вероятности этих реализаций.

На основе этого соотношения получена система уравнений, описывающая эволюцию траекторий отклонений исследуемого параметра от среднего значения в фазовом стохастическом пространстве.

Для больших значений числа Рейнольдса совместное решение уравнений Навье-Стокса с дополнительной стохастической переменной и уравнений, описывающих эволюцию траекторий в фазовом стохастическом пространстве позволило найти аналитическое решение задачи течения вязкой несжимаемой жидкости в трубе кругового сечения, характеризуемое логарифмическим профилем осредненной скорости течения, а также аналитически определить значение постоянной Кармана.

О РЕЗОНАНСЕ В СТРУКТУРНО-НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

Е.П. Ченцов

Институт вычислительного моделирования СО РАН, chencov.evg@gmail.com

Явление резонанса представляет большой практический интерес во многих научных и производственных областях. Проводимое исследование предназначено на разработку эффективных методов анализа резонансных явлений в структурно-неоднородных материалах. На основе математической модели слоистой (блочной) среды из упругих блоков, взаимодействующих через податливые вязкоупругие прослойки[1] выполнены расчеты резонансов, вызванных продольными, поперечными, вращательными и крутильными колебаниями. Планируется провести моделирования разрушения ледяного тороса при резонансе на частоте собственных колебаний вращательного движения блоков.

В начале было рассмотрено колебание моноатомной решетки Бравэ в следующей постановке. Пусть одномерная система содержит цепочку из n атомов массы m; смещение i-го атома примем равным U_i , расстояние между массами в состоянии покоя одинаково и равно h. Колебания возникают в результате действия возмущающей силы F, причем правый конец системы не закреплен[2].

Уравнение собственных частот принимает вид

$$\begin{pmatrix} k-mw^2 & -k & 0 & ... & 0 \\ -k & 2k-mw^2 & -k & ... & 0 \\ 0 & -k & 2k-mw^2 & ... & 0 \\ ... & & & & \\ 0 & 0 & ... & -k & k-mw^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{u}_3 \\ ... \\ \bar{u}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{F} \\ 0 \\ 0 \\ ... \\ 0 \end{pmatrix}.$$

В предельном переходе при $n \to \infty$ выведены значения собственных частот w.

Приведенные одномерные приближения модели использовались для поиска диапазона частот, в которых произведен поиск резонансов. Разработана многопроцессорная программа расчета резонансов в блочной среде в плоской трактовке. С помощью указанной программы и основываясь на полученном диапазоне частот, проведены расчеты, подтверждающие наличие резонанса.

Работа поддержана грантом РФФИ 14-01-00130.

Список литературы:

1. *Sadovskaya O., Sadovskii V.*: Mathematical Modeling in Mechanics of Granular Materials. Series: Advanced Structured Materials, 21. Springer, Heidelberg – NewYork - Dordrecht – London, 2012.
2. *Карлов Н.В., Кириченко Н.А.* Колебания, волны, структуры: научное издание. М.:ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 492 с.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПЕРИОДА МИЛЛИСЕКУНДНЫХ ПУЛЬСАРОВ

А.В. Чупин

ИМСС УрО РАН, chupin@icmm.ru

Пульсары являются одними из самых точных часов во Вселенной. Вращаясь вокруг своей оси, они испускают два пучка фотонов в противоположных направлениях. Когда линия движения фотонов направлена на Землю, телескоп может зарегистрировать всплеск энергетичных частиц из точки на небе, соответствующей пульсару. Существуют миллисекундные пульсары, вращающиеся со скоростью сотен и тысяч оборотов в секунду. При этом период их вращения обладает постоянством с точностью до 10^{-15} с.

Проблема определения периода для далёких пульсаров заключается в том, что фотоны от них фиксируются достаточно редко – один раз на тысячи периодов, и единственной зацепкой является то, что они должны появиться в определённый момент внутри периода («фазу»). Дело осложняется наличием случайных (не относящихся к пучку от пульсара) фотонов, приходящих из этого же направления (см. Рис. 1).

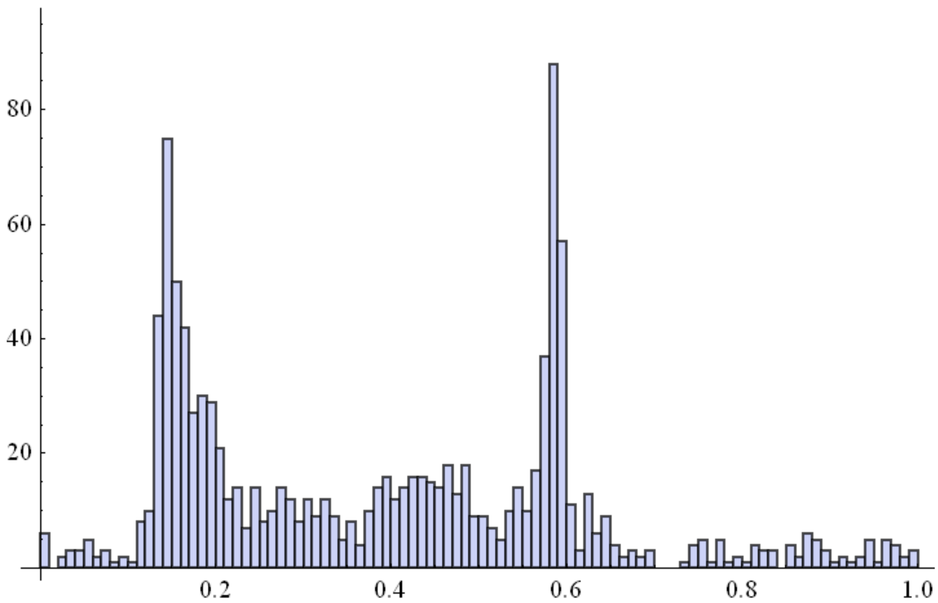


Рис.1. Распределение фаз прилёта фотонов от пульсара

Задача определения периода вращения пульсара по известным временам регистрации фотонов сводится к нахождению наибольшего общего делителя ряда вещественных числе с определённой погрешностью. В прямом подходе она обладает существенной вычислительной сложностью, однако некоторые соображения из теории чисел позволяют выявить скрытые закономерности, которые могут увеличить эффективность численного метода. Алгоритм будет описан на докладе.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ НЕФТЯНОГО ПЯТНА В ВОДОЕМЕ НА ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

И.Н. Шабас

Южно-Российский региональный центр информатизации ЮФУ,
shabas@sfedu.ru

Объектом рассмотрения является нефтяное загрязнение, попавшее на поверхность природного водоема.

Распространение нефти в водоеме представляет собой сложный процесс, при моделировании которого необходимо учитывать большое количество разнообразных факторов. Вначале процесса распространения нефти преобладают процессы растекания нефтяного пятна. На этапе растекания нефти по поверхности водоема наблюдают три режима [0]: инерционный, гравитационно-вязкий и режим поверхностного натяжения. Параллельно с процессами растекания под воздействием внешних природных факторов происходит неизбежная деструкция (испарение, растворение, эмульсификация и биодеградация) нефти.

Помимо перечисленных процессов, при моделировании следует учитывать дрейф рассматриваемого пятна. Перемещение нефтяного пятна по поверхности водоема описывается двухмерным уравнением конвекции-диффузии[2]. Распространение растворенных фракций нефти в толще водоема моделируется трехмерным уравнением конвекции-диффузии[2].

Полученные системы уравнений решаются конечно-разностными методами с использованием неявных схем. В расчетной области строится прямоугольная равномерная по всем направлениям сетка. Предполагается, что поле скоростей известно на каждом временном шаге.

Решение задачи проводится на многопроцессорных вычислительных системах с распределенной памятью в среде параллельного программирования MPI.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект №1420, государственное задание ВУЗов, базовая часть)

Список литературы:

1. *Fay J.A.* "Physical processes in the spread of oil on a water surface" In: Proc. of h- o Joint Conf. on prevention and control of oil spills. Washington, 1971 (cit. N8).
2. *Ehsan Sarhadi Zadeh1 and Kourosh Hejazi* «Eulerian Oil Spills Model Using Finite-Volume Method with Moving Boundary and Wet-Dry Fronts» //. Modelling and Simulation in Engineering Volume 2012 (2012), Article ID 398387, 7 pages, http://dx.doi.org/10.1155/2012/398387
3. *Чикин А.Л., Шабас И.Н.* Построение трехмерной гидрофизической модели Азовского моря. - Изв. вузов, сев.- кав. регион, естественные науки, №3, 2001, с.33-37

СТОХАСТИЧЕСКИЙ МЕТОД КОЛЛОКАЦИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ СО СЛУЧАЙНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

И.А. Шалимова[1,2], К.К. Сабельфельд**[1,2]**

[1]*Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук (ИВМиМГ СО РАН),*
ias@osmf.sscc.ru, karl@osmf.sscc.ru
[2] *Новосибирский государственный университет*

В работе рассматривается смешанная краевая задача для уравнения Дарси в стохастической пористой среде. На основе разложения Кархунена –Лоэва для коэффициента гидравлической проницаемости и стохастического метода коллокаций, решение уравнения Дарси приближается полиномиальным хаосом. Для определения коэффициентов разложения полиномиального хаоса (в этом случае по полиномам Эрмита), линейная система уравнений, аппроксимирующая уравнение Дарси решается конечное (нестатистическое!) число раз. Полученные коэффициенты позволяют моделировать случайное поле решения исходной краевой задачи. При решении этой же задачи статистическими методами необходимо решать аппроксимирующую систему линейных алгебраических уравнений для каждой реализации коэффициента гидравлической проницаемости, находить все поле решений и затем, усредняя по всем реализациям, вычислять требуемые функционалы, что достаточно трудоемко. Представлены численные результаты полученные на основе метода Монте Карло и стохастического метода коллокаций.

Работа поддержана грантами РНФ 14-11-00083, РФФИ 14-02-00294 А

Список литературы:

1. *Heng Li1, and Dongxiao Zhang*, Probabilistic collocation method for flow in porous media: Comparisons with other stochastic methods, WATER RESOURCES RESEARCH, VOL. 43, W09409, doi:10.1029/2006WR005673, 2007.
2. *Dongbin Xiu, Didier Lucor, C.-H. Su and George Em Karniadakis*, Stochastic Modeling of Flow-Structure Interactions using Generalized Polynomial Chaos, Division of Applied Mathematics Brown University Providence, RI 02912, 2001.
3. *O.A. Kurbanmuradov and K.K. Sabelfeld*, Stochastic flow simulation and particle transport in a 2D layer of random porous medium, Transp. Porous Med., 85, p.347-373, 2010.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОТВЕРЖДЕНИЯ ТКАНЕВЫХ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

Ю.В. Шпакова[1], А.П. Соколов[2], В.Н. Щетинин[3]

МГТУ им. Н.Э. Баумана
[1]shpakovayuliya@bmstu.ru, [2]alsokolo@bmstu.ru, [3]sch_vitaliy@mail.ru

Процесс отверждения играет огромную роль при изготовлении композиционных материалов, так как оказывает решающее влияние на прочностные свойства композиционного материала. Проблемам отверждения посвящено большое количество работ [1], однако в случае толстостенных композитов необходимо учитывать, что отверждение материала происходит не равномерно по толщине.

В данной работе рассматривается математическая модель и численный алгоритм решения задачи отверждения для толстостенного полимерного композиционного материала (ПКМ).

Математическая модель включает в себя решение связанной задачи тепломассопереноса: нестационарной задачи теплопроводности и кинетики отверждения. Модель учитывает структуру тканевого композита в процессе отверждения, неравномерность его прогрева по толщине, зависимость теплофизических характеристик от температуры и степени отверждения.

Разработанная модель и численный алгоритм реализован в пакете прикладных программ [2]. Полученные результаты, совпадают с результатами тестовых испытаний. В дальнейшем разработанный алгоритм позволит находить оптимальные термопрочностные свойства толстостенных тканевых композиционных материалов с учетом технологии их изготовления.

Работа поддержана грантом Президента РФ МК-4811.2014.8.

Список литературы:

1. *Шпакова Ю.В., Соколов А.П., Замков Р.В.* Влияние структуры связующего композиционного материала в процессе отверждения на термопрочностные свойства тканевых композитов // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ’2014), 25 – 31 мая 2014 г., Алушта. – М: Изд-во МАИ, 2014 – С. 444-446.
2. *Димитриенко Ю.И., Соколов А.П., Шпакова Ю.В.* Разработка автоматизированного численного метода проектирования композиционных материалов // Тезисы докладов IV-го Всероссийского симпозиума «Механика композиционных материалов и конструкций», 4 – 6 декабря 2012 г., Москва, С. 127

АНАЛИЗ ВЕКТОРНЫХ КОНЕЧНОЭЛЕМЕНТНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ ГАРМОНИЧЕСКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ С РАЗЛИЧНЫМИ ТИПАМИ ИСТОЧНИКОВ ВОЗБУЖДЕНИЯ

Э.П. Шурина[1], **Д.А. Архипов**[2]

[1]*Новосибирский государственный технический университет,*
shurina@online.sinor.ru
[2]*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. Трофимука СО РАН,*
d_arhipov@list.ru

Математическое моделирование трехмерных, гармонических по времени электромагнитных полей является одним из основных этапов в различных приложениях, к которым относятся и задачи геоэлектрики. Для задач геоэлектрики характерны разномасштабность и контрастность по электрофизическим свойствам фрагментов области моделирования.

Наличие тонких проводящих объектов, среди которых могут быть экраны, при использовании ставшего классическим в последнее десятилетие векторного метода конечных элементов [1, 2], приводит к чрезвычайно мелким адаптивным неструктурированным тетраэдральным сеткам. В результате размерность конечноэлементной (дискретной) системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) превышает сотни миллионов, что вызывает сложности даже при использовании современных суперкомпьютеров.

В работе предлагается модифицированная вариационная формулировка, в которой учитывается наличие проводящих экранов без построения расчетной сетки внутри экрана, что позволило на порядки сократить требования к объемам памяти компьютера и значительно уменьшить время решения СЛАУ [3], проводить многовариантные вычисления для анализа систем источник-приемник, необходимых в различных областях приложений.

Работа выполнена при поддержке интеграционного проекта № 98

Список литературы:

1. *Nedelec J.C.* A New Family of Mixed Finite Elements in R^3.-In: Numer. Math., №50, 1986, p.97-81.
2. *Webb J.P.* Edge element and what they can do for you// IEEE Transaction on magnetic, 1993,№2,p.1460-1465.
3. *М.И. Эпов, Э.П. Шурина, Д.А.Архипов*. Параллельные конечноэлементные вычислительные схемы в задачах геоэлектрики. Вычислительные технологии. Том 18, №2, 2013. Стр. 95-112.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ГАРМОНИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ НЕКОНФОРМНЫМИ ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ

Э.П. Шурина[1,2], Е.И. Михайлова[1,2]

[1]*Новосибирский государственный технический университет,*
[2]*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука (ИНГГ) СО РАН, shurina@online.sinor.ru*

В данной работе выполняется моделирование гармонических трехмерных электромагнитных полей в гетерогенных средах неконформными численными методами. В качестве гетерогенных сред выбраны образцы с малыми включениями с контрастными электрофизическими характеристиками матрицы и включений.

Рассматриваются DG-метод и многомасштабный метод (multiscale method), построенные в функциональном пространстве с частичной непрерывностью H(rot).

Исследуются IP-постановки DG-метода [1, 2]: симметричный IP (SIP/IP), несимметричный IP (NIP), неполный IP (IIP) и специальная постановка без осреднений на границах конечных элементов. Определяется область применимости IP-постановок DG-метода в зависимости от частоты.

Для моделирования гармонического поля в гетерогенной среде в работе применяется также многомасштабный метод [3]. В качестве макроэлементов используются параллелепипедальные векторные конечные элементы. Для построение неполиномиальных базисных функций формы макроэлемента выполняется решение уравнения Гельмгольца со специальными краевыми условиями векторным методом конечных элементов в макроэлементах на адаптивном тетраэдральном конечноэлементном разбиении, построенном с учетом наличия включений в макроэлементе.

Результаты численного моделирования разрывным методом Галеркина и многомасштабным методом сравниваются с результатами моделирования векторным методом конечных элементов.

Список литературы:

1. *Houston, P., Perugia I., Schotzau D.* Mixed Discontinuous Galerkin Approximation of the Maxwell Operator // SIAM J. Numer. Anal. – 2004. – vol. 42(1). – pp. 434-459.
2. *Houston, P., Perugia I., Schotzau D.* A review of discontinuous Galerkin methods for Maxwell's equations in frequency-domain // ECCOMAS. – 2004.– pp. 1-16.
3. *Elliott J. A.* Introduction to Multiscale Modelling of Materials //Multiscale Modelling Methods for Applications in Materials Science: CECAM Tutorial, 16-20 September 2013, Forschungszentrum Jülich, Lecture Notes. – 2013. – vol. 19. – pp. 1-20.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ ЗОНДИРОВАНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БЫСТРОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Э. П. Шурина[1,2], **Е. П. Штабель[1]**, Н.В. Штабель[1]

[1]Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
nadino2000@mail.ru
[2]Новосибирский государственный технический университет,
shurina@online.sinor.ru

Задачи импульсной электроразведки, возникающие в геофизике, можно описать следующей математической моделью:

$$rot\mu^{-1}rotE + \frac{\partial^2 \varepsilon E}{\partial t^2} + \frac{\partial \sigma E}{\partial t} = -\frac{\partial J}{\partial t} \qquad (1)$$

где E-напряженность электрического поля (В/м), J-плотность тока(А/м^2) как функция от времени, μ-магнитная проницаемость, ε-диэлектрическая проницаемость, σ- электропроводность.

Математическое моделирование электромагнитного поля при импульсном возбуждении в задачах электроразведки требует больших вычислительных затрат. Импульсы в генераторной петле как правило имеют достаточно большую длину (до нескольких секунд) и основное время вычислений тратится на выполнение шагов временной схемы при нестационарной постановке задачи.

В работе предлагается способ уменьшения времени вычислений электрического поля с помощью прямого и обратного преобразования Фурье. Для этого выполняется разложение генерирующего импульса по частотам и решается ряд задач вида:

$$rot\mu^{-1}rotE + (i\sigma\omega_i - \varepsilon\omega_i^2)E = -i\omega_i I_i(\omega_i) \qquad (2),$$

где E- комплекснозначная напряженность электрического поля, $I_i(\omega_i)$ - коэффициенты разложения Фурье для частоты ω_i. В отличие от задачи (1), где каждый шаг временной схемы зависит от результатов предыдущих шагов, для задач (2) такой зависимости нет, и они могут вычисляться параллельно, что существенно ускоряет время счета. Результаты решения задач (2) преобразовываются обратно во временную область.

В работе показан выбор частот для задач (2), применение предложенного подхода для импульсов различной формы, сравнение восстановленных кривых ЭДС с кривыми ЭДС, полученными в нестационарном режиме.

Работа поддержана интеграционным проектом СО РАН № 98.

ПРИМЕНЕНИЕ ВЫЧИСЛЕНИЙ НА GPU В САПР В СТРОИТЕЛЬСТВЕ

В.Л. Якушев[1], А.В. Филимонов[2], П.Ю. Солдатов[3]

ФГБУН ИАП РАН,
[1]yakushev@icad.org.ru, [2]filimonovanton@icad.org.ru [3]soldatov@icad.org.ru

Одной из наиболее ресурсоемких вычислительных операций в современных программных комплексах для расчета сооружений является решение разреженных систем линейных уравнений большого размера [1]. В данной работе представлен способ уменьшения времени работы прямого решателя за счет выполнения множественного умножения небольших матриц на графических процессорах [2, 3].

Для эффективной работы необходимо подготовить решатель для работы в гибридной вычислительной системе: определить критерии отправки заданий на GPU, корректно и быстро передать данные на видеокарту и обратно, проводя как можно больше операций одновременно [4]. Благодаря средствам разработки CUDA для графических процессоров от nVidia значительных изменений кода для адаптации не потребовалось.

Тестирование проводилось на моделях реальных строительных объектов на оборудовании различного класса. В итоге удалось уменьшить время работы решателя примерно в 1,5 раза при использовании недорогих GPU и в 2,5 раза на GPU высокого уровня.

В дальнейшем будет произведен поиск более эффективных алгоритмов умножения матриц на графических процессорах. Также планируется опробовать представленный подход на GPU других производителей.

Список литературы:

1. *Якушев В.Л., Симбиркин В.Н., Филимонов А.В.* Сейсмический режим поиска собственных форм колебаний в программном комплексе STARK ES // Вестн. кибернетики. Тюмень: Изд-во ИПОС СО РАН, 2012. №11. С. 151–157.
2. *Cullinan C., Wyant C., Frattesi T.* Computing Performance Benchmarks among CPU, GPU, and FPGA. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: http://www.wpi.edu/.
3. *Tan G., Li L., Triechle S., Phillips E., Bao Y., Sun N.* Fast implementation of DGEMM on Fermi GPU // Proceedings of 2011 International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis, ACM, New York, NY, USA , pp. 35:1–35:11.
4. *Якушев В.Л., Филимонов А.В., Солдатов П.Ю.* Возможности применения вычислений на графических ускорителях при расчетах сооружений // Вестник МГСУ. 2013. № 11. С. 256—262.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Научное издание

Редакция и компьютерная подготовка к изданию
– Л.И. Михайлова, К.Е. Никитин, Н.А. Чмыхова

Отпечатано с оригинал–макета, изготовленного
в Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН