ИПМ им. М. В. Келдыша РАН (Москва)

Институт математики,
механики и компьютерных наук
им. И. И. Воровича ЮФУ (Ростов-на-Дону)

XXI ВСЕРОССИЙСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
Молодежная школа-конференция

«ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И КОНСТРУИРОВАНИЕ ЧИСЛЕННЫХ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»,

посвященная памяти К. И. Бабенко

5–11 сентября 2016 г.
Новороссийск, Абрау–Дюрсо

ТЕЗИСЫ ДОКЛАДОВ

Москва – 2016

УДК 51, 53
ББК 22.19

Тезисы докладов XXI Всероссийской конференции и Молодежной школы-конференции «Теоретические основы конструирования численных алгоритмов и решение задач математической физики», посвященной памяти К. И. Бабенко (Дюрсо, 5–11 сентября, 2016).– М: Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша, 2016. – 132 с.

АННОТАЦИЯ

Конференция включает лекции и доклады по вычислительной математике, аэро-гидродинамике, молекулярной биологии. Обсуждаются направления развития алгоритмов математической физики и параллельных вычислительных технологий. Также рассматриваются теоретические вопросы дифференциальных уравнений, точные и асимптотические представления решений краевых задач и динамических систем.

Proceedings of the XXI All-Russian Conference and the Youth School-Conference «Theoretical bases and generation of numerical algorithms of solving mathematical physics problems», devoted to K. I. Babenko (Durso, 5–11 September, 2014)

ABSTRACT

The conference includes lectures and reports on computational mathematics, aero-hydrodynamic, molecular biology. The development of mathematical physics algorithms and the parallel computational technologies are discussed. The theoretical problems on differential equations, exact and asymptotic solutions of boundary problems are considered.

Оргкомитет XXI Конференции выражает признательность Российскому фонду фундаментальных исследований (гранты 16-01-20472, 16-31-1-285) за поддержку этого мероприятия.

Федеральное государственное учреждение
«Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук»

Москва, 2016

ISBN: 978-5-98354-024-8

ПРОГРАММНЫЕ И ОРГАНИЗАЦИОННЫЕ КОМИТЕТЫ

Председатель Оргкомитета XXI конференции и молодежной школы:
Афендиков Андрей Леонидович, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Программные комитеты:

А. Л. Афендиков, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва (председатель);
В. Т. Жуков, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва (зам. председателя);
А. И. Аптекарев, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН;
В. И. Бердышев, академик, ИММ им. Н. Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург;
Б. Н. Четверушкин, академик, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
К. В. Брушлинский, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
Ю. Н. Дерюгин, РФЯЦ ВНИИЭФ, Саров;
Г. В. Долголева, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
В. Ф. Куропатенко, РФЯЦ ВНИИТФ им. Е. И. Забабахина, Снежинск;
Г. В. Муратова, ЮГИНФО, ЮФУ Ростов-на-Дону;
А. Е. Луцкий, ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, Москва;
В. Ф. Тишкин, ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, Москва;
М. Ю. Филимонов, ИММ им. Н. Н. Красовского УрО РАН, Екатеринбург;

Оргкомитет молодежной школы-конференции

А. Л. Афендиков, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва (председатель);
В. Т. Жуков, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва (зам. председателя);
Н. Г. Афендикова, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
А. А. Давыдов, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
Н. А. Давыдова, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
Г. В. Долголева, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
Н. А. Зайцев, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
В. Г. Лысов, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
Л. И. Михайлова, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
К. Е. Никитин, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
Ю. Г. Рыков, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
А. В. Северин, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
Т. А. Сушкевич, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;
А. А. Таюрский, ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва;

Локальный оргкомитет

Афендиков Андрей Леонидович, ИПМ им. М. В. Келдыша РАН (*председатель*)
Жуков Виктор Тимофеевич, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН (*зам. председателя*)
Афендикова Надежда Геннадьевна, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Давыдов Александр Александрович, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Давыдова Наталья Александровна, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Долголева Галина Владимировна, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Зайцев Николай Альбертович, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Лысов Владимир Генрихович, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Михайлова Любовь Ивановна, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН
Никитин Константин Евгеньевич, ИПМ им. М.В.Келдыша РАН

ОГЛАВЛЕНИЕ

УСТНЫЕ ДОКЛАДЫ 16

А. К. Алексеев, А. Е. Бондарев
ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ ПРИ РАЗЛОЖЕНИИ ПО ДИНАМИЧЕСКИМ МОДАМ В ЗАДАЧАХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ АЭРОГАЗОДИНАМИКИ 16

С. С. Андреев, С. А. Дбар, **А. О. Лацис**, Е. А. Плоткина
ПОЧЕМУ НОВЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АРХИТЕКТУРЫ ТАКИЕ НЕУДОБНЫЕ 17

Андреева Е.М. , Бавин В.В., Муратова Г.В.
АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МНОГОСЕТОЧНЫЙ МЕТОД НА GPU 18

Г.О. Астафуров, Е.Н. Аристова
РАСЧЕТ РАДИАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ ОКОЛО СПУСКАЕМОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ТЕТРАЭДАЛЬНЫХ СЕТКАХ.........................19

А. Л. Афендиков
МНОГОУРОВНЕВАЯ ВЕЙВЛЕТНАЯ АДАПТАЦИЯ НЕРАВНОМЕРНЫХ ДЕКАРТОВЫХ СЕТОК В ГАЗОВОЙ ДИНАМИКЕ 20

Н. Г. Афендикова
О РОЛИ М.В. КЕЛДЫША В КЛЮЧЕВЫЕ МОМЕНТЫ СТАНОВЛЕНИЯ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И ИНФОРМАТИКИ.......201

А. В. Бабаков
МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ АЭРО-ГИДРОДИНАМИКИ НА МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСАХ. 22

А. Н. Богданов
НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ДИНАМИКИ УДАРНЫХ ВОЛН В СРЕДАХ СО СТРАТИФИКАЦИЕЙ ПЛОТНОСТИ...22

Е. В. Боровик, **М. М. Краснов**, Ю. Г. Рыков
ПРИМЕНЕНИЕ ОПЕРАТОРНОГО МЕТОДА ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ENO-СХЕМ 23

Н. Г. Бураго, **И. С. Никитин**, В. Л. Якушев
ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД МЕТОДОМ НАЛОЖЕННЫХ СЕТОК 24

Н. В. Быков, Н С. Власова
ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК 25

Д. А. Варфоломеев, В. Ф. Куропатенко
ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ 26

В. И. Власов
К ЗАДАЧЕ ОБРАЩЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КЛАССА ФУКСА С КОМПЛЕКСНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ 27

Л. В. Вшивкова, Г. И. Дудникова, К. В. Вшивков
ГИБРИДНАЯ ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛАЗМЕННЫХ ПОТОКОВ 28

М. Б. Гавриков, **А. А. Таюрский**
ВЛИЯНИЕ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА НЕЛИНЕЙНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ АЛЬФВЕНОВСКОЙ ВОЛНЫ 29

В. А. Галкин
СХОДИМОСТЬ ПРИБЛИЖЕННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ 29

В. П. Гердт, Ю. А. Блинков
МЕТОДЫ СИМВОЛЬНОГО АНАЛИЗА В ПОСТРОЕНИИ И ИССЛЕДОВАНИИ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ ДВУМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ–СТОКСА 32

В. Н. Говорухин
ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧ, БЛИЗКИХ К КОСИММЕТРИЧНЫМ 33

В. А. Гордин, А. А. Шемендюк
ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ, ИМИТИРУЮЩИЕ ЗАДАЧУ КОШИ 34

В. Г. Грудницкий
МИРОВОЕ ПРОСТРАНСТВО (МП) — СПЛОШНАЯ СРЕДА 35

Г. В. Долголева
ТЕРМОЯДЕРНОЕ УСИЛЕНИЕ ПРИ БЫСТРОМ ПОДЖИГЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МИШЕНЕЙ 38

В. Т. Жуков, Н. Д. Новикова, О. Б. Феодоритова
УЛЬТРАПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ И ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ 38

Н. А. Зайцев, Б. В. Криитский
ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ПРОЗРАЧНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ ПОПЕРЕЧНО НЕОДНОРОДНОЙ УПРУГОЙ СРЕДЫ 39

А. А. Злотник
НОВАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ МНОГОМЕРНОЙ КВАЗИГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ СО СВОЙСТВОМ НЕУБЫВАНИЯ ПОЛНОЙ ЭНТРОПИИ 40

В. П. Ильин
ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ПЕРЕМЕННЫХ НАПРАВЛЕНИЙ В РАЦИОНАЛЬНЫХ ПОДПРОСТРАНСТВАХ КРЫЛОВА 41

А. В. Ким, А. В. Иванов, П. А. Гульчук
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ БИОМОЛЕКУЛЯРНЫХ ОБЪЕКТОВ 42

И. Ю. Колесников
КИРХГОФОВСКОЕ СОГЛАСОВАНИЕ ПОЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ В КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ ПЛАСТИН РЕЙССНЕРА-МИНДЛИНА ПУТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫМИ ФУНКЦИЯМИ ФОРМЫ 43

М. М. Краснов, П. А. Кучугов, М. Е. Ладонкина, **В. Ф.Тишкин**
МЕТОД ГАЛЕРКИНА С РАЗРЫВНЫМИ БАЗИСНЫМИ ФУНКЦИЯМИ В МНОГОМЕРНОМ СЛУЧАЕ 44

Г. Г. Лазарева, В. К. Кедринский
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ УСИЛЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН И РАЗРУШЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕДАХ 45

А. Е. Луцкий
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНЫХ ВОЛН С ПОГРАНИЧНЫМИ СЛОЯМИ. 46

А. А. Марков
МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛО – МАССОПЕРЕНОСА В ПОРАХ С ПРИМЕНЕНИЕМ К СИНТЕЗУ НАНОПОРОШКОВ МАГНИЙ-ЦИНКОВОГО И НИКЕЛЬ-ЦИНКОВОГО ФЕРРИТОВ 47

И. С. Меньшов, П. В. Павлухин
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ АЭРОДИНАМИКИ НА ДЕКАРТОВЫХ СЕТКАХ 48

Н. Я. Моисеев
МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД РАСЩЕПЛЕНИЯ ПО ФИЗИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ РАДИАЦИОННОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ 49

Н. С. Новаковский
СИЛЬНОЕ СЖАТИЕ ОДНОМЕРНЫХ СЛОЁВ ГАЗА 49

А. Б. Нуралиева, Ю. А. Садов
ПОЛУАНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СПЕКТРА ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРОСА КОСМИЧЕСКОГО ЛИФТА 50

В. В. Пененко
РАЗВИТИЕ ВАРИАЦИОННОЙ КОНЦЕПЦИИ СОПРЯЖЕННЫХ ИНТЕГРИРУЮЩИХ МНОЖИТЕЛЕЙ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ 51

В. О. Подрыга, С. В. Поляков
МНОГОМАСШТАБНЫЙ ПОДХОД К ТРЕХМЕРНОМУ РАСЧЕТУ ГАЗОВОГО ПОТОКА В МИКРОКАНАЛАХ 52

Ю. Г. Рыков
ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП, СЛЕДСТВИЯ ДЛЯ ОДНОМЕРНЫХ СИСТЕМ И ДВУМЕРНОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ БЕЗ ДАВЛЕНИЯ 54

С. В. Старченко
ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ БЫСТРО СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ ДЛЯ ЕЕ ЭФФЕКТИВНОГО ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ 55

Н. А. Стрелков
О РЕДЧАЙШИХ СЕТКАХ 56

И. Н. Шабас, Л. Г. Чикина, А. Л. Чикин
ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ В АЗОВСКОМ МОРЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ 56

М. И. Эпов, Э. П. Шурина, **Н. В. Штабель**, Е. И. Михайлова, А. Ю. Кутищева
АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРЕХМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ С МИКРОВКЛЮЧЕНИЯМИ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ ПОСТОЯННЫМ И ПЕРЕМЕННЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ 57

А. В. Ялозо, И. Л. Матерова, В. В. Курулин, А. С. Козелков, В. Ю. Герасимов, И. Н. Лапенков, Е. А. Левченко
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ТОПЛИВНЫХ СИСТЕМ САМОЛЕТОВ 58

СТЕНДОВЫЕ ДОКЛАДЫ 60

Т. А. Аверина, Г. И. Змиевская
ФЛУКТУАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА: АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ПРИЛОЖЕНИЯ 60

С. Д. Алгазин
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В ЗАДАЧЕ О СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ. 61

С. В. Анпилов, Н. П. Савенкова, А. В. Калмыков
МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РАБОТЫ МНОГОАНОДНОГО АЛЮМИНИЕВОГО ЭЛЕКТРОЛИЗЁРА С ПРИМЕНЕНИЕМ ТРЁХФАЗНОЙ МАГНИТО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ 62

Ю. В. Астапов, Д. В. Христич
ВАРИАНТ АЛГОРИТМА УЧЕТА КОНТАКТНОГО ТРЕНИЯ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ГИПОУПРУГОГО ТЕЛА И ЖЕСТКОЙ ПРЕГРАДЫ 63

Д. А. Архипов, Е. П. Штабель, Э. П. Шурина
АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ИСТОЧНИК-ПРИЕМНИК В ИМПУЛЬСНОЙ СКВАЖИННОЙ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКЕ 64

А. К. Баззаев, М. Х. Шхануков-Лафишев
О СХОДИМОСТИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДРОБНОГО ПОРЯДКА С КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ ТРЕТЬЕГО РОДА 65

Н. В. Баничук, С. Ю. Иванова, Е. В. Макеев
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧЕ О ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПРЯМОЛИНЕЙНО ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАСТИНЫ ПРИ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ 66

С. П. Баутин, **С. Л. Дерябин**
ВОСХОДЯЩИЕ ЗАКРУЧЕННЫЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ОКРЕСТНОСТИ КОНТАКТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ УЧЕТЕ СИЛ ТЯЖЕСТИ И КОРИОЛИСА67

С. И. Безродных
ЭФФЕКТИВНОЕ ПОСТРОЕНИЕ КОНФОРМНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ МНОГОУГОЛЬНИКОВ В СИТУАЦИИ КРОУДИНГА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИИ ЛАУРИЧЕЛЛЫ 68

Ю. А. Блинков, В. П. Гердт, К. Б.Маринов
ДИСКРЕТИЗАЦИЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДАМИ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ 69

М. А. Боронина, В. А. Вшивков
ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА 70

А. В. Бойко, **К. В. Демьянко**, Ю. М. Нечепуренко
ЧИСЛЕННЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЛАМИНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ В КАНАЛАХ ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ 71

И. В. Бычин, А. В. Гореликов, А. В. Ряховский, В. А. Галкин
МОДЕЛИРОВАНИЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ И МГД-ТЕЧЕНИЙ 72

В. П. Варин
ИНТЕГРИРОВАНИЕ ОДУ НА РИМАНОВЫХ ПОВЕРХНОСТЯХКАК ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ИНСТРУМЕНТ 73

В. А. Галкин, Т. В, Гавриленко, **Д. А. Быковских**
ОБ УПРАВЛЕНИИ ПОВЕДЕНИЕМ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА С ПЕРЕМЕННОЙ ВО ВРЕМЕНИ ГЕОМЕТРИЕЙ 74

В. А. Галкин, **А. О. Дубовик**
МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОИСТОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ МАГНИТНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ 75

А. С. Гольдич
ПЛАЗМОСТАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТОРОИДАЛЬНОГО ПЛАЗМЕННОГО ШНУРА ОГРАНИЧЕННОГО МАГНИТОНЕПРОНИЦАЕМОЙ ОБОЛОЧКОЙ 76

В. А. Гордин, Е. А. Цымбалов
РАЗНОСТНАЯ СХЕМА 4-ГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ 77

И. В. Григорьева, Ю. Н. Захаров, Д. А. Долгов
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АНЕВРИЗМ КРУПНЫХ СОСУДОВ 78

А. А. Давыдов
РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ НА ДЕКАРТОВЫХ ЛОКАЛЬНО-АДАПТИВНЫХ (НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТ АНАЛИЗА) СЕТКАХ 79

Г. В. Долголёва, **Е. А. Забродина**, Л. А. Плинер
ВАРИАЦИЯ ФОРМЫ ЭНЕРГОВЛОЖЕНИЯ ДЛЯ СЖАТИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МИКРОМИШЕНЕЙ 80

А. А. Долгун
МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОРОИДАЛЬНОЙ КАТУШКИ МАГНИТНЫМ ТОКОМ 81

А. А. Егоров, М. А. Егорова
О МОДЕЛЯХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЛИНГВИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ В ЯЗЫКОВОМ СООБЩЕСТВЕ 82

М. С. Елаева, М. Ю. Жуков, Е. В. Ширяева
РАЗДЕЛЕНИЕ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СМЕСИ. МЕТОД ГОДОГРАФА И ЗАДАЧА ГУРСА. 83

А. А. Ефимова, Е. А. Берендеев, Г. И. Дудникова
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПЛАЗМЫ В ОТКРЫТЫХ МАГНИТНЫХ ЛОВУШКАХ 84

Н. Б. Золотов
ПРИМЕНЕНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ ПАКЕТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ТЕСТОВЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ 85

А. В. Казанцев, Д. Ю. Дьянов, К. В. Циберев, А. А. Челаков, С. В. Морозов
КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ЛОГОС. РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И МЕТОДОМ СГЛАЖЕННЫХ ЧАСТИЦ 86

А. А. Костоглотов, И. В. Дерябкин, О. А. Костоглотова
АДАПТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОЦЕНКИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ИНВАРИАНТНОСТИ 87

М. С. Котельникова
КРИТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ КОМПОЗИЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ БЫСТРО СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ТОЛЩИНАХ СЛОЯ И ТУРБУЛЕНТНОМ ЧИСЛЕ ПРАНДТЛЯ 88

Ю. Г. Крат, И. И. Потапов
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПРОФИЛЬНОЙ ПОСТАНОВКЕ 89

Ю. А. Крыжановская, Д. С. Подлесных
ПРОГРАММНЫЙ АУДИОМЕТР 90

В. В. Курулин, А С Козелков, О Л Крутякова, Ю А Циберева, И Л Матерова
ПРИМЕНЕНИЕ ВИХРЕРАЗРЕШАЮЩИХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ЗАДАЧАХ ЕСТЕСТВЕННОЙ И ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ С ПРЕОБЛАДАНИЕМ ГРАВИТАЦИОННЫХ СИЛ 91

В. С. Лапонин, Н. П. Савенкова
ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОИСКА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СОЛИТОНОВ. 92

В. В. Ларченко
СТАТИСТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КОНВЕКТИВНЫХ ТЕЧЕНИЙ И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ В УСЛОВИЯХ БИФУРКАЦИИ РЕШЕНИЙ 93

В. Д. Лахно
МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОЛИНУКЛЕОТИДНЫХ ЦЕПОЧЕК. 95

В. Г. Лысов, Д. Н. Туляков
О ЗАДАЧЕ АНЖЕЛЕСКО В ТЕОРИИ ЛОГАРИФМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА 95

А. В. Мариненко, М. И. Эпов
ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ НАСТРОЙКА ПАРАМЕТРОВ МОРСКОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ С ДВУМЯ ИСТОЧНИКАМИ ПУТЕМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЕЕ РАБОТЫ 96

Н. Я. Моисеев, Е. А Шестаков
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАСПАДЕ РАЗРЫВА В ДВУХТЕМПЕРАТУРНОЙ И ТРЕХТЕМПЕРАТУРНОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКЕ...98

Н. Я. Моисеев, В. М. Шмаков
МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД РАСЩЕПЛЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ЧАСТИЦ 98

К. А. Надолин, И. В. Жиляев
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ И ПАССИВНОГО МАССОПЕРЕНОСА В МЕЛКОМ ПРОТЯЖЕННОМ И СЛАБО ИСКРИВЛЕННОМ БЕЗНАПОРНОМ ПОТОКЕ МАЛОЙ МУТНОСТИ 99

Ю. М. Нечепуренко
МЕТОД СИНГУЛЯРНОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЧАСТИЧНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОБЛЕМ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ 100

А. П. Николаев, Л. А. Николаев
МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД НА БОЛЬШИХ ТЕРРИТОРИЯХ ПО ТЕХНОЛОГИИ WIKI-MODELLING 101

А. Г. Обухов, Д. Д. Баранникова, Р. Е. Волков
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОГНЕННОГО ТОРНАДО 102

С. В. Пикулин
ОБ ЭФФЕКТИВНОМ АНАЛИТИКО-ЧИСЛЕННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ КОЛМОГОРОВА−ПЕТРОВСКОГО−ПИСКУНОВА В КВАЗИСТАЦИОНАРНОМ СЛУЧАЕ..103

И. Ф. Потапенко, Л. П.Басс, Г. В.Долголева ,С. А.Карпов
ДЕТЕРМИНИСТИЧЕСКИЙ И СТОХАСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПЛАЗМЫ 105

А. А. Самсонов, **С. И. Соловьёв**, П. С. Соловьёв
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ НАГРУЖЕННОЙ ОБОЛОЧКИ 105

А. В. Северин
БИБЛИОТЕКА УПРАВЛЕНИЯ АДАПТИВНЫМИ СЕТКАМИ GRIDMAN3DA.106

А. Н. Сенин, А. В. Чупин
СРАВНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ ПОДХОДОВ К ИССЛЕДОВАНИЮ ГЕНЕРАЦИИ КРУПНОМАСШТАБНОЙ СПИРАЛЬНОСТИ В КРУГОВОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ 107

С. А. Складчиков, Н. П. Савенкова
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПЕРЕДНЕЙ КАМЕРЕ ГЛАЗА С УЧЕТОМ РЕАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ 108

С. Л. Скороходов
ВЫЧИСЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ НУЛЕЙ АЛЬФА-ЭКСПОНЕНТЫ.................109

М. Н. Слюняев, А. П. Будник
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЯДЕРНО-ОПТИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ В ПЛАЗМЕ ИНЕРТНЫХ ГАЗОВ, СОДЕРЖАЩЕЙ НАНОЧАСТИЦЫ УРАНА..110

К. С. Снигур, И. И. Потапов
ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЭКСНЕРА ДЛЯ ДНА СЛОЖНОЙ ТОПОЛОГИИ 111

С. И. Соловьёв
БЛОЧНЫЕ ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ С ПРЕДОБУСЛАВЛИВАНИЕМ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЗАДАЧ 112

С. И. Соловьёв, П. С. Соловьёв
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БАЛАНСА ЭЛЕКТРОНОВ В СТАЦИОНАРНЫХ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ИНДУКЦИОННЫХ РАЗРЯДАХ .. 113

Т. А. Сушкевич
О ДОСТИЖЕНИЯХ В ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ (ПОСВЯЩАЕТСЯ ПАМЯТИ ПРОФЕССОРА Е.С.КУЗНЕЦОВА (13.03.1901-17.02.1966)) 114

Т. А. Сушкевич, С. А. Стрелков, С. В. Максакова
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ И РАДИАЦИОННОГО ФОРСИНГА НА КЛИМАТ ЗЕМЛИ В УСЛОВИЯХ АРКТИКИ 115

А. А. Тарелкин, Л. Г.Чикина, А. Л.Чикин
КИНЕМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД В ЗАДАЧЕ РАСЧЕТА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЛЬДИН В АКВАТОРИИ АЗОВСКОГО МОРЯ 116

Д. А. Тихонов, Е. В. Соболев, В. Д. Лахно
ОБОБЩЕННЫЙ ЧАСТОТНЫЙ СПЕКТР ДИФФУЗИИ ЗАРЯДА В ДНК 117

Н. Р. Урманцева
О ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИКОЙ КРОВОТОКА В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ ВНЕШНИХ ОБЪЕМНЫХ СИЛ 118

А. М. Филимонова, В. Н. Говорухин
АЛГОРИТМ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР НА r-ПЛОСКОСТИ 119

О. Н. Хатунцева
О ВОЗМОЖНОСТИ ОПИСАНИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ ДИНАМИКИ ВСЕЛЕННОЙ С ПОЗИЦИИ ЕЕ ФРАКТАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОНЯТИЙ «ТЕМНАЯ МАТЕРИЯ» И «ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ» 121

Е. А. Цветова
ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЕСТЕСТВЕННОЙ И ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В ОЗЕРЕ БАЙКАЛ 122

В. Г. Цибулин, М. А. Абделхафиз
ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ КОНВЕКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ В ПОРИСТОЙ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ 123

В. А. Шишко, А. В. Коношонкин, Н. В. Кустова
РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННОГО АЛГОРИТМА ФИЗИЧЕСКОЙ ОПТИКИ 124

В. А. Шмелёв, Ю. В. Янилкин
МОНОТОННЫЙ МЕТОД ЧАСТИЦ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С УЧЁТОМ УПРУГОПЛАСТИКИ И ГОРЕНИЯ ВЗРЫВЧАТЫХ ВЕЩЕСТВ 125

Н. В. Штабель, Э. П. Шурина
ИССЛЕДОВАНИЕ ВАРИАЦИОННЫХ ФОРМУЛИРОВОК МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА РЕГУЛЯРНЫХ ДУАЛЬНЫХ СЕТКАХ 126

И. Б. Юдин
ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ДИССОЦИАЦИИ ВОДОРОДА В ВОЛЬФРАМОВОМ КАНАЛЕ 127

УСТНЫЕ ДОКЛАДЫ

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ ПРИ РАЗЛОЖЕНИИ ПО ДИНАМИЧЕСКИМ МОДАМ В ЗАДАЧАХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ АЭРОГАЗОДИНАМИКИ

А. К. Алексеев[1], А. Е. Бондарев[2]

[1]РКК Энергия, г. Королев, МФТИ, г. Долгопрудный, Моск. обл., Россия,
aleksey.k.alekseev@gmail.com
[2]ИПМ им М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия, bond@keldysh.ru

Разложение по динамическим модам (Dynamic mode decomposition, DMD) [1,2] широко применяется для поиска и визуализации нестационарных структур в течении. Интерес к DMD объясняется такими особенностями метода, как возможность применения к нелинейным процессам, возникающая вследствие тесной связи с оператором Купмана [2], а также возможность построения оператора эволюции в сжатой форме [3].

С технической стороны DMD можно представить как метод численного определения части собственных чисел и правых собственных векторов оператора, задающего эволюцию течения (линейного пропагатора). Собственные числа пропагатора, как правило, отождествляются с частотами колебаний (соответствующие проблемы описаны, например, в [4]), собственные правые вектора (динамические, Купмановские моды) описывают структуры течения, связанные с этими частотами. Соответственно, используются также коэффициенты разложения по этим векторам (собственные функции Купмана). Используемые в DMD алгоритмы позволяют также определить набор левых собственных векторов оператора и, соответственно, восстановить сжатую форму оператора в виде произведения прямоугольных матриц. В этом смысле DMD соответствует решению обратной операторной задачи.

В докладе рассмотрены проблемы, связанные с определением спектра колебаний из собственных чисел Купмана и с регуляризацией обратной операторной задачи, порождаемой DMD. Представлены результаты численных экспериментов, соответствующие нестационарным, существенно нелинейным течениям невязкого газа.

Работа поддержана грантами РФФИ № 14-01-00769А и № 16-01-00553А.

Список литературы:

1. *Schmid P.J.* Dynamic mode decomposition of numerical and experimental data//Journal of Fluid Mechanics. 2010. 656.1. P. 5-28

2. *Rowley C.W., Mezic I., Bagheri S., Schlatter P., and Henningson D.S.* Spectral analysis of nonlinear flows//Journal of Fluid Mechanics. 2009. 641. P. 115-127.
3. *Alekseev A.K., Bistrian D.A., Bondarev A.E., Navon I. M.* On Linear and Nonlinear Aspects of Dynamic Mode Decomposition//Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2016. doi: 10.1002/fld.4221
4. *Alekseev A.K.* On Relationship of Koopman Eigenvalues and Frequencies in Dynamic Mode Decomposition//arXiv:1603.06508. 2016.

ПОЧЕМУ НОВЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ АРХИТЕКТУРЫ ТАКИЕ НЕУДОБНЫЕ

С. С. Андреев[1], С. А. Дбар[1], **А. О. Лацис[1]**, Е. А. Плоткина[1]

[1]*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, lacis@kiam.ru*

Утверждение о том, что процессору общего назначения как вычислительному устройству нужна альтернатива, стало в последние годы общим местом [1]. Как и то, что GPGPU и Xeon Phi далеко не решили эту проблему полностью. Большинство малых и средних суперкомпьютеров пока что обходится процессорами общего назначения. Тем не менее, задача поиска еще более эффективных, чем GPGPU и Xeon Phi, новых архитектур, остается очень актуальной [2]. Ситуация с этими поисками чем дальше, тем больше напоминает ситуацию с проблемой управляемого термоядерного синтеза.

С одной стороны, в стакане дождевой воды гораздо больше энергии, чем в бочке мазута, а мы эту энергию не используем. С другой стороны, при попытке ее использовать, выясняется, что это не только очень сложно, но и требует таких предварительных энергозатрат, что еще непонятно, выигрыш в итоге получится или проигрыш. Вроде бы должен быть выигрыш, но его практическое получение все откладывается и откладывается...

В точности то же самое происходит при попытках освоить возможности процессоров одной задачи на базе ПЛИС. В принципе этот подход позволяет наиболее радикальным способом из всех возможных расширить главное узкое место процессоров общего назначения - "фоннеймановское узкое горло" доступа к оперативной памяти. Однако, при попытке приспособиться к реальным техническим ограничениям в сегодняшних ПЛИС, часто выясняется, что для радикального уменьшения объема коммуникаций в системе процессор-память, его надо сначала радикально увеличить. Надежда на итоговый выигрыш при этом оказывается под вопросом. Хуже всего то, что технические ограничения, к которым приходится приспосабливаться такой ценой, при ближайшем рассмотрении оказываются вовсе не техническими, а вполне содержательными, имеющими глубинный, системный характер.

Доклад посвящен систематическому обзору проблемы снижения удельной коммуникационной нагрузки на вычисления в процессорах одной задачи на базе ПЛИС. Наличие у слушателей специальных знаний в области схемотехники не предполагается.

Список литературы:

1. *P. Kogge.* Next-Generation Supercomputers. http://spectrum.ieee.org/computing/hardware/nextgeneration-supercomputers. Дата обращения 12.05.2016.
2. *С.С. Андреев, С.А. Дбар, А.О. Лацис, Е.А. Плоткина.* О новых архитектурах и новых тестах производительности. // 20-я всероссийская конференция «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов решения задач математической физики». Тезисы докладов. Дюрсо, 2014 — с.17.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МНОГОСЕТОЧНЫЙ МЕТОД НА GPU

Андреева Е.М.[1], Бавин В.В.[1], Муратова Г.В.[1]

[1]*Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета,*

andreeva@sfedu.ru,, winbavin@rambler.ru, muratova@sfedu.ru

Многосеточный метод (MGM) решения систем линейных алгебраических уравнений основан на использовании последовательности сеток, различных уровней дискретизации, которые разрешают конфликты между высокочастотными (дискретизация на подробной сетке) и низкочастотными (дискретизация на грубой сетке) компонентами решения, позволяя достигать высокой эффективности.

Алгебраические многосеточные методы (AMG) основаны на принципах многосеточного подхода, но в отличие от геометрических методов работают только с матрицей коэффициентов линейных уравнений. Такой подход имеет преимущество над геометрическим MGM при решении задач на неструктурированной сетке, задач с разрывными коэффициентами, анизотропных задач.

В данной работе рассмотрены некоторые подходы к решению СЛАУ, полученных при дискретизации дифференциальных уравнений в частных производных с помощью алгебраического многосеточного метода. Получены различные реализации параллельных алгоритмов (PMIS, CLJP) построения множеств грубой и мелкой сеток с использованием технологии GPGPU.

В качестве модельной задачи рассмотрено уравнение Пуассона $\nabla^2 u = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} - f(x, y, z)$, $0 < x < 1, 0 < y < 1, 0 < z < 1$, при нулевых граничных условиях. Результаты численных экспериментов показали преимущество PMIS по сравнению с AMG и CLJP методами при увеличении размерности сетки.

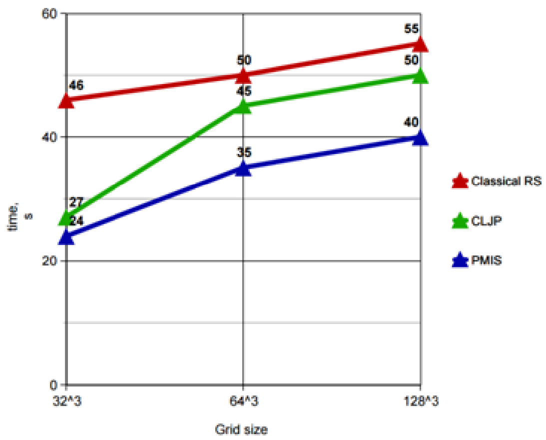


Рисунок 1 – Зависимость общего времени расчета от размерности сетки для классического AMG, PMIS, CLJP методов для модельной задачи Лапласа.

РАСЧЕТ РАДИАЦИОННЫХ ПОЛЕЙ ОКОЛО СПУСКАЕМОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ТЕТРАЭДАЛЬНЫХ СЕТКАХ

Г.О. Астафуров[1], Е.Н. Аристова[1]

[1]*ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, gleb0701@mail.ru*

Спуск космического аппарата в атмосфере Земли сопровождается образованием высокотемпературного ударного слоя, в котором огромную роль играет перенос собственного излучения плазмы. Расчет радиационных полей может проводиться в приближении плоского слоя в окрестности критической точки, однако такой подход оказывается совершенно неприменимым для расчета излучения в области тени.

Представляется характеристический метод второго порядка аппроксимации решения стационарного уравнения переноса излучения на сетке из тетраэдров в трехмерной области.

Предлагаемая схема является схемой бегущего счета и основана на интерполяции второго порядка в точке пересечения характеристики, выпущенной назад, с противоположной гранью тетраэдра. Для определения последовательности расчета тетраэдров используется модификация маршевого алгоритма [1]. Для интегрирования по углам используется полностью симметричный набор угловых направлений.

Для вычисления обменного члена энергией между излучением и веществом и радиационного потока на обшивку космического аппарата используется метод лебеговского осреднения спектров [2].

Получены радиационные поля около спускаемого космического аппарата на различных участках траектории спуска.

Список Литературы:

1. *Скалько Ю.И., Карасев Р.Н., Акопян А.В., Цибулин И.В., Мендель М.А.* Маршевый алгоритм решения задачи переноса излучения методом

коротких характеристик // Компьютерные исследования и моделирование. 2014. Т.6 Вып.2. С.203-215.

2. *Шильков А. В., Герцев М. Н.* Верификация метода лебеговского осреднения // Матем. моделирование. 2015. Т.27 Вып.8. С.13–31.

МНОГОУРОВНЕВАЯ ВЕЙВЛЕТНАЯ АДАПТАЦИЯ НЕРАВНОМЕРНЫХ ДЕКАРТОВЫХ СЕТОК В ГАЗОВОЙ ДИНАМИКЕ

А. Л. Афендиков

ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, Москва

В последнее время для широко используемых декартовых сеток предложены различные методы адаптации. В докладе описывается один из возможных подходов к решению этой задачи. Он базируется на многоуровневом алгоритме вейвлетного типа на неравноменых сетках, с вейвлетами, имеющими заданное число нулевых моментов. Для оценки гладкости зависящего от времени решения используется техника «движущегося окна» с различными вариантами размеров и формы окон. Степень неравномерности зависящей от времени сетки определяется локальной регулярностью решения. Для определения регулярности используется вариант вейвлетной декомпозиции сеточной функции. На конкретных примерах демонстрируется эффективность методики.

Работа поддержана грантом РНФ No 14-11-00872.

Список литературы

1. *Афендиков А.Л., Меркулов К.Д., Плёнкин А.В. Сравнительный анализ подходов к численному моделированию газодинамических течений на двухуровневых адаптивных расчетных сетках Препринт ИПМ им.М.В.Келдыша № 95, 24 с., 2015, ISSN 2071-2898* http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-95
2. *Афендиков А.Л., Давыдов А.А., Меньшов И.С., Меркулов К.Д., Пленкин А.В. Алгоритм многоуровневой адаптации сеток по критериям на основе вейвлет-анализа для задач газовой динамики. Препринт ИПМ им.М.В.Келдыша № 97, 22 с., 2015* http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-97
3. *Афендиков А.Л., Луцкий А.Е., Меньшов И.С., Меркулов К.Д., Пленкин А.В., Ханхасаева Я.В. Алгоритм динамической локальной адаптации сеток на основе вейвлет-анализа с использованием метода свободной границы Препринт ИПМ им.М.В.Келдыша № 94, 20 с., ISSN 2071-2898, 2015* http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-94

О РОЛИ М.В. КЕЛДЫША В КЛЮЧЕВЫЕ МОМЕНТЫ СТАНОВЛЕНИЯ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Н. Г. Афендикова

Институт прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, keldysh111@gmail.com

С именем М.В.Келдыша связаны основные достижения отечественной науки в решении проблем, поставленных после Отечественной войны перед учеными.

Как директор ОПМ МИАН, а позже как президент Академии наук, М.В.Келдыш отводил кибернетике, автоматизации и вычислительной технике первостепенную роль в решении оборонных задач. Это выражалось, в частности, в том, что ни один образец новых машин не разрабатывался без участия ОПМ МИАН, поскольку для выполнения поставленных перед Институтом ЭВМ играли ключевую роль.

Создание и ввод в эксплуатацию первых ЭВМ (БЭСМ и «Стрела») проходило под его непосредственным контролем.

Тем не менее, в 60-е годы стало ясно, что уровень развития электронной вычислительной техники и её математического обеспечения является недостаточным. В конце 1966 года на заседании ГКНТ и Академии наук было принято поддержанное М.В.Келдышем историческое решение о копировании серии ЭВМ IBM-360. В значительной степени это решение объясняется тем, что непосредственное заимствование системного ПО фирмы IBM позволяло сразу получить высокий уровень возможностей для прикладного программирования и тем самым охватить широкий спектр областей применения вычислительной техники, создавать разнообразные АСУ и пр., т. е. делать то, что впоследствии стало именоваться информатизацией общества.

Предполагается обсудить разные мнения о значении этого решения.

Список литературы:

1. *Келдыш М.В.* Избранные труды. Общие вопросы развития науки. // М.: Наука, 1985.
2. *Лебедев С.А., Келдыш М.В.* Большие счетные математические машины. 1952. Архив РАН. Ф.1939. Оп.2. Д 225. Л. 2
3. Сергей Алексеевич Лебедев. К 100-летию со дня рождения основоположника отечественной электронной вычислительной техники. М.: Физматлит, 2002.
4. *Китов В.А.* Влияние М.В.Келдыша на развитие ЭВМ в СССР. Материалы третьей Международной конференции SoRuCom-2014. http://www.computer-museum.ru/articles/?article=553
5. *Левин В.К.* Очерк становления Единой системы ЭВМ. http://www.computer-museum.ru/histussr/es_levin.htm

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ АЭРО-ГИДРОДИНАМИКИ НА МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСАХ.

А. В. Бабаков

Институт автоматизации проектирования РАН, babakov@icad.org.ru

В основе моделирования лежит консервативный численный метод потоков, являющийся методом конечного объема. Порождаемые методом конечно-разностные аналоги законов сохранения позволяют проводить расчеты движения сжимаемой и несжимаемой сред в широком диапазоне определяющих параметров. Для высокоскоростных течений газа используются термодинамические модели равновесных и неравновесных химических реакций.

На основе параллельных алгоритмов метода разработан программный комплекс “FLUX”, реализованный на вычислительных системах кластерной архитектуры, позволяющий осуществлять численное моделирование как фундаментальных, так и прикладных задач.

Возможности комплекса демонстрируются на примерах исследования струйных потоков, течений около множества близкорасположенных тел, различных спускаемых аппаратов аэрокосмической техники, возвращаемого аппарата с работающими тормозными двигателями вблизи посадочной поверхности, артиллерийских снарядов, нестационарных течений в соплах, течений около подводного аппарата.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ДИНАМИКИ УДАРНЫХ ВОЛН В СРЕДАХ СО СТРАТИФИКАЦИЕЙ ПЛОТНОСТИ.

А. Н. Богданов

НИИ механики МГУ имени М. В. Ломоносова, bogdanov@imec.msu.ru

Несмотря на впечатляющее развитие численных методов решения задач механики жидкости и газа, аналитические решения задач сохраняют свое значение, поиск и построение новых аналитических решений является актуальным направлением исследований.

Зависимость скорости движения плоской ударной волны от изменяющейся в направлении распространения волны плотности в покоящейся среде при постоянном давлении была получена Дж. Уиземом [1]. Однако способ получения указанной зависимости оставлял вопросы о справедливости полученных результатов.

В настоящей работе для решения этой задачи предложен оригинальный метод. Полученная зависимость применима для любой интенсивности волны. Однако, ввиду того, что полученная зависимость является локальным откликом на изменение параметров среды, ударная волна «забывала» прохождение стратифицированных слоев при возвращении плотности перед фронтом волны к начальному значению. В настоящей работе указаны пути определения потерь энергии ударной волны при прохождении слоев продольной стратификации плотности.

Обсуждается применение аналогичных методов анализа к задачам обтекания твердых искривленных поверхностей сверхзвуковым потоком газа.

Литература

1. *Whitham G.B.* Linear and Nonlinear Waves. John Wiley & Sons. 1974. 635 p. (Имеется перевод: *Уизем Дж.* Линейные и нелинейные волны. М.:Мир,1977.622 с.)

ПРИМЕНЕНИЕ ОПЕРАТОРНОГО МЕТОДА ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ENO-СХЕМ

Е. В. Боровик[1], **М. М. Краснов[1]**, Ю. Г. Рыков[1]

[1]ИПМ им. М. В. Келдыша РАН,
katrina_borovik@mail.ru, kmm@kiam.ru, rykov@keldysh.ru

Операторный метод программирования [1] был изначально разработан для решения задач математической физики на трёхмерных регулярных сетках. Впоследствии он был успешно перенесён на трёхмерные локально-адаптивные сетки и на трёхмерные тетраэдральные нерегулярные сетки. На тетраэдральных сетках данный метод был применён для реализации разрывного метода Галёркина [2]. Во всех случаях применение операторного метода программирования позволило структурировать исходный текст программы за счёт выноса сложных математических формул в отдельные программные операторы и автоматически (путём перекомпиляции) перенести программу на графические ускорители CUDA. В настоящей работе операторный метод программирования был реализован, пока для сеток простого вида, для ещё одного класса вычислительных задач – т.н. схем ENO [3].

Операторный метод программирования позволяет приблизить внешний вид программ к математическим формулам, описывающим алгоритмы. Вторая особенность данного метода состоит в том, что программы автоматически (часто просто перекомпиляцией) могут быть перенесены на параллельные архитектуры, такие, как CUDA и Intel Xeon Phi (с помощью OpenMP).

Работа частично поддержана грантом РНФ № 14-21-00025.

Список литературы:

1. *Краснов М.М.* Операторная библиотека для решения трёхмерных сеточных задач математической физики с использованием графических

плат с архитектурой CUDA // Математическое моделирование, 2015, № 3, т.27, с. 109-120.
2. *Краснов М.М., Ладонкина М.Е., Тишкин В.Ф.* Разрывный метод Галёркина на трёхмерных тетраэдральных сетках. Использование операторного метода программирования // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2016. № 23. 27 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2016-23
3. *C.-W. Shu*, Essentially non-oscillatory and weighted essentially non-oscillatory schemes for hyperbolic conservation laws, in: A. Quarteroni (Ed.), AdvancedNumerical Approximation of Nonlinear Hyperbolic Equations, LectureNotes inMath., Springer, Berlin, vol. 1697, 1998.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД МЕТОДОМ НАЛОЖЕННЫХ СЕТОК

Н. Г. Бураго[1], **И. С. Никитин[2]**, В. Л. Якушев[2]

[1]ИПМех РАН им. А.Ю. Ишлинского, ipm@ipmnet.ru
[2]ИАП РАН, icad@icad.org.ru

Генерация расчетных сеток для описания сложной и, возможно, переменной во времени геометрии области решения является непростой и трудоемкой задачей, над решением которой математики активно работают, начиная с шестидесятых годов 20-го века [1]. Помимо трудностей, связанных с конструированием методов построения сеток, например, с помощью отображений, значительные затраты труда расчетчика требуются потом при подготовке входных данных о геометрии области и при построении сеток на ее границах. Значительно упростить задачи задания расчетных сеток в условиях сложной геометрии можно с помощью метода наложенных сеток [2-4], который заключается в том, что сначала вводится регулярная окаймляющая сетка, покрывающая (возможно, с запасом) рассматриваемую область движения сплошной среды. Для описания границ используются дополнительные, так называемые, наложенные сетки, аналитические условия или непрерывные и дискретные маркеры [1-4]. Из расчета исключаются те узлы и ячейки окаймляющей сетки, которые накрыты наложенными сетками или не помечены маркерами и, значит, расположены вне разрешенной области движения сплошной среды.

В настоящей работе используется описание геометрии наложенными подвижными адаптивными сетками. Представлены решения задач о нестационарных до- и сверхзвуковых течениях идеального совершенного газа около нескольких препятствий, термогравитационной конвекции вязкой жидкости и упругопластических задач формования лопаток турбин. Положительными качествами гибридного метода адаптивных наложенных сеток являются простота реализации и использования.

Работа поддержана грантом РФФИ 15-08-02392.

Список литературы:

1. *Бураго Н.Г., Кукуджанов В.Н.* Обзор контактных алгоритмов // Известия РАН. Механика твердого тела. 2005. No.1. С. 44-85.
2. Вычислительные методы в гидродинамике / Ред. Б. Олдер, С. Фернбах, М. Ротенберг, М., Мир, 1967.
3. Численные методы в механике жидкостей / Ред. О.М. Белоцерковский. М., Мир. 1973.
4. *Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М.* Метод крупных частиц. М., Наука, 1982.

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА ДЛЯ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК

Н. В. Быков[1], Н С. Власова[2]

МГТУ им. Н.Э. Баумана, ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН
[1]nik.bkv@gmail.com, [2]n.s.vlasova@gmail.com,

Использование генетических алгоритмов в задачах оптимизации параметров баллистических установок находит все более широкое применение [1]. Оптимизация параметров таких систем предъявляет повышенные требования к вычислительным мощностям в силу того, что решение прямой задачи сопровождается интегрированием нестационарных уравнений двухфазной газовой динамики, описывающих внутрикамерные процессы [2]. При этом решение обратной задачи нахождения оптимальных параметров баллистических установок, например, по критерию наибольшей выходной скорости, требует многократного решения прямой задачи, поскольку для определения численного значения критерия требуется каждый раз решать систему уравнений в частных производных, что необходимо для оценки качества каждой хромосомы. Опыт реализации генетического алгоритма на персональных компьютерах [3] показывает ограниченность такого подхода в силу большого времени вычислений, что не позволяет производить расчет больших популяций, а сходимость на малых популяциях не может гарантировать нахождения глобального экстремума. В то же время сама структура генетического алгоритма позволяет произвести достаточно простое его распараллеливание.

В настоящей работе рассмотрена параллельная реализация генетического алгоритма, проанализировано время вычислений, произведено исследование влияния количества параллельных процессов на скорость вычислений.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-38-00948 мол_а.

Список литературы:

1. *Li K., Zhang X.* Using NSGA-II and TOPSIS Methods for Interior Ballistic Optimization Based on One-Dimensional Two-Phase Flow Model // Propellants Explos. Pyrotech. 2012, 37, 468 – 475.
2. *Быков Н.В., Нестеренко Е.А.* Математическое моделирование и визуализация внутрикамерных процессов в баллистических установках с гидродинамическим эффектом // Научная визуализация. 2015. Т. 7. №1. С. 65-77.

   Быков Н.В., Власова Н.С. Эволюционная методика синтеза оптимальных параметров баллистических установок // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ

Д. А. Варфоломеев[1], В. Ф. Куропатенко[1]

[1]Российский Федеральный Ядерный Центр – ВНИИ Технической Физики им. академ. Е.И. Забабахина, d.a.varfolomeev@mail.ru, v.f.kuropatenko@yandex.ru

Рассмотрена модель неидеальной сплошной среды, в которой девиатор тензора напряжений не равен нулю. В основе уравнений для вязкости, упругости и пластичности лежат уравнения, которые получаются из условий совпадения главных осей девиаторов напряжений, скоростей напряжений и скоростей деформаций. Все деформации делятся на упругие (обратимые) и пластические (необратимые). Работа напряжений на упругих деформациях изменяет упругую удельную внутреннюю энергию (упругую энергию сдвигов), работа тех же напряжений на пластических деформациях изменяет энтропию и увеличивает тепловую энергию вещества. Шаровая часть тензора напряжений описывается уравнением состояния. Упругопластическая модель связывает только девиаторы скоростей напряжений и скоростей деформаций. Она содержит только одну фундаментальную функцию – модуль сдвига, в отличие от классических моделей, которые содержат еще коэффициент Пуассона и модуль Юнга. Безразмерная функция пластичности (мера пластичности) зависит от одного эмпирического параметра. В качестве предела упругости взят предел текучести Мизеса. В этом случае скорость упругих деформаций равна нулю. Получены уравнения на сильном разрыве в неидеальной среде.

Работа поддержана грантом РФФИ № 13-01-00072.

К ЗАДАЧЕ ОБРАЩЕНИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ КЛАССА ФУКСА С КОМПЛЕКСНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В. И. Власов

ВЦ ФИЦ ИУ РАН, РУДН, vlasov@ccas.ru

Уравнение класса Фукса второго порядка с вещественными особыми точками b_n $(n=1,\ldots,N)$, и комплексными параметрами α_n и γ_m $(m=2,3,\ldots,N-2)$ может быть приведено к виду [1]: $\Xi''(z)+(1/2)\,R(z)\,\Xi(z)=0,$ где

$$R(z):=\sum_{n=1}^{N-1}\frac{1-\alpha_n^2}{2(z-b_n)^2}+\frac{1}{(z-b_1)(z-b_{N-1})}\left(\sum_{n=1}^{N}\frac{\alpha_n^2-1}{2}(-1)^{\delta_{N,n}}+\sum_{m=2}^{N-2}\frac{\gamma_m}{z-b_m}\right);$$

здесь принято $b_1=0$, $b_{N-1}=1$, $b_N=\infty$, а остальные b_n расположены на интервале $(0,1)$; $\delta_{k,l}$ – символ Кронекера. Задача обращения для этого уравнения заключается в построении функции $z=\Phi(w)$, обратной к отношению $w=\varphi(z):=\Xi_1(z)/\Xi_2(z)$ двух его линейно независимых решений $\Xi_1(z)$ и $\Xi_2(z)$.

Пусть дробно-линейная функция $\tilde{z}=\tau_q(z)$ отображает верхнюю полуплоскость $\mathbb{H}$ на себя, причем: $\tau_q(b_{q\ominus 1})=1$, $\tau_q(b_q)=\infty$, $\tau_q(b_{q\oplus 1})=0$, где $\ominus$ и $\oplus$ – соответственно символы вычитания и сложения по модулю N, а $z=T_q(\tilde{z})$ – функция, обратная к $\tau_q(z)$. Введем набор функций $\xi=\varphi_j(\zeta)$, $j\in\mathbb{N}$, по формулам: $\varphi_1(0;\zeta):=\ln\zeta$; $\varphi_1(\nu;\zeta):=\zeta^\nu$, $\nu\in\mathbb{C},\mathrm{Re}\,\nu>0;$ $\varphi_j(\zeta):=\zeta^J-(-1)^j\ln\zeta^J$, $J=[j/2]$, $j=2,3\ldots$ Обратные функции обозначим $\zeta=\Phi_j(\nu;\xi)$. Введем обозначения: $\mathbb{K}_+(r):=\{z:|z|>r\}\cap\overline{\mathbb{H}}$; $\Sigma(\lambda,z):=\lambda_{-1}z+\sum_{k=0}^{\infty}\lambda_k z^{-k}$, где $\lambda:=(\lambda_{-1},\lambda_0,\lambda_1,\ldots)$. Следующая теорема обобщает результаты из [1].

Теорема. Пусть $q\in\{1,\ldots,N\}$ – любой выбранный номер особой точки уравнения Фукса. Тогда справедливы следующие утверждения.

1) Для функции $\varphi(z)$ имеет место представление $\varphi(z)=\omega(\varphi_j(\Sigma(\lambda,\tau_q(z))))$, справедливое на множестве $T_q(\mathbb{K}_+(r_q))$ при некотором $r_q>0$; ω – дробно-линейная функция. 2) Для $\Phi(w)$ имеет место представление $\Phi(w)=T_q(\Sigma(\Lambda,\Phi_j(\Omega(w))))$, справедливое на множестве $\omega(\varphi_j(\mathbb{K}_+(R_q)))$, при некотором $R_q>0$; Ω обратно к ω. При заданном уравнении Фукса и выбранных q и ω эти представления единственны.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-01-00781 и программой РАН «Современные проблемы теоретической математики», проект "Оптимальные алгоритмы решения задач математической физики”

Список литературы:

1. *Власов В.И., Волков Д.Б.* К задаче обращения для уравнения класса Фукса // Дифференциальные уравнения. 1986. Т. 22, № 11. С. 1854-1864.

ГИБРИДНАЯ ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПЛАЗМЕННЫХ ПОТОКОВ

Л. В. Вшивкова[1], Г. И. Дудникова[2], К. В. Вшивков[3]

[1]*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, lyudmila.vshivkova@parbz.sscc.ru*
[2]*Институт вычислительных технологий СО РАН, gdudnikova@gmail.com*
[3]*Институт лазерной физики СО РАН, vkv76ru@gmail.com*

Нестационарные процессы взаимодействия плазменных потоков в лабораторной и космической плазме сопровождаются образованием волновых возмущений с различными пространственно-временными масштабами. К таким процессам относятся, например, взрывы Сверхновых, обтекание солнечным ветром магнитосферы Земли, а также исследования по удержанию плазмы в установках управляемого термоядерного синтеза. Бесстолкновительное взаимодействие высокоскоростных плазменных потоков происходит на расстояниях, значительно меньших длин свободного пробега. В этих условиях создаваемые численные модели должны быть основаны на кинетическом описании ионной компоненты плазмы, а наличие магнитного поля позволяет рассматривать динамику электронов в МГД-приближении. Уменьшение требований на архитектуру и память ЭВМ по сравнению с полностью кинетическими моделями обеспечило широкое распространение таких комбинированных (гибридных) моделей [1-3]. Гибридная модель и созданный пакет программ используются в данной работе для исследования структуры возмущений, генерируемых при разлете облака плазмы сложного состава в однородном плазменном фоне. Проведены исследования механизма передачи энергии при взаимодействии потоков плазмы и показано, что форма и амплитуда сформировавшихся волн зависит от числа Маха и угла распространения по отношению к невозмущенному магнитному полю.

Работа поддержана грантами РФФИ № 14-01-00392 и № 16-01-00209.

Список литературы:

1. *Lipatov A.S.* The hybrid multiscale simulation technology. An introduction with application to astrophysical and laboratory plasmas. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2002.
2. *Воронцов П.С., Вшивков В.А., Дудникова Г.И., Молородов Ю.И.* Численное моделирование нестационарных космофизических явлений // Выч. технологии, Новосибирск, ИВТ СО РАН, 1994. Т.3. №8. С.53-61.
3. *Damiano P.A., Sydora R.D., Samson J.C.* Hybrid magnetohydrodynamic-kinetic model of standing shear Alfven waves // J. Plasm. Phys. 2003. V.69 Part 4. P.277-304.

ВЛИЯНИЕ ТОРМОЗНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА НЕЛИНЕЙНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ АЛЬФВЕНОВСКОЙ ВОЛНЫ

М. Б. Гавриков[1], **А. А. Таюрский[1]**

[1]*ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, nadya_p@cognitive.ru, tayurskiy2001@mail.ru*

В докладе численно исследовано нелинейное поглощение плоской альфвеновской волны, падающей на неподвижную границу диссипативной плазмы, обусловленное магнитной вязкостью, гидродинамическими вязкостями и теплопроводностями электронов и ионов, тормозным излучением и обменом энергией между плазменными компонентами. Актуальность исследования обусловлена предложенным рядом авторов в 2011 г. механизмом разогрева солнечной короны и генерации солнечного ветра как результата затухания в плазме альфвеновских волн, генерируемых в нижних, значительно более холодных солнечных слоях. Поскольку, как показали расчёты, поглощение альфвеновских волн происходит на длинах порядка скиновых, на которых уравнения классической МГД заведомо неприменимы, то в основу исследования положены уравнения двухжидкостной магнитной гидродинамики с полным учётом инерции электронов. Предложенная неявная разностная схема расчёта плоскопараллельных течений двухжидкостной плазмы позволила выявить ряд важных закономерностей поглощения. В частности, установлена зависимость поглощения от частоты альфвеновской волны и электронной теплопроводности и вязкости и от тормозного излучения. Обнаружен эффект запирания альфвеновской волны в диссипативной плазме и возникновение квазистационарного режима поглощения альфвеновской волны.

Работа поддержана грантами РФФИ № 15-01-03085, № 16-01-00302.

Список литературы:

1. *Гавриков М.Б., Таюрский А.А.* Пространственное нелинейное затухание альфвеновских волн в диссипативной плазме // Математическое моделирование. 2013. Т.25. №8. С.65-79.

СХОДИМОСТЬ ПРИБЛИЖЕННЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ

В. А. Галкин

Сургутский государственный университет, политехнический институт
e-mail: val-gal@yandex.ru

Математические модели физических систем, состоящих из статистически большого количества частиц (разреженные газы, дисперсные системы, системы с поверхностями фазовых переходов), а также модели механики сплошной среды основываются на фундаментальных соотношениях баланса, носящих общее название *законы сохранения*. Значительное количество современных исследований по теории законов сохранения связано с вопросами корректности задач для нелинейных систем дифференциальных и интегродифференциальных уравнений

$$\partial_t u^{(\omega)}(x,t) + \sum_{j=1}^{n} \partial_{x_j} f_j^{(\omega)}(u,x,t) = S^{(\omega)}(u,x,t), \tag{1}$$

$$x \in \mathbb{R}_n, \quad t > 0, \quad \omega \in \Omega, \quad u|_{t=0} = u_0,$$

где $u = \{u^{(\omega)}\}$ является неизвестной вектор-функцией, вид потоков f_j и источник (оператор столкновений) S заданы характером моделируемого процесса, $x \in \mathbb{R}_n$ - пространственные координаты, t - время, Ω - параметры, нумерующие уравнения (множество Ω имеет произвольную структуру, например, это могут быть натуральные числа, вещественные числа и т.д.). Такие системы назовем *системами законов сохранения*. Их приложения широко известны, в частности, в связи с уравнениями газовой динамики и гидродинамики, уравнениями физической кинетики Больцмана и Смолуховского, теорией плазмы, моделями выращивания кристаллов и т.д. [1]. Наряду с корректностью в круге проблем для систем законов сохранения (1) традиционно особую роль играют такие вопросы нелинейной математической физики, как обоснование предельного перехода по малым параметрам приближенных методов, используемых при отыскании неизвестного решения. Наиболее полное построение глобальной теории корректности для скалярного закона сохранения ($\mathrm{card}\Omega = 1$) выполнено С.Н.Кружковым [2, 3]. До недавнего времени трудности, связанные с предельными переходами в нелинейных (квазилинейных и полулинейных) системах законов сохранения, для многих методов казались непреодолимыми.

Расширение понятия решения (функциональные решения) [1, 4-10] позволяет обосновать сходимость приближенных методов при наличии априорной оценки аппроксимаций в $L_1^{loc}(Q,\nu)$ равномерной по параметру даже при отсутствии непрерывности нелинейных операторов в этом пространстве. Основная идея состоит в том, чтобы получить разумное обоснование вычислительных методов для уравнения (1), которое описывает движение огромного количества взаимодействующих частиц с очень сложным поведением. Тогда локальные характеристики, основанные на векторе состояния u (плотность газа, плотность импульса и т.д.) обычно являются крайне нерегулярными функциями, особенно при наличии турбулентности. В последнем случае важную роль играют средние значения физических величин в пространственно-временных объемах V in $\Omega \times \mathbb{R}_n \times \mathbb{R}_+$, а именно

$$\int\limits_{\Omega\times\mathbb{R}_n\times\mathbb{R}_+} I_V u^{(\omega)}(x,t)\mu\otimes d_x\otimes d_t,$$

где μ - мера на пространстве состояний частиц Ω, а d_x, d_t - лебеговы меры на пространственно- временных переменных, I_V - индикатор-функция объема V. Значения вышеупомянутых интегралов (функционалов) для различных индикатор-функций I_V определяют *функциональное решение* [1, 4-10]. Понятие функционального решения позволяет обосновать глобальную корректность задачи Коши для уравнения (1) и глобальную сходимость приближенных методов при наличии слабой аппроксимации и слабой устойчивости заданного приближенного метода AM.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 14-01-00478, 15-41-00013, 15-41-00059.

Литература

1. *Галкин В.А.* Уравнение Смолуховского. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001, 336 с.
2. *Кружков С.Н.* Квазилинейные уравнения первого порядка со многими независимыми переменными. Матем. сб., 1970, Т. 81, 2, С. 228-255.
3. *Кружков С.Н.* Труды. Составители: Н.С.Бахвалов, В.А.Галкин, Ю.А.Дубинский - М.: Наука. Физматлит. - 2000.
4. *Галкин В.А.* Функциональные решения законов сохранения. ДАН СССР, 1990, т. 310, №4, С. 834-839.
5. *Galkin V.A.* Convergence and numerical stability of approximate methods for conservation laws. International Journal of Modern Physics C, 1994, Vol.5, № 2, p. 207-214, World Scientific Publishing Co. Printed in USA.
6. *Галкин В.А.* Анализ математических моделей: системы законов сохранения, уравнения Больцмана и Смолуховского. М.: БИНОМ, 2009, 408 с.
7. *Galkin V.A., Russkikh V.V.* On the background of limit path for the Korteweg de Vries Equation as the Dispersion Vanishes. Acta Applicande Matematicae, 39, 1995, p.307-314. Kluwer Academic Publishers. Printed in Netherlands.
8. *Галкин В.А.* Обоснование приближенных методов для систем законов сохранения. Вестник Московского университета. 1995, Сер.1, Математика, Механика. №6, С. 55-59.

МЕТОДЫ СИМВОЛЬНОГО АНАЛИЗА В ПОСТРОЕНИИ И ИССЛЕДОВАНИИ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫХ АППРОКСИМАЦИЙ ДВУМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ НАВЬЕ–СТОКСА

В. П. Гердт[1], Ю. А. Блинков[2]

[1]*Объединенный Институт Ядерных Исследований, gerdt@jinr.ru,*
[2]*Саратовский Национальный Исследовательский Государственный Университет, blinkovua@info.sgu.ru*

В докладе будут представлены недавние результаты алгоритмического построения [1,2] методами символьного анализа [3] конечно–разностных аппроксимаций уравнений Навье-Стокса для двумерного течения вязкой несжимаемой жидкости и на регулярной сетке. При этом мы сформулируем, допускающее алгоритмическую проверку, требование *сильной* аппроксимации [4], которое является необходимым для того чтобы полученная дискретизация была *совместима* с исходными дифференциальными уравнениями, т.е. наследовала на дискретном уровне их фундаментальные свойства, такие как симметрии, законы сохранения, принцип максимума и др. [5]. Те из полученных нами аппроксимаций, которые являются сильными, выявляют лучшее численное поведение [6], чем аппроксимации не являющиеся сильными.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-01-00080.

Список литературы:

1. *Gerdt V.P., Blinkov Yu.A.* Gröbner Bases and Generation of Difference Schemes for Partial Differential Equations // SIGMA. 2006. Vol.2. 051. 26 Pages. arXiv:mathRA/0605334
2. *Gerdt V.P., Blinkov Yu.A.* Involution and Difference Schemes for the Navier–Stokes Equations. Lect. Notes Comp. Sci. Vol. 5743. 2009, P.94–105.
3. *Cucker F., Shub M.* (Eds.) Foundation of Computational Mathematics. – Springer, 1997.
4. *Gerdt V.P.* Consistency Analysis of Finite Difference Approximations to PDE Systems. LNCS. 2012. Vol. 7125. P.28–42. arXiv:math.AP/1107.4269
5. *Arnold D.N., Bochev P.B., Lehoucq R.B., Nicolaides R.A, Shashkov M.* (Eds.) Compatible Spatial Discretizations. The IMA Volumes in Mathematics and its Applications, Vol. 142. – Springer, 2006.
6. *Amodio P., Blinkov Yu.A., Gerdt V.P., La Scala R.* On Consistency of Finite Difference Approximations to the Navier–Stokes Equations. LNCS. 2013. Vol. 8136. P.46–60. arXiv:math.NA/1307.0914

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧ, БЛИЗКИХ К КОСИММЕТРИЧНЫМ

В. Н. Говорухин[1]

[1]*Южный федеральный университет, vngovoruhin@sfedu.ru*

В докладе представлена схема численного исследования нестационарных задач математической физики, которые можно рассматривать как возмущения систем с косимметрией. Понятие косимметрии было введено в [1] для описания возникновения однопараметрических семейств стационарных режимов, которые не поддаются трактовке с позиций теории симметрии. При нарушении косимметрии семейства разрушаются, что может приводить к нетривиальным бифуркационным переходам к автоколебаниям.

Для анализа рассматриваемого класса задач необходимо применение численных схем, основанных на теории косимметрии, что включает:

1. Использование сохраняющих косимметрию аппроксимаций исходных уравнений в частных производных.
2. Алгоритмы продолжения по скрытому параметру семейств (кривых) стационарных решений, основанные на косимметричной версии теоремы о неявной функции [1].
3. Использование дискретного аналога предложенной в [2] селективной функции для анализа распада семейств при нарушающих косимметрию возмущениях.
4. Решение исходной нестационарной задачи на больших временах.

Предложенная схема использована для анализа задач фильтрационной конвекции в прямоугольном контейнере. В докладе представлены результаты исследования влияния внутренних источников тепла в области течения и просачивания жидкости через границу области на конвективные течения. Были обнаружены теоретически предсказанные сценарии: распад семейства на конечное число стационарных режимов, и возникновение медленных периодических движений. Кроме того, были найдены релаксационные колебательные и хаотические режимы, состоящие из двух стадий: медленных движений в окрестности распавшегося семейства, и быстрых колебаний. Такой сценарий возможен, когда при распаде семейства все сохраняющиеся стационарные режимы являются неустойчивыми.

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-01-00470.

Список литературы:

1. *Юдович В.И.* Косимметрия, вырождение решений операторных уравнений, возникновение фильтрационной конвекции // Матем. заметки. 1991. Т.49 Вып.5. С.142-148.
2. *Юдович В.И.* О бифуркациях при возмущениях, нарушающих косимметрию // Докл. РАН. 2004. Т.398, № 1, С. 57–61.

3. *Говорухин В.Н.* О воздействии внутренних источников тепла на конвективные движения в пористой среде, подогреваемой снизу // Прикладная механика и техническая физика. 2014. Т. 55. №2, С. 43-52.

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ, ИМИТИРУЮЩИЕ ЗАДАЧУ КОШИ

В. А. Гордин[1], А. А. Шемендюк[2]

[1,2]Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
[1,2]ФГБУ Гидрометцентр России,
[1] vagordin@mail.ru, [2] alex.shemendyuk@gmail.com

Постановка корректных смешанных краевых задач требует задания граничных условий, описывающих физические процессы, происходящих на границе области. Однако не всегда такие процессы в действительности имеют место. За пределами этой области начальные условия задаются приближенно.

Граничные условия, которые обеспечивают совпадение решения смешанной краевой задачи с решением задачи Коши для любых начальных условий внутри вычислительной области, как правило, не являются локальными [1]. Такие условия можно определить, если включить в них интегральные операторы типа свертки. Задача определения ядра в операторе свертки может быть поставлена и решена также и для линейных разностных уравнений.

На практике «честную» свертку реализовать затруднительно: число слагаемых растет пропорционально времени интегрирования задачи. Однако, методики, базирующиеся на рациональных аппроксимациях Паде - Эрмита [2-4], позволяют ограничиться небольшим числом арифметических операций на один граничный узел пространственно-временной сетки.

Такие граничные условия найдены для схем, аппроксимирующих классические уравнения мат. физики: волновое, диффузии, Шрёдингера.

Работа подготовлена в ходе проведения исследования (16-05-0069) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)» в 2016 – 2017 гг. и с использованием средств субсидии на государственную поддержку ведущих университетов Российской Федерации в целях повышения их конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров, выделенной НИУ ВШЭ.

Список литературы:

1. *Гордин В.А*. Краевое условие полного поглощения волн, выходящих за пределы прогностической области, для разностного уравнения в частных производных. Труды Гидрометцентра СССР, № 242, с. 104 – 120 (1982)

2. *Аптекарев А.И., Буслаев В.И., Мартинес-Финкельштейн А., Суетин С.П.* Аппроксимации Паде, непрерывные дроби и ортогональные многочлены. УМН, 2011, т. 66, № 6(402), 37–122
3. *Гордин В.А.* Применение векторной аппроксимации Паде при численном решении эволюционных прогностических уравнений. Метеорология и гидрология, №11, с. 24 – 37 (1982)
4. *Гордин В.А*. Математика, компьютер, прогноз погоды и другие сценарии математической физики. М., ФИЗМАТЛИТ, с. 626 – 637, 2010, 2013.

МИРОВОЕ ПРОСТРАНСТВО (МП) — СПЛОШНАЯ СРЕДА.

В. Г. Грудницкий

Московский Физико-Технический Институт,
Государственный Университет Управления

Теория Большого Взрыва (БВ), на сегодня, является основной теорией, «объясняющей» образование Вселенной. Представление о разлёте мирового пространства (МП) из точки (теория БВ), или его сжатии под действием гравитации в точку (иначе, откуда взялась огромная энергия взрыва) противоречат основным понятиям механики (необратимости процессов такого типа). Точка – «неопределяемое математическое понятие». Её использование в физической теории сомнительно. Для того чтобы разбираться в происходящих во Вселенной процессах, необходимо понимать ее структуру в целом.

Большая часть возражений по поводу существования «вакуума», как среды с определенными свойствами, происходит от его, не ощущаемого, «присутствия». Этот эффект связан с простым фактом: огромной скоростью малых возмущений этой среды. Мы не ощущаем её потому, что она не ощущает нас, мы в ней практически не движемся. По нашему мнению, все «материальные» объекты в МП всего лишь слабые (иногда не совсем) возмущения «вакуума», его отклонения от равновесного устойчивого состояния. «Материальные» объекты – это квазистационарные возмущения «вакуума». Электромагнитные волны (ЭМ) – малые нестационарные возмущения. На основании совпадения многих фундаментальных факторов, проявляющихся в сплошных средах, в частности, в газовой динамике, более естественно трактовать МП как специфическую сплошную среду. В пользу такого подхода говорят многие эффекты. Например, недавно установленное явление, трактуемое как «возвратные» ударные волны, реализуется, только в сплошной среде.

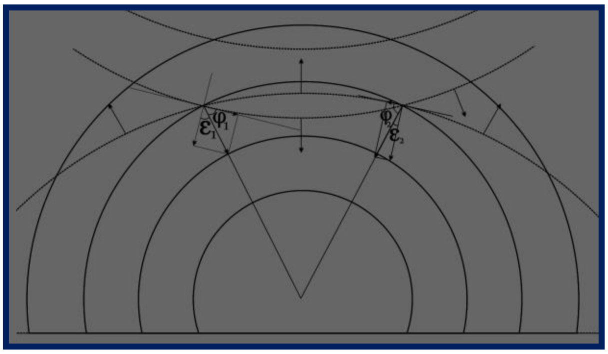


Рис.1 Взаимодействие ЭМ волны и гравитационного поля.

Устойчивость МП проще обосновать, не привлекая теорию БВ, состоянием динамического равновесия. Группы тел движутся по локально согласованным, траекториям. Вакуум занимает большую часть пространства (80%–85%). Можно предположить, что это основное, устойчивое состояние МП, которое должно поддерживаться. «Вакуум» «восстанавливает» однородное состояние давлением на возмущения (гравитация), столкновениями тел (обычно парными), но не централизованно, одновременно для всех тел, а хаотически во времени и пространстве. Как показывают наши количественные оценки, приведенные ниже, эффект «чёрного неба», обоснование БВ, связан, как с понижением частот спектров далёких звёзд, так и с уменьшением амплитуды колебаний в электромагнитных (**ЭМ**) волнах приходящих от них. Причём в основном с понижением амплитуды. Объясняется это потерями при их прохождении через препятствия («материальные» объекты)

Энергию ЭМ волны, можно рассматривать, как энергию единицы объёма и энергию единицы массы (кванта). Энергия единицы объёма ЭМ волны учитывает амплитуду возмущений. Энергия квантов определяется их частотой

$$e = \hbar\omega;\ p = \hbar\omega/c;\ m = \hbar\omega/c^2$$

Судя по данным наблюдений на мощных телескопах, амплитуды ЭМ волн падают катастрофически с ростом расстояния от объекта, в то время как частота снижается умеренно. (При повышении качества изображений, в телескопах наблюдается всё более широкий частотный спектр колебаний приходящих с очень малой амплитудой.)

На рис.1. показано взаимодействие ЭМ волны и гравитационного поля. Пунктиром даны два симметричных фронта ЭМ волны на входе и выходе из поля. Сплошными линиями даны линии уровня гравитационного поля. Векторы ε_1, φ_1 – дают нормальную и касательную к фронту ЭМ волны составляющие сил поля на входе, соответственно, ε_2, φ_2 – на выходе. Векторы $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – нормальные к фронту волны, действуют на частоту (энергию) квантов. Векторы φ_1, φ_2 – определяют перемещение энергии (амплитуды) вдоль фронта волны, к оси симметрии картины взаимодействия. Видно, что на выходе из поля сила «торможения» (уменьшение частоты квантов) заметно больше, чем сила «увеличения» энергии квантов на входе. При прохождении ЭМ волнами сферических гравитационных полей (и создающих эти поля объектов) проявляется эффект двояковыпуклой линзы, которая стягивает энергию волны к оси симметрии картины взаимодействия (рис.1). Этот эффект практически не слабеет по мере движения волн.

Итак, предлагаемая здесь модель, основана на снижении энергии в ЭМ волне, как по амплитуде, так и по частоте, при прохождении ею гравитационных полей и, непосредственно тел звёзд и других массивных объектов. Понижение частоты связанно с кривизной фронта ЭМ волны. Оно происходит в момент излучения и на начальном этапе распространения волн, пока их радиус соизмерим с радиусом проходимых ими гравитационных полей. В то время как снижение амплитуды колебаний, связанное с фокусирующим действием сферических полей и рассеиванием части волны на дисперсном ядре поля, происходит постоянно и приводит к катастрофическому падению амплитуд. Именно последняя причина создаёт основную часть эффекта «чёрного неба».

В последние годы экспериментально были получены следующие результаты:

- Обнаружены возвратные ударные волны, связанные, по общему мнению, с БВ. Такие волны могут возникать только при взрывах в **сплошной среде.**
- Установлено, что свет от удалённых звёзд имеет аномально красное смещение. По нашему мнению, это эффект потери энергии квантов при их уходе из полей излучающих массивных звёзд. От других он не дойдёт из-за потерь амплитуды на дистанции. Смещение спектров ЭМ волн, исходящих от далёких звёзд в красную сторону, происходит потому что с больших расстояний до нас доходят только волны, имеющие большую начальную амплитуду колебаний, т.е. волны испускаемые массивными объектами.

Можно утверждать, что все «состояния» мирового пространства могут переходить друг в друга. Существуют взаимодействия частиц с увеличением и уменьшением массы. Существуют «частицы» ведущие себя, как волна и как частица (электрон), а значит концентрирующиеся в «точку» или расплывающиеся в пространстве в зависимости от влияния окружения.

Список литературы:

1. *Грудницкий В.Г.* Мировое пространство, как сплошная среда// Материалы Х1Х международной конференции по вычислительной механике. Алушта. 2015.

ТЕРМОЯДЕРНОЕ УСИЛЕНИЕ ПРИ БЫСТРОМ ПОДЖИГЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МИШЕНЕЙ

Г. В. Долголева

ИПМ им. М.В. Келдыша,dolgg@list.ru

Одна из важных задач при конструировании мишеней для управляемого термоядерного синтеза (УТС) состоит в подборе энерговложения, при котором можно получить «горение» (наличие термоядерных реакций) рабочей DT области. При этом энерговыход в результате термоядерных реакций должен быть больше, чем вложенная энергия (коэффициент усиления больше единицы). И немаловажным вопросом является величина вкладываемой энергии.

Исследуются различные способы энерговложения в микромишени, базирующиеся на идее безударного сжатия.

Учитывая, что обострение импульса на современных установках делать очень сложно, рассматривается энерговложение в виде дополнительного импульса («поджигающий» импульс). Цель работы исследование влияния поджигающего импульса на параметры мишени.

УЛЬТРАПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ И ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

В. Т. Жуков[1], Н. Д. Новикова[1], О. Б. Феодоритова[1]

[1]ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, vic.zhukov@mail.ru

В современных условиях к вычислительным кодам предъявляют требование масштабируемости при использовании компьютеров с экстрамассивным параллелизмом. В докладе представлены результаты работы по развитию многосеточного метода Р.П. Федоренко [1] для решения трехмерных эллиптических и параболических уравнений, в случае использования для последних неявных схем интегрирования по времени. Мы исследуем работоспособность многосеточного метода для задач в существенно неоднородных средах с разрывными анизотропными параметрами.

Масштабируемость обеспечивается использованием явных чебышевских итераций для решения уравнений на самой грубой сетке и для построения сглаживателей [2,3]. Новым является разрабатываемый нами принцип адаптации многосеточного метода к спектру сеточных операторов. Сглаживатели связаны с многочленом Чебышева, наименее уклоняющимся от нуля на некотором отрезке. Эффективность сглаживания зависит от определения границ этого отрезка, отвечающего высокочастотной части спектра сеточного оператора на текущем сеточном уровне. Приведены алгоритмы полиномиального и рационального сглаживателей; последний основан на схеме ЛИ-М решения эволюционных уравнений [4]. Обсуждается обобщение такого подхода для алгебраического многосеточного метода.

Для численного интегрирования по времени параболических уравнений сравниваются две схемы: неявная двухслойная по времени схема, разрешаемая многосеточным алгоритмом, и ультрапараллельная схема ЛИ-М.

Приведены результаты расчетов, подтверждающие работоспособность многосеточного алгоритма и масштабируемость параллельного кода.

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-01-00670 А.

Список литературы:

1. Федоренко Р.П. Релаксационный метод решения разностных эллиптических уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 1961. Т. 1. № 5. С. 922–927.
2. Жуков В.Т., Новикова Н.Д., Феодоритова О.Б. Многосеточный метод для эллиптических уравнений с анизотропными разрывными коэффициентами // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2015. Т. 55. №7, С. 1168–1182.
3. Жуков В.Т., Новикова Н.Д., Феодоритова О.Б. О решении эволюционных уравнений многосеточным и явно-итерационным методами // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2015. Т. 55, № 8. С. 1305–1319.
4. Жуков В.Т. О явных методах численного интегрирования для параболических уравнений // Матем. моделирование. 2010. Т.22. № 10. С. 127−158.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ПРОЗРАЧНЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ АНИЗОТРОПНОЙ ПОПЕРЕЧНО НЕОДНОРОДНОЙ УПРУГОЙ СРЕДЫ

Н. А. Зайцев[1], Б. В. Криитский[1]

[1]*ИПМ им М.В.Келдыша, nikolai_zaitsev@mail.ru*

Целью работы является разработка прозрачных граничных условий (ПГУ) на искусственных границах расчетной области для трехмерных задач о распространении волн в упругой среде в случае, когда свойства среды меняются вдоль границы расчетной области, но постоянны в перпендикулярном к ней направлении.

Постановка точных ПГУ на гладких внешних границах расчётной области разработана достаточно хорошо теоретически и технологически [1 – 4]. Основные усилия при построении оператора граничных условий тратятся на численное решение большого количества систем ОДУ высокой размерности с большой точностью.

В рассматриваемом случае удается заменить решение систем ОДУ на решение квадратных матричных уравнений, что не только уменьшает вычислительные затраты на порядки, но и повышает точность вычисления оператора ПГУ.

Разработан алгоритм и код для расчёта оператора ПГУ для рассматриваемого случая. Проведены тестовые расчеты, показывающие работоспособность алгоритма, точность получаемых граничных условий и устойчивость алгоритма решения прямой задачи с использованием УПП.

Список литературы:

1. *Sofronov I.L., Zaitsev N.A.* Non-reflecting boundary conditions for 2D anisotropic elastodynamics // PAMM, V. 6, Iss. 1, pp. 611 – 612 (2007).
2. *Sofronov I.L., Zaitsev N.A.* Application of transparent boundary conditions for solution of 2D elastodynamics with azimuth anisotropy // Mathematical Modeling, V. 19, №8, pp. 49 – 54 (2007).
3. *Sofronov I.L., Zaitsev N.A.* Transparent boundary conditions for the elastic waves in anisotropic media // Hyperbolic Problems: Theory, Numerics, Applications. Eds. Benzoni-Gavage, Serre. Springer Verlag, pp. 997 – 1004 (2008).
4. *Sofronov I.L., Zaitsev N.A.* Numerical generation of transparent boundary conditions on the side surface of a vertical transverse isotropic layer // Journal of Computational and Applied Mathematics, Online publication: 21-AUG-2009; V. 234, Issue 6 , pp. 1732 – 1738 (2010).

НОВАЯ ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ДИСКРЕТИЗАЦИЯ МНОГОМЕРНОЙ КВАЗИГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ СО СВОЙСТВОМ НЕУБЫВАНИЯ ПОЛНОЙ ЭНТРОПИИ

А. А. Злотник

[1]*НИУ Высшая школа экономики, Москва, azlotnik2007@mail.ru*

В физической и математической теории уравнений Эйлера невязкого нетеплопроводного газа и уравнений Навье-Стокса вязкого теплопроводного газа существенную роль играет закон неубывания энтропии. В численных методах решения задач газовой динамики выполнение этого закона тоже важно с позиций как теории, так и практики. Интерес к этому вопросу растет в литературе в последние годы.

Квазигазодинамические (КГД) системы уравнений [1] служат основой для разработки класса разностных методов решения задач газо- и гидродинамики. В работе рассматривается многомерная КГД система в форме уравнений баланса массы, импульса и полной энергии для совершенного политропного газа, с учетом массовой силы и теплового источника. Для нее строится новая консервативная симметричная дискретизация по пространству на неравномерной прямоугольной сетке, с заданием основных неизвестных функций – плотности, скорости и температуры – на общей сетке, а потоков и компонент тензора вязких напряжений – на разнесенных сетках.

Центральное внимание уделяется анализу поведения полной энтропии: дискретизация специально конструируется так, чтобы в итоге выполнялся закон ее неубывания. Это требует существенного пересмотра стандартной дискретизации и введения в нее многих оригинальных элементов. В том числе используются элементы дискретизаций из предыдущих работ автора, где аналогичные вопросы решались для одномерной КГД системы и многомерной баротропной КГД системы с потенциальной массовой силой.

Упрощения построенной дискретизации служат консервативными дискретизациями со свойством неубывания полной энтропии для более простой квазигидродинамической системы уравнений и для уравнений Навье-Стокса вязкого сжимаемого теплопроводного газа. Результаты даны в работах [2, 3].

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-01-00048.

Список литературы:

1. *Елизарова Т.Г.* Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. – М.: Научный мир, 2007.
2. *Злотник А.А.* О новой пространственной дискретизации многомерной квазигазодинамической системы уравнений со свойством неубывания полной энтропии // Доклады АН. 2016. Т. 469**.** № 4.
3. *Злотник А.А.* Энтропийно консервативная пространственная дискретизация многомерной квазигазодинамической системы уравнений // ЖВМиМФ (в печати).

ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ПЕРЕМЕННЫХ НАПРАВЛЕНИЙ В РАЦИОНАЛЬНЫХ ПОДПРОСТРАНСТВАХ КРЫЛОВА

В. П. Ильин[1,2]

[1]*Институт Вычислительной математики и математической геофизики СО РАН*
[2]*Новосибирский государственный университет*

Итерационные методы переменных направлений для решения сверхбольших СЛАУ, возникающих при сеточных аппроксимациях многомерных краевых задач математического моделирования, имеют большую историю и сохраняют свое актуальное значение как с точки зрения минимизации скорости сходимости итерационных процессов, так и в смысле обеспечения высокой производительности их программных реализаций с масштабируемым параллелизмом на многопроцессорных вычислительных системах (МВС) с распределенной и иерархической общей памятью.

В последние годы интерес к данному классу алгоритмов усилился в связи с решением матричных уравнений Ляпунова и Сильвестра, возникающих в многочисленных приложениях. Мы рассматриваем вопросы автоматического выбора оптимальных итерационных параметров без априорных сведений о границах спектров участвующих одномерных операторов, на основе вариационных подходов в полиномиальных и рациональных подпространствах Крылова.

Отдельно исследуются случаи разделяющихся и неразделяющихся переменных в исходных задачах. Описываются различные технологические приемы распараллеливания предлагаемых алгоритмов, в том числе основанные на разложении рациональной функции в сумму простых дробей.

Эффективность рассматриваемых методов демонстрируется результатами численных экспериментов на представленной серии методических примеров.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ БИОМОЛЕКУЛЯРНЫХ ОБЪЕКТОВ

А. В. Ким[1], А. В. Иванов[1], П. А. Гульчук[1]

[1]*Уральский федеральный университет, avkim@imm.uran.ru, av.ivanov.2014@yandex.ru, p-gulchuk@ya.ru*

В докладе обсуждаются параллельные алгоритмы компьютерного моделирования докинга протеинов:

- Рассматриваются постановки задач моделирования биомолекулярных объектов и подходы к решению задачи докинга протеинов.
- Обсуждаются вычислительные аспекты разработки параллельных алгоритмов решения задач докинга.
- Представлены результаты расчетов на вычислителе ИММ УрО РАН.

Работа поддержана грантами РФФИ № 14-01-00065, 14-01-00477.

Список литературы:

1. *Черешнев В.А., Бочаров Г.А., Ким А.В., Азиатцева В.В., Гребенников Д.С., Кислицын А.А., Савинков Р.С., Третьякова Р.М.* Технологии интегративного моделирования ВИЧ инфекции // Аллергология и иммунология. 2015. Т.16 №4. С. 384-385.
2. *Bocharov G.A., Kim A.V., Bocharov G.A., Krasovskii A.N., Chereshnev V.A., Glushenkova V.V., Ivanov A.V.* An extremal shift method for control of HIV infection dynamics // Russian Journal on Numerical Analysis and Mathematical Modeling, 2015. V. 30, N 1. p. 11-25.
3. *Хёльтье Х.-Д., Зиппль В., Роньян Д., Фолькерс. Г.* Молекулярное моделирование: теория и практика. – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2015.

КИРХГОФОВСКОЕ СОГЛАСОВАНИЕ ПОЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ В КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТАХ ПЛАСТИН РЕЙССНЕРА-МИНДЛИНА ПУТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫМИ ФУНКЦИЯМИ ФОРМЫ

И. Ю. Колесников[1]

[1]*Геофизический центр РАН, kol@wdcb.ru*

Качество конечноэлементных расчетов для изгибаемых тонких пластин на основе кинематической модели Рейсснера-Миндлина (РМ) существенно зависит от успешности разрешения проблемы сдвигового запирания [1]. Причиной запирания является несогласованность в интерполяциях для полевых функций, которые для модели РМ являются независимыми степенями свободы. В идеале мы должны были бы для полевых функций получить *a priori* точные решения дифференциальных уравнений Эйлера-Лагранжа (соответствующих вариационному принципу), обеспечив тем самым кирхгофовское согласование при стремлении толщины пластины к нулю. Однако можно постараться достичь согласования *a posteriori* некоторым приближенным образом. В данной работе реализовано управляемое параметрическое согласование посредством интерполяций из неалгебраических спектральных функций формы [2] для 8-узлового изопараметрического конечного элемента (КЭ). В результате был сформирован новый робастный КЭ Кирхгофа-Рейсснера-Миндлина (КЭ-КРМ), свободный как от сдвигового запирания, так и от наличия нулевых энергетических мод. Задача согласования состояла в организации такого кинематического «разворота» РМ прямой линии, который обеспечивает ее «попадание» в любую малую окрестность прямой нормали Кирхгофа путем параметрического управления РМ поворотными степенями свободы. Используя разномасштабную схему интерполяции (медленное изменение для прогиба и быстрое изменение для углов поворота), мы получили семейство устойчивых параметрических РМ уровней изменения потенциальной энергии пластины. Для выбора кирхгофовского уровня энергии использовалась единственность критической точки перегиба в РМ энергетическом семействе. Сдвиговая часть энергии для найденного значения критического параметра является малой по величине и строго положительной по знаку, в отличие от схемы сокращенного интегрирования, которое часто порождает нулевые энергетические моды.

Применение робастного КЭ-КРМ значительно улучшает качество вычислений.

Работа поддержана грантом РФФИ № 15-01-05887.

Список литературы:

1. *O.C. Zienkiewicz, R.L. Taylor*. *The Finite Element Method.* 4th ed.Vol.2. – London: McGraw-Hill. 1991.

Горшков А.Г., Колесников И.Ю. Конечные элементы на основе полного семейства неполиномиальных определяющих функций формы для

МЕТОД ГАЛЕРКИНА С РАЗРЫВНЫМИ БАЗИСНЫМИ ФУНКЦИЯМИ В МНОГОМЕРНОМ СЛУЧАЕ

М. М. Краснов[1], П. А. Кучугов[1], М. Е. Ладонкина[1], **В. Ф.Тишкин[1]**

[1]ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, Москва, Миусская пл., 4, kmm@keldysh.ru, pkuchugov@gmail.com, ladonkina@imamod.ru, v.f.tishkin@mail.ru

При численном решении задач гидродинамики широко применяется метод С.К.Годунова [1], который и в настоящее время не потерял своей актуальности. Как известно, в одномерном случае этот метод можно рассматривать как последовательное проектирование начальных данных на кусочно-постоянные функции, решение задачи Римана с начальными кусочно-постоянными данными на границах ячейки сетки и затем использование этого решения в качестве новых начальных данных на момент $t+\Delta t$. При этом, получается решение первого порядка точности. В работе [2] получено обобщение этой процедуры, когда проектирование осуществляется на кусочно-полиномиальные функции, и показано, что получающиеся формулы совпадают со схемами разрывного метода Галеркина, если в последнем в качестве потоковых функций используются потоки Годунова.

В многомерном случае ситуация несколько иная. Возникает более сложная задача в окрестностях вершин и ребер ячеек. В настоящее время точного решения такой задачи не существует. Однако, ввиду конечной скорости распространения возмущения для гиперболических задач, область влияния таких данных вблизи этих точек и ребер не превышает $c\Delta t$, где c - максимальная скорость распространения возмущений. В данной работе, используя результаты [3,4] показано, что схема, полученная при проектировании такого решения на пространство кусочно-полиномиальных функций, при стремлении Δt к нулю переходит в систему дифференциально-разностных уравнений, которая совпадает со схемой разрывного метода Галеркина в многомерном случае.

Работа поддержана грантом Российского Научного Фонда №16-11-10033.

Список литературы:

1. *Годунов С.К.* Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамики //Мат. сборник, 1959. т. 47(89):3, С. 271-306
2. *Ладонкина М.Е., Тишкин В.Ф.* О методах типа Годунова высокого порядка точности // Доклады академии наук, 2015, т.461, №4, с.390-393;
3. *Меньшов И.С.* Повышение порядка аппроксимации схемы Годунова на основе решения обобщенной задачи Римана. //Журнал вычислительной математики и математической физики. 1990. Т.30. №9, С.1357-1371
4. *Тешуков В.М.* Распад произвольного разрыва на криволинейной поверхности. ПМТФ, 1980, №2, с.126-13

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ УСИЛЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН И РАЗРУШЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕДАХ

Г. Г. Лазарева[1,2], В. К. Кедринский[2]

[1]ИВМиМГ СО РАН, lazareva@ssd.sscc.ru
[2]ИГиЛ СО РАН, kedr@hydro.nsc.ru

Доклад посвящен существенно нелинейным процессам усиления ударных волн и разрушения жидкости в пузырьковых (кавитирующих) средах, развивающиеся при ударно-волновом нагружении. Разработаны экономичные, параллелизуемые дискретные модели (адаптированных для каждой из задач), алгоритмов и программного обеспечения для численного моделирования нестационарных процессов [1]. Существует целый ряд пакетов прикладных программ (Ansys Fluent, FlowVision) для задач механики сплошной среды, к которым формально относятся и решаемые задачи. Однако, каждая из этих задач специфична (учет самогравитации, сильно меняющиеся коэффициенты и т.д.). Поэтому требуется строить оптимальные экономичные алгоритмы с максимально возможной степенью параллелизуемости, которые эти особенности учитывают. Созданное инновационное программное обеспечение, обеспечивает реализацию математического моделирования (вычислительного эксперимента) с гарантированным соответствием физике процесса для упомянутых задач. Проведены не только стандартные наборы тестов, но и сравнение результатов расчетов с натурными экспериментами, полученными в ИГиЛ СО РАН. При расчете задач с "пузырьковым кластером" обнаружены новые физические эффекты [2], которые могут быть использованы при создании "сазера" – акустического аналога импульсных лазерных систем. Исследована эволюция гравитационно-неустойчивых систем в Земле: динамика мантийных течений и механизм разрушения магмы при "взрывном характере" разгерметизации вулканического канала.

Работа поддержана грантом РФФИ № 15-05-03336.

Список литературы:

1. *Четверушкин Б.Н.* Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений. – МАКС Пресс Москва, 332 с.
2. *Кедринский В.К.* Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. – Издательство СО РАН, Новосибирск, 2000.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНЫХ ВОЛН С ПОГРАНИЧНЫМИ СЛОЯМИ.

А. Е. Луцкий[1]

[1]*ИПМ им. М.В. Келдыша РАН,* lutsky@kiam.ru

Взаимодействие ударных волн с пограничным слоем – одно из наиболее характерных и сложных физических явлений при обтекании различных летательных аппаратов на скоростях полета от трансзвуковых до гиперзвуковых. В течение многих лет эта задача привлекает внимание многих исследователей в РФ и за рубежом [1-4]. В последнее время интерес к этой проблеме заметно усилился в связи с разработкой прямоточных реактивных двигателей (ПВРД) для гиперзвуковых летательных аппаратов. Сжатие набегающего потока до нужных для горения топлива давлений и температур осуществляется в серии ударных волн. Взаимодействие этих ударных волн с пограничным слоем на стенках воздухозаборника часто приводит к отрыву потока. Детальная информация о процессах такого взаимодействия необходима для обеспечения устойчивой работы двигателя в требуемом диапазоне скоростей полета.

В силу перечисленных особенностей численное моделирование процессов взаимодействия ударных волн с пограничным слоем предъявляет весьма высокие требования к используемым математическим моделям и численным алгоритмам.

В работе представлены результаты численного моделирования двух канонических [4] случаев – течения в угле сжатия и взаимодействия падающего скачка с пограничным слоем на пластине. Приведено сравнение с экспериментальными данными.

Работа поддержана грантами РФФИ № 14-01-00566, №14-08-00624.

Список литературы:

1. *Green J.* Interactions between shock waves and turbulent boundary layers // Prog Aerosp Sci 1970; 11:235–340.
2. *Боровой В.Я.* Течение газа и теплообмен в зонах взаимодействия ударных волн с пограничным слоем // М. Машиностроение, 1983. – 144 с.
3. *Dolling D.* Fifty years of shock wave/boundary layer interaction research: what next? // AIAA J 2010; 39(8).
4. *Datta V. Gaitonde.* Progress in shock wave/boundary layer interactions // Progress in Aerospace Sciences 72(2015) 80–99.
5. *В.Е. Борисов, А.Е. Луцкий.* Моделирование течений в воздухозаборнике ПВРД // Физико-химическая кинетика в газовой динамике 2015, Т.16 (1).

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛО – МАССОПЕРЕНОСА В ПОРАХ С ПРИМЕНЕНИЕМ К СИНТЕЗУ НАНОПОРОШКОВ МАГНИЙ-ЦИНКОВОГО И НИКЕЛЬ-ЦИНКОВОГО ФЕРРИТОВ

А. А.-Марков

ИПМех РАН, РФ, Москва, 119526 Пр. Вернадского 101 к.1

Рассмотрены макропотоки для моделирования течения горячего газа в канале с нанопорами. Потоки обусловлены эффектами потока такими как скольжение газа, скачками температуры и концентраций компонент газовой смеси на поверхности пор и тепловым излучением. Макропотоки получены осреднением микропотоков в нанопорах. Интенсивности процессов скольжения и скачков температуры и концентраций представлены в безразмерных переменных как функции пористости, черноты поверхности пор, коэффициентов отражения молекул газа от поверхности пор и коэффициентов тепловой и концентрационной аккомодации. Проведены расчеты тепло – и массопереноса при варьировании интенсивностей процессов скольжения и скачков температуры и концентраций. Разработанная модель применена к синтезу наночастиц магний-цинкового и никель-цинкового ферритов.

Результаты сопоставлены с экспериментальными данными. Модель использует экспериментально определяемые энергии активации и температуры зажигания, параметры скольжения и скачков температуры и концентраций компонент газовой фазы на поверхности пор при больших числах Кнудсена. Получено удовлетворительное согласие результатов расчетов с измеренными величинами температуры. Теоретическая модель позволяет предсказывать характеристики волны горения как при большой так и при малой пористости образца, когда происходит поверхностный тип горения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ грант № 14-08-00664

1. *Markov A.A.* Jump-Slip simulation technique for combustion in submicron tubes and submicron pores. Computers and Fluids, 99C, 83-92, 2014.
2. Markov A.A., Filimonov I.A., and Martirosyan K.S. Simulation of front motion in a reacting condensed two phase mixture, J. Comput. Phys. 231, 20, 6714–6724, 2012.
3. *А.А. Марков, М.А. Обосян, К.С. Мартиросян.* Исследование синтеза ферритов за волной горения с применением моделей скольжения и скачков температуры и концентраций компонент газовой фазы на поверхности пор твердой фазы.// Физико-химическая кинетика в газовой динамике 2015 V16 (1) http://chemphys.edu.ru/issues/2015-16-1/articles/506/

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ АЭРОДИНАМИКИ НА ДЕКАРТОВЫХ СЕТКАХ

И. С. Меньшов[1], П. В. Павлухин[2]

[1]*ИПМ им.М.В. Келдыша РАН, menshov@kiam.ru, imen57@mail.ru*
[2]*НИИ «Квант»*

Решение задач газовой динамики на вычислительных системах с новыми архитектурами сопряжено с рядом возникающих при этом трудностей. Одна из них — это сетки. Сложная геометрия приводит, как правило, к неструктурированным сеткам с нерегулярным доступом к памяти, в результате чего производительность оказывается ограничена не числом выполняемых в единицу времени арифметических операций (compute-bound), а пропускной способностью памяти (memory-bound). В этом плане предпочтительнее структурированные сетки. Многопотоковые GPU значительно эффективнее работают с регулярными структурами данных. Построение связанных с геометрией задачи структурированных сеток в сложных областях является затратной и трудновыполнимой задачей. Мы предлагаем метод декартовых сеток, который позволяет проводить расчеты в областях с достаточно сложной геометрией на простых несвязных сетках, что делает его подходящим кандидатом для реализации на GPU. Он сводится к альтернативной постановке, в которой внутренние граничные условия моделируются компенсационным потоком — специальной поправкой в правой части определяющей системы уравнений [1], что дает возможность вести сквозной расчет по всем ячейкам расчетной области в единообразной манере. Данный метод обладает алгоритмической однородностью, весьма важной для массивно-параллельных архитектур. Вместе с тем он является неявным. Нелинейные уравнения дискретной модели решаются методом приближенной факторизации LU-SGS. Предлагается эффективная multi-GPU параллельная реализация метода с двухуровневым параллелизмом на основе специального («шахматного») порядка организации расчетного цикла [2].

Работа поддержана грантом РНФ 14-11-00872 и частично грантом РФФИ № 15-51-50023 и.

Список литературы:

1. *Меньшов И.С., Корнев М.И.* // Математическое моделирование. 2014. Т. 26. №5. С. 99-112.
2. *Меньшов И.С., Павлухин П.В.* // Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. 2014. №92. 24 С.

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД РАСЩЕПЛЕНИЯ ПО ФИЗИЧЕСКИМ ПРОЦЕССАМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ РАДИАЦИОННОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ

Н. Я. Моисеев

РОСАТОМ ФГУП РФЯЦ-ВНИИТФ им. акад. Е.И.Забабахина, Снежинск, nyamoiseyev@vniitf.ru

Представлен подход к решению уравнений радиационной газовой динамики [1] в многогрупповом кинетическом приближении модифицированным методом расщепления. Суть подхода состоит в том, что расщепление исходной системы уравнений осуществляется с помощью уравнения переноса теплового излучения, а не с помощью уравнения энергии. Подход позволяет применить аналитические методы к решению интегродифференциальных уравнений, проводить счет задач в многогрупповом кинетическом приближении без итераций по интегралу столкновений, без обращения матриц [2] и естественным образом обобщается на решение задач в многомерных пространствах. Разностная схема повышенной точности построена на основе метода Годунова [3] с применением приближенного решения задачи о распаде произвольного разрыва в двухтемпературной газовой динамике [4].

Список литературы:

1. *Четверушкин Б.Н.* Математическое моделирование задач динамики излучающего газа. М.: Наука,1985.
2. *Моисеев Н.Я.* Явно–неявная разностная схема для совместного решения уравнений переноса теплового излучения и энергии методом расщепления //Ж. вычисл. матем. и матем. физ.2013.Т.53.№3. С.111–127.
3. Численное решение многомерных задач газовой динамики. Под ред. С.К. Годунова. М.: Наука, 1976.
4. *Моисеев Н.Я., Шестаков Е.А.* Решение задачи о распаде разрыва в двухтемпературной и трехтемпературной газовой динамики //Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2015.Т.55. №9. С.1579–1585.

СИЛЬНОЕ СЖАТИЕ ОДНОМЕРНЫХ СЛОЁВ ГАЗА

Н. С. Новаковский.

Уральский Государственный университет путей сообщения (УрГУПС),г. Екатеринбург, *n.s.novakovskiy@yandex.ru*

Сформулирована задача о сильном сжатии одномерного (плоского, цилиндрического или сферического) слоя газа изнутри в конфигурации Р.

Мизеса. Показано, как она сводится к последовательному решению двух характеристических задач стандартного вида [1]. Приводится точное решение задачи о получении вертикального распределения плотности газа для всех видов симметрий (обобщенная центрированная волна Б. Римана). Поставленные задачи решаются методом характеристик в обратном направлении изменения времени [1]. Представлены результаты тестовых расчёты для случая плоской симметрии. Для случаев других симметрий приведены результаты расчётов при решении задач для разной максимальной плотности и для различного количества временных шагов при сжатии цилиндрических и сферических слоев изнутри. При использовании полученных решений численно восстанавливается закон движения сжимающего поршня для достижения наперед заданных значений плотности газа. Приводятся сравнения с аналитическим законом в случае плоской симметрии. Найденный закон движения поршня используется как граничное условие в неявной конечно-разностной схеме «РОМБ» для численного решения системы уравнений газовой динамики в прямом направлении изменения времени. Приведены максимальные степени сжатия при решении прямой задачи, и распределения газодинамических параметров.

По полученным результатам исследования сделан вывод о применимости изложенного подхода при решении одномерных задач о сильном сжатии слоёв газа.

Ключевые слова: сильное сжатие газа, характеристическая задача Коши, центрированная волна, метод характеристик, конечно-разностный метод «РОМБ».

Список литературы:

1. *Баутин С. П.* Математическое моделирование сильного сжатия газа. - Новосибирск: Наука, 2007. - 309 с.
2. *Гаджиев А. Д., Писарев В. Н.* Неявный конечно-разностный метод «Ромб» для численного решения уравнений газовой динамики с теплопроводностью. // Ж. вычисл. матем. и матем. Физ., 19:5 (1979). – С. 1288-1303.

ПОЛУАНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ СПЕКТРА ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРОСА КОСМИЧЕСКОГО ЛИФТА

А. Б. Нуралиева[1], Ю. А. Садов[2]

[1]*ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, annanuralieva@yandex.ru*
[2] *ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, sadovya@keldysh.ru*

Космический лифт – масштабный космический проект, который упростил бы доставку грузов на околоземные орбиты и предоставил бы дополнительные стационарные относительно Земли площади. Он включает трос, протянутый с Земли за геостационарную орбиту. Жизнеспособность такого протяженного сооружения сильно зависит от его динамики.

Для изучения динамики используется непрерывная модель гибкого, весомого, нерастяжимого троса переменного сечения в гравитационно-центробежном поле. Большой класс движений можно получить численным моделированием.

В докладе рассмотрены собственные колебания. Динамическая система дифференциальных уравнений в частных производных линеаризована около вертикального положения равновесия. При этом система распадается на экваториальную и меридиональную части. Решение линеаризованных уравнений приводит к задаче Штурма-Лиувилля с параметром в краевом условии. Преобразованиями, в том числе тригонометрической прогонкой [1], параметр устраняется из краевого условия, и задача решается численно. Также было найдено два полуаналитических метода решения. Они основаны на том, что изучаемые движения включают монотонную и ограниченную (близкую к периодической) части. В первом методе для монотонной части получена аналитическая формула, ограниченную часть нужно находить только на асимптотически малом конечном участке троса, и она вычисляется численно. Изначально этот подход был применим только для троса без дополнительной нагрузки, но найдена замена, распространяющая этот метод и на случай нагруженного троса. Второй метод основан на выравнивающей замене угловой переменной.

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-01-00838.

Список литературы:

1. *Федоренко Р.П.* Введение в вычислительную физику. – М.: Физико-технический институт, 1994.

РАЗВИТИЕ ВАРИАЦИОННОЙ КОНЦЕПЦИИ СОПРЯЖЕННЫХ ИНТЕГРИРУЮЩИХ МНОЖИТЕЛЕЙ ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В. В. Пененко

ИВМиМГ СО РАН, penenko@sscc.ru

Вариационная концепция сопряженных интегрирующих множителей [1] вносит новое качество в реализацию прямых и обратных задач, которые решаются на основе линейных и нелинейных моделей в различных областях исследований в естественных и технических науках. Мы развиваем эту концепцию в рамках классической идеи построения аддитивных численных схем расщепления сложных многомерных задач на совокупность более простых, обладающих свойствами суммарной аппроксимации. Методы расщепления включаются в структуру аддитивной декомпозиции функционалов вариационного принципа в формулировках со строгими и слабыми ограничениями. Такой подход обеспечивает согласованность всех численных схем для прямых, сопряженных и обратных задач. В докладе рассматриваются задачи конвекции-диффузии–реакции. Для их решения строятся дискретно-аналитические схемы, обладающие свойствами аппроксимации, устойчивости и безусловной монотонности. В локально-одномерных вариантах эти схемы точны при разрывных кусочно-постоянных коэффициентах. В них точно учитываются граничные условия первого, второго и третьего рода, а также условия периодичности. Кроме функций состояния одновременно находятся и функции потоков. Эти схемы относятся к схемам сквозного счета.

Отмеченные свойства численных схем сохраняются также и для уравнений с преобладающей конвекцией, включая сингулярно возмущенные задачи и задачи «чистой» конвекции (без диффузии). При этом не требуются специальные конструкции для корректировки потоков. По сути, вариационные методы с сопряженными интегрирующими множителями относятся к классу методов конечных элементов/объемов и связанных с ними проекционно-сеточных методов. Основу алгоритмических конструкций в них составляет аппарат фундаментальных решений сопряженных (по отношению к основным моделям процессов) задач, полученных из законов сохранения, следующих из вариационного принципа. В этом их принципиальное отличие от традиционных методов конечных элементов, в которых для аппроксимации искомых функций строятся специальные базисные подпространства, что делает эти методы более сложными как в обосновании, так и в реализации.

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-01-00125 и проектом Президиума РАН I.33П.

Список литературы:

1. *Penenko V.V., Tsvetova E.A., Penenko A.V.* Variational approach and Euler's integrating factors for environmental studies// Computers and Mathematics with Applications, 2014, V.67, Issue 12, Pages 2240–2256.

МНОГОМАСШТАБНЫЙ ПОДХОД К ТРЕХМЕРНОМУ РАСЧЕТУ ГАЗОВОГО ПОТОКА В МИКРОКАНАЛАХ

В. О. Подрыга[1], С. В. Поляков[1]

[1]*ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, pvictoria@list.ru, polyakov@imamod.ru*

Работа посвящена решению проблемы моделирования течений газов в микроканалах технических систем в условиях многих масштабов расчетной области [1, 2]. В качестве примера рассмотрена задача о течении азота в никелевом микроканале прямоугольного сечения. Основное внимание в работе уделяется расчету макропараметров и транспортных коэффициентов газовой среды. Различие в масштабах расчетной области и приповерхностное взаимодействие газа с металлом приводят к необходимости рассмотрения процессов в пограничном слое на молекулярном уровне. В результате математическая модель исследуемого течения не может быть полностью сформулирована в рамках макроскопического подхода.

В данной работе используется мультимасштабный подход, сочетающий решение уравнений квазигазодинамики (КГД) [3] и коррекцию газодинамических параметров методом молекулярной динамики (МД) [4]. Общий алгоритм представляет собой расщепление по физическим процессам. КГД система уравнений решается методом конечных объемов. Система уравнений МД используется в качестве подсеточного алгоритма, применяющегося внутри каждого контрольного объема, и решается с помощью схемы Верле. В МД вычислениях взаимодействие частиц описывается с помощью потенциалов, определяющих основные свойства компонент газа.

Выполненные численные эксперименты нескольких вариантов задачи показали, что общий численный алгоритм устойчив к использованию корректирующих течение данных, полученных в результате МД вычислений. С его помощью были получены профили плотности, давления, температуры и модуля скорости газа в различных сечениях микроканала. Анализ этих данных выявил влияние процессов в пограничном слое на эти и другие характеристики течения. В частности, было подтверждено, что при определенных входных параметрах задачи условия прилипания на стенках не влияют на течение в середине потока, и реализуется так называемый эффект смазки.

Работа поддержана грантами РФФИ № 15-07-06082-а, 16-37-00417-мол-а.

Список литературы:

1. *Карамзин Ю.Н., Кудряшова Т.А., Подрыга В.О., Поляков С.В.* Многомасштабное моделирование нелинейных процессов в технических микросистемах // Математическое моделирование. 2015. Т.27. №7. С.65-74.
2. *Подрыга В.О., Поляков С.В.* Параллельная реализация многомасштабного подхода для расчета микротечений газа // Вычислительные методы и программирование. 2016. Т.17. Вып.2. С.147-165.
3. *Elizarova T.G.* Quasi-gas dynamic equations. – Springer, 2009.
4. *Rapaport D.C.* The Art of Molecular Dynamics Simulation. – Cambridge, 2004.

ВАРИАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП, СЛЕДСТВИЯ ДЛЯ ОДНОМЕРНЫХ СИСТЕМ И ДВУМЕРНОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ БЕЗ ДАВЛЕНИЯ

Ю. Г. Рыков[1]

[1]*Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша, rykov@keldysh.ru*

В работе [1] была предложена формулировка вариационного принципа для квазилинейных гиперболических систем трех уравнений. В докладе рассмотрены некоторые следствия из приведенных формулировок. Например, возможна переформулировка понятия обобщенных решений на следующей основе. Пусть $(t,x)\in\mathbb{R}^{+}\times\mathbb{R}$, а $\Gamma=(\tau,\chi(\tau))$ – некоторый кусочно-C^1 путь; пусть $U:\mathbb{R}^{+}\times\mathbb{R}\to\mathbb{R}^{n}$, необходимо найти решение системы законов сохранения

$$\frac{\partial}{\partial t}U+\frac{\partial}{\partial x}\big(F(U)\big)=0 \tag{1}$$

и задан следующий функционал

$$J\equiv\int_{\Gamma}\Big[U\big(\tau,\chi(\tau)\big)d\chi(\tau)-F\Big(U\big(\tau,\chi(\tau)\big)\Big)d\tau\Big].$$

Тогда *обобщенным решением системы законов сохранения* (1) назовем такую функцию $U(t,x)$, что вариация $\delta_{\chi(\cdot)}J=0$ для любого пути $\chi(\tau)$. Отметим, что другой подход на вариационной основе был предложен в [2].

Также на основе [1] можно получить форму вариационного принципа для двумерной газовой динамики без давления, отличную от изученной в [3]. Форма из [3] не отражает в общем случае поведения обобщенных решений после возникновения особенностей. Как известно, обобщенные решения этих уравнений содержат меры на многообразиях разной размерности, что делает поведение таких решений в значительной степени нетривиальным.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 14-21-00025).

Список литературы:

1. *Рыков Ю.Г., Феодоритова О.Б.* Системы квазилинейных законов сохранения и алгоритмизация вариационных принципов // ЖВМ. 2015. Т.55. №9. С.108–120.
2. *Tadmor E.* Variational formulation of entropy solutions for nonlinear conservation laws // Joint Math. Meeting, Baltimore, MD, January 2014, http://www.cscamm.umd.edu/tadmor/Lectures/2014%2001%20Variational_formulation_JMM_address%20printout.pdf
3. *Rykov Yu.G.* On the nonhamiltonian character of shocks in 2-D pressureless gas // Bolletino dell' U.M.I. Sezione B. 2002. V.8. 5-B. P.55–78.

ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ БЫСТРО СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ ДЛЯ ЕЕ ЭФФЕКТИВНОГО ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

С. В. Старченко[1]

[1]*ИЗМИРАН, sstarchenko@mail.ru*

Предложено масштабирование тепловой конвекции во вращающемся быстро сферическом слое для моделирования соответствующих слоев Земли, других планет, их спутников, звезд и экспериментальных объектов. Масштабирование основано на самосогласованных оценках типичных физических величин. Новый коэффициент подобия $\delta \ll 1$ определяет насколько быстро вращение через отношение типично малого размера перпендикулярного оси вращения к внешнему радиусу сферического слоя R. Малую вязкость и диффузию характеризует известное число Экмана $E \ll 1$.

При возбуждении конвекция имеет основной масштаб порядка $E^{1/3}R$. Разлагая δ подобно [1] по степеням E и выделяя сингулярную составляющую ВКБ типа, удается упростить соответствующую линейную систему до двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, которые решаются аналитически и численно при определенных критических условиях на входящие в них параметры, моделирующие два других измерения.

Для кардинального упрощения численного решения нелинейной системы тепловой конвекции вместо числа Экмана E вводится новый критерий подобия $S=E/\delta^3$ (для турбулентных течений S~1), позволяющий упростить изначальную трехмерную систему для пяти переменных до практически двумерной системы из трех переменных: температуры, вертикальной компоненты скорости и давления. Дальнейшее упрощение этой эволюционной системы вплоть до практически одномерных и частично стационарных/периодических систем без формально входящего δ возможно трехмерными и нелинейными ВКБ методами подобными [2].

Подобные, исходящее из типичных величин, оптимизации могут на порядки (!) сократить время численных расчетов и при моделировании, как других типов конвекции, так и турбулентных гидродинамических систем.

Работа частично поддержана грантом РФФИ № 16-05-00507.

Список литературы:

1. *Старченко С.В., Котельникова М.С.* Критическая устойчивость почти адиабатической конвекции во вращающемся быстро и широком сферическом слое // ЖЭТФ. 2013. Т.143 Вып.2. С. 388-396.
2. *Маслов В.П.* Комплексный метод ВКБ в нелинейных уравнениях. – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1977.

О РЕДЧАЙШИХ СЕТКАХ

Н. А. Стрелков

Ярославский государственный университет, strelkov@uniyar.ac.ru

Построены так называемые редчайшие сетки, представляющие собой объединение двух специальных решеток. Эти сетки обладают рядом свойств, позволяющих строить на их основе эффективные методы решения краевых задач.

В частности, удалось построить системы координатных функций типа всплесков, обладающих оптимальными свойствами как с точки зрения аппроксимации, так и в смысле эффективности численной реализации порождаемых этими системами проекционно-сеточных методов.

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОБЛЕМ В АЗОВСКОМ МОРЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

И. Н. Шабас[1], Л. Г. Чикина[1], А. Л. Чикин[2]

[1]*Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича ЮФУ, shabas@sfedu.ru, lchikina@sfedu.ru*

[2]*Институт аридных зон ЮНЦ РАН, chikin@sfedu.ru*

Азовское море относится к слабосоленым, мелководным водоемам с большой сезонной изменчивостью его гидрологического режима. Оно является уникальным водоемом по своей высокой рыбопродуктивности и относится к наиболее богатым районам Мирового океана. К существенным проблемам Азовского моря можно отнести неудовлетворительное экологическое положение водоёма, вызванное активной экономической деятельностью стран приморья. Одним из средств анализа возникающих в природе проблем являются методы, основанные на построении и изучении математических моделей природных систем.

Коллективом авторов разработан программный комплекс, позволяющий на основе созданных [1, 1] трехмерных математических моделей изменения солености вод моря, распространения радионуклидных, нефтяных загрязнений, прогнозировать последствия возникновения техногенных аварийных ситуаций или неблагоприятных природных явлений. Программный комплекс реализован на многопроцессорных вычислительных системах Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И.Воровича ЮФУ с распределенной памятью в среде параллельного программирования MPI. Для решения систем линейных алгебраических уравнений, возникающих при дискретизации исходных дифференциальных уравнений, использовалась библиотека параллельных подпрограмм Aztec.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (проект №1420, государственное задание ВУЗов, базовая часть).

Список литературы:

1. *Чикин А.Л., Шабас И.Н.* Построение трехмерной гидрофизической модели Азовского моря. - Изв. вузов, сев.- кав. регион, естественные науки, №3, 2001, с.33-37
2. *И.Н. Шабас, А.Л. Чикин, Л.Г. Чикина* Математическое моделирование задач переноса многокомпонентных примесей в Азовском море на многопроцессорных вычислительных системах // Известия ЮФУ, Технические науки. 2014. №12, сс 200-210

АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРЕХМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ С МИКРОВКЛЮЧЕНИЯМИ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ ПОСТОЯННЫМ И ПЕРЕМЕННЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

М. И. Эпов[1], Э. П. Шурина[1,2], **Н. В. Штабель[1]**,

Е. И. Михайлова[1], А. Ю. Кутищева[1,2]

[1]Институт нефтегазовой геологии и геофизики
им. А.А. Трофимука (ИНГГ) СО РАН, Новосибирск
[2]Новосибирский государственный технический университет,
Новосибирск, shurina@online.sinor.ru

Значительная часть искусственных материалов и естественных сред характеризуется не только геометрически многомасштабной структурой, но и содержит включения неправильной формы с негладкой поверхностью (каверны, волокна и т.д.). Численное решение прямых и обратных задач электромагнетизма в таких средах обычно предполагает предварительную идеализацию расчетных областей и переход к более простой внутренней геометрии – к сферическим, цилиндрическим и т.д. включениям. Полный учет всех особенностей и дефектов материала приводит к чрезмерному увеличению размерности задачи. Однако, как показывают исследования, подобная идеализация может вызывать значительное загрубение модели. В частности, известно, что при вычислении эффективной характеристики среды влияние на ее значение оказывают не только электрические характеристики матрицы и включений и объемная концентрация включений, но и их геометрическая форма, расположение внутри образца и площадь поверхности.

В данной работе выполняется анализ влияния включений сложной формы с негладкой поверхностью на эффективные электрофизические характеристики среды. Рассматриваются две модели возбуждения электромагнитного поля: постоянный ток и переменный ток. Решение задач на постоянном и переменном токе выполняется многомасштабными модификациями скалярного и векторного метода конечных элементов соответственно [1]. Предложенные многомасштабные методы являются алгоритмически параллельными, что позволяет решать задачу о распределении электромагнитного поля в образцах со сложной внутренней структурой.

Работа выполнена в рамках проекта Программы №43 фундаментальных исследований Президиума РАН.

Список литературы:

1. *Эпов М.И., Шурина Э.П., Михайлова Е.И., Кутищева А.Ю.* Модификации многомасштабного метода конечных элементов для решения задач электромагнетизма на постоянном и переменном токе // Вычислительные технологии. Вестник КазНУ им. Аль-Фараби. Серия: Математика, механика, информатика (CITech-2015). 2015. Т. 20. № Ч. III. С. 219-230

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ТОПЛИВНЫХ СИСТЕМ САМОЛЕТОВ

А. В. Ялозо[1], И. Л. Матерова[1], В. В. Курулин[1], А. С. Козелков[1], В. Ю. Герасимов[1], И. Н. Лапенков[2], Е. А. Левченко[2]

[1] *ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», andrey@sarov.com*
[2] *Филиал ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого», ilyha1-lap@yandex.ru*

По мере того, как работа самолетов становится эффективнее, надежнее и безопаснее, их конструкция усложняется. В связи с этим, применение компьютерного моделирования становится неотъемлемой частью процесса проектирования новых самолетов. Проектирование сложных систем требует понимания работы всех подсистем и компонентов. Хотя инженеры могут получить данные о работе компонентов с помощью эксперимента, такой подход может быть чрезвычайно дорогостоящим в связи с тем, что область рабочих режимов постоянно увеличивается (включая давление на входе, расход, высоту и др.).

Топливные системы самолета – это сложные системы, включающие взаимодействие жидкостей, газов, механических и электрических систем на борту самолета. При проектировании топливных систем решаются следующие задачи: проектирование топливной системы, соответствующей всем заявленным требованиям, и анализ влияния изменений, вносимых в проект топливной системы, на функционирование других систем самолета. При проектировании топливных систем самолета должны быть учтены различные условия течения жидкостей и газов и проектные ограничения.

В настоящее время расчет работы топливных систем самолета производится с использованием математических пакетов программ и инженерных приближений. Данный подход не удобен и не универсален, и пригоден только для получения предварительных оценок простых топливных систем. С другой стороны, использование существующих специализированных коммерческих пакетов программ в большинстве случаев не представляется возможным, ввиду отсутствия возможности введения нужных гидравлических элементов, а также специфических физико-математических моделей. С учетом вышесказанного разработка отечественного пакета программ для моделирования работы топливных систем самолетов является актуальной задачей.

В докладе представлена общая методика моделирования топливных систем в одномерном приближении. Методика основана на использовании основных законов сохранения и эмпирических характеристик элементов. Нахождение распределения физических величин основано на неявном методе решения с использованием линеаризации уравнений. Общая система линейных уравнений (СЛАУ) решается прямым методом, что позволяет выявлять недоопределённые и переопределенные участки системы на этапе решения. Для больших систем с высокой степенью нелинейности применяются алгоритмы масштабирования и методы повышения обусловленности матрицы СЛАУ. Разработанная методика позволяет успешно разрешать реальные топливные системы, содержащие сотни элементов. Физико-математические модели различных насосов, клапанов и других гидравлических элементов дают возможность расчета подачи топлива, заполнения топливных баков, перекачки и рециркуляции топлива, и других режимов работы топливных систем самолетов.

Для получения более детализированных результатов на отдельных участках моделируемой схемы описывается алгоритм проведения связанных расчетов, в которых отдельные элементы схемы рассчитываются в трехмерном приближении на основе решения полных уравнений Навье-Стокса. Данный подход позволяет получать детальные поля физических параметров в критических элементах топливной системы.

В докладе приводятся результаты верификации методики как на ряде модельных задачах, так и на задачах полномасштабного моделирования топливных систем. Описанный подход позволяет корректно рассчитывать скорости течений, давления и распределение потоков в топливной системе.

СТЕНДОВЫЕ ДОКЛАДЫ

ФЛУКТУАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА: АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ И ПРИЛОЖЕНИЯ

Т. А. Аверина[1], Г. И. Змиевская[2]

[1]*ИВМиМГ СО РАН, НГУ, ata@osmf.sscc.ru*
[2]*ИПМ РАН, zmig@mail.ru*

Численные исследования фазовых переходов, как процессов ассоциации частиц в кластеры, связаны со многими приложениями, такими как образование аэрозолей в атмосфере (газо-пылевых межпланетных облаков, кометных хвостов, и др.), конденсация в высокоскоростных потоках газов, истекающих из сопла, полимеризация и кристаллизация, осаждение паров металлов и др. Численное решение стохастических дифференциальных уравнений (СДУ) позволяет анализировать флуктуационную стадию процесса фазового перехода первого рода.

Рассматривается конденсация пара на стадии зародышеобразования с точки зрения неравновесной кинетики физико-химических процессов, как непрерывный процесс формирования кластеров зародышей [1]. Численная модель начальной флуктуационной стадии конденсации строится в предположении, что кластеризация зародышей капель жидкости в паре представлена диффузией в фазовом пространстве размеров кластеров. Уравнению Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК) для плотности вероятности распределения кластеров по размерам ставится в соответствие СДУ как в смысле Ито, так и в смысле Стратоновича [2]. С помощью разработанных численных методов решения СДУ исследуется флуктуационная неустойчивость фазового перехода процесса конденсация пара на стадии зародышеобразования [3].

Работа поддержана грантами РФФИ № 14-01-00787, № 15-01-05052 и грантом Президента РФ для поддержки ведущих научных школ НШ-9049.2016.1.

Список литературы:

1. *Зельдович Я.Д.* К теории образования новой фазы. Кавитация // ЖЭТФ. 1942. Т.12. Вып.11-12. С.525-538.
2. *Зиньковская Т.В., Змиевская Г.И.* Численная стохастическая модель образования кластеров // ДАН СССР. 1989. Т.309. №2. С.301-305.

3. *Аверина Т.А.* Устойчивые численные методы решения стохастических дифференциальных уравнений в смысле Стратоновича. // Вестник БГУ. 2012. Вып.9. С.91-94.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ В ЗАДАЧЕ О СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНЫ.

С. Д. Алгазин

ФГБУН ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ им. А. Ю. ИШЛИНСКОГО РАН
algszinsd@mail.ru

Видимо первой работой, где вычислена основная частота квадратной пластины, является работа С. Томотика 1936 года [1]. Вычислена первая частота: 3,6462. В расчётах по описанной ниже методике получено на сетке 10×10 значение 35,9851 разделив на π^2 (для сравнения с результатами [1]) получаем 3,6461. Результаты совпадают. Обзор старых работ приведён в знаменитом отчёте Артура Лейса [2]. К сожалению, прямоугольным пластинам в этом отчёте посвящено всего несколько страниц. Следующая работа этого же автора [3] исправляет положение. Рассмотрен 21 тип возможных для прямоугольной пластины граничных условий. Обзор по применению метода Релея - Ритца дан тем же автором в [4]. Применяемый в [3] метод восходит к монографии В. З. Власова [5]. Более поздний обзор приведён в [6]. Имеется также несколько монографий на английском языке, посвящённых свободным колебаниям пластин [7-10].

Литература.

1. Tomotika, S. The transverse vibration of a square plate clamped at four edges // Phil. Mag., Ser.7 2l (142), pp. 745-760 (1936).
2. A.W. Leissa, *Vibration of Plates* (NASA SP-160), Government Printing Office 1969, Washington, ÜS (reprinted 1993 by The Acoustical Society of America).
3. Leissa, A. W., 1973, The Free Vibration of Rectangular Plates // J. Sound Vib., 31, pp. 257–293.
4. A.W. Leissa. The historical bases of the Rayleigh and Ritz methods // Journal of Sound and Vibration 287 (2005) 961-978.
5. Власов В. З. Строительная механика тонкостенных пространственных систем. М.: Стройиздат, 1949, 435 с.
6. Free vibration of elastic plates with various shapes and boundary conditions. Doctoral dissertation. Presented to the Graduate School of Engineering Hokkaido University by Yoshihiro Narita December, 1979 (http://hdl.handle.net/2115/32630).
7. Gorman Daniel J. Free Vibration Analysis of Rectangular Plates. Elsevier North Holland, Ins., 1982. - 324 p.

8. Mindlin R. D. An Introduction to the Mathematical Theory of Vibrations of Elastic Plates. 2006 by World Scientific Publishing Co., 190 p.
9. Chakraverty S. Vibration of PLATES. 2009 by Taylor & Francis Group, 411 p.
10. Werner Soedel. Vibration of Shells and Plates. 2004 by Marcel Dekker, 553 p.

МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ РАБОТЫ МНОГОАНОДНОГО АЛЮМИНИЕВОГО ЭЛЕКТРОЛИЗЁРА С ПРИМЕНЕНИЕМ ТРЁХФАЗНОЙ МАГНИТО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

С. В. Анпилов[1], Н. П. Савенкова[1], А. В. Калмыков[1]

[1]*Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова, Факультет Вычислительный Математики и Кибернетики, svanpilov@inbox.ru, mknandrew@mail.ru, alex_2391@mail.ru*

В докладе представлены результаты численного моделирования электролизной ванны при замене крайней пары анодов, проведённое с использованием трёхмерной трёхфазной модели многоанодного электролизёра, разработанной ранее авторами [1].

Использованная математическая модель многоанодного электролизёра основана на системе уравнений Навье-Стокса с применением многофазного подхода для смеси [2]. Такой подход позволяет проследить динамику во всём объёме, что является необходимым условием дня исследования магнитогидродинамической устойчивости процесса в целом. За основу модели электромагнитных полей взята система уравнений Максвелла.

Полученные в результате численного эксперимента результаты согласуются с наблюдениями технологов с ИТЦ «РУСАЛ» [3].

Список литературы:

4. *Савенкова Н.П., Анпилов С.В., Кузьмин Р.Н., Проворова О.Г., Пискажова Т.В.* Двухфазная 3D модель мгд-явлений алюминиевого электролизёра. - Сборник докладов третьего международного конгресса «Цветные металлы - 2011». Красноярск,. – С. 282-286.
5. *Нигматулин Р.И.* Основы механики гетерогенных сред. –М.: Наука, 1978.
6. *В.М. Белолипецкий Т.В. Пискажова* Математическое моделирование процесса электролитического получения алюминия. Решение задач управления технологией. Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2013. - 271 с. : - Библиогр.

ВАРИАНТ АЛГОРИТМА УЧЕТА КОНТАКТНОГО ТРЕНИЯ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ГИПОУПРУГОГО ТЕЛА И ЖЕСТКОЙ ПРЕГРАДЫ

Ю. В. Астапов[1], Д. В. Христич[1]

[1]ТулГУ, ast3x3@gmail.com,dmitrykhristich@rambler.ru

В работе приведены результаты решения некоторых задач, моделирующих взаимодействие плоского гипоупругого тела с абсолютно жесткой шероховатой поверхностью. Полагается, что тело испытывает конечные деформации. Использованы определяющие и эволюционные соотношения, а также условие равновесности процесса деформирования, приведенные в работе [1]. Предложен вариант итерационного алгоритма, позволяющий удовлетворить ограничениям, накладываемым на компоненты контактных напряжений в соответствии с законом сухого трения Амонтона-Кулона.

Для учета действия контактных усилий используется подход, основанный на предположении, что при достаточной малости характерного размера конечных элементов в области, граничащей с областью контакта, можно считать нормальное и касательное усилия приближенно равными соответственно значениям компонент тензора истинных напряжений Коши в этих элементах. На каждом шаге нагружения организуется итерационный процесс, основанный на алгоритме Удзавы поиска седловой точки функционала. Процедура интегрирования поля напряжений сопровождается проверкой значений в контактных элементах по следующей схеме:

$$\left|S_{12(i)}^{(k+1)}\right| \geq \mu\left|S_{22(i)}^{(k+1)}\right| \;\Rightarrow\; \begin{cases} \dot{\sigma}_{\tau(i)}^{(k+1)} = \dfrac{\alpha\left|S_{12(i)}^{(k+1)} - S_{12(i)}^{(k)}\right| + (1-\alpha)\mu\left|S_{22(i)}^{(k+1)} - S_{22(i)}^{(k)}\right|}{\Delta_t}\left(-\dfrac{S_{12(i)}^{(k+1)}}{\left|S_{12(i)}^{(k+1)}\right|}\right), \\ \sigma_{\tau(i)}^{(k+1)} = -\dfrac{S_{12(i)}^{(k+1)}}{\left|S_{12(i)}^{(k+1)}\right|}\mu\left|S_{22(i)}^{(k+1)}\right|, \end{cases}$$

$$\left|S_{12(i)}^{(k+1)}\right| < \mu\left|S_{22(i)}^{(k+1)}\right| \;\Rightarrow\; v_\tau^{(I)} = v_\tau^{(III)} = 0,$$

где k – номер итерации, i – номер шага нагружения.

Учет условия, обеспечивающего взаимное непроникновение тел, производится посредством дробления шага нагружения. При малых деформациях результаты численного решения хорошо согласуются с аналитическими решениями, полученными по теории Герца.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (15-01-01875_а) и Министерства образования и науки РФ (госзадание № 467).

Список литературы:

1. Маркин А.А. Термомеханика упругопластического деформирования / А.А. Маркин, М.Ю. Соколова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 320 с.

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ ИСТОЧНИК-ПРИЕМНИК В ИМПУЛЬСНОЙ СКВАЖИННОЙ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКЕ

Д. А. Архипов[1], Е. П. Штабель[1], Э. П. Шурина[1,2]

[1]*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,*
d_arhipov@list.ru, stabel@ngs.ru
[2]*Новосибирский государственный технический университет,*
shurina@online.sinor.ru

В каротаже используются частотные методы зондирования: исследование около скважинного пространства производится на определенной частоте (БКЗ, ВИКИЗ). В данной работе производится зондирование с использованием импульсных генераторных сигналов, что позволяет выполнять зондирование одновременно на широком спектре частот. Методы каротажа традиционно используют соленоидальные или индукционные катушки в качестве генераторов и приемников тока. В работе исследовано электромагнитное поле, создаваемое тороидальной катушкой с магнитным сердечником вместо соленоидальной катушки. Моделирование поведения электромагнитного поля от импульсного сигнала в скважине требует много временных и вычислительных ресурсов. Для сокращения времени решения задачи вместо решения задачи по времени выполняется разложение исходного сигнала методом быстрого преобразования Фурье и решается параллельно набор частотных задач [1,2].

Анализ поведения электромагнитного поля в обсаженной скважине показал, что все поле сосредоточено внутри скважины и не выходит за ее пределы, поэтому проводить измерения в той же скважине нецелесообразно. Для оценки отклика среды на генерируемое электромагнитное поле измерения нужно проводить в еще одной скважине. Сравнение первичных полей от двух типов катушек показало, что в обсаженной скважине тороидальная катушка дает более сильный отклик по сравнению с соленоидальной катушкой.

Работа выполнена в рамках Программы №43 фундаментальных исследований Президиума РАН.

Список литературы:

7. *Эпов М.И., Шурина Э.П., Штабель Е.П., Штабель Н.В.* Моделирование электромагнитного поля для различных типов возбуждающих сигналов // Вычислительные технологии. Вестник КазНУ им. Аль-Фараби. Серия: Математика, механика, информатика (CITech-2015). 2015. Т. 20. № Ч. III. С. 204-213
8. *Эпов М.И., Шурина Э.П., Штабель Е.П., Штабель Н.В.* Трехмерное моделирование импульсных зондирований с использованием быстрого преобразования Фурье // Геология и геофизика. 2015. Т. 57. № 2. С. 411-420

О СХОДИМОСТИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ДРОБНОГО ПОРЯДКА С КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ ТРЕТЬЕГО РОДА

А. К. Баззаев[1], М. Х. Шхануков-Лафишев[2]

[1]*СОГУ имени К. Л. Хетагурова, Владикавказский институт управления, a1.bazzaev@gmail.com,*

[2]*КБГУ имени Х. М. Бербекова*

В прямоугольнике $Q_T = \{(x,t): 0 < x < \ell, 0 < t \le T\}$ рассмотрим следующую начально-краевую задачу:

$$\partial_{0t}^{\alpha} u = \partial_{0x}^{\beta} u + f(x,t), (x,t) \in Q_T, (1)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial x} = \beta_1(t)u - \mu_1(t), \ x = 0, \\ -\dfrac{\partial u}{\partial x} = \beta_2(t)u - \mu_2(t), \ x = \ell, \end{cases} \quad (2)$$

$$u(x,0) = u_0(x), (3)$$

где $\partial_{0t}^{\alpha} u = \dfrac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int\limits_0^t \dfrac{u_\tau(x,\tau)d\tau}{(t-\tau)^{\alpha}}, \partial_{0x}^{\beta} u = \dfrac{1}{\Gamma(2-\beta)} \int\limits_0^x \dfrac{u_{\eta\eta}(\eta,t)d\eta}{(x-\eta)^{\beta-1}}$ – соответственно регуляризованные дробные производные по времени порядка $\alpha, 0 < \alpha < 1$ и по пространственной координате x порядка $\beta, 1 < \beta \le 2$; $\beta_1, \beta_2 \ge \beta_* > 0$.

Дифференциальной задаче (1) – (3) поставим в соответствие разностную схему

$$\frac{1}{\Gamma(2-\alpha)} \sum_{s=0}^{j} \left(t_{j-s+1}^{1-\alpha} - t_{j-s}^{1-\alpha} \right) y_t^s = \frac{1}{\Gamma(3-\beta)} \sum_{s=0}^{i} \left(x_{i-s+1}^{2-\beta} - x_{i-s}^{2-\beta} \right) (\sigma \hat{y}_{\bar{x}x,s} + (1-\sigma) y_{\bar{x}x,s}) + \varphi_i, \quad (4)$$

$$\begin{cases} \left(y_{x,0} - \beta_1 y_0 \right)^{(\sigma)} = -\mu_1, \\ -\left(y_{\bar{x},N} + \beta_2 y_N \right)^{(\sigma)} = -\mu_2, \end{cases} \quad (5)$$

$$y^{(\sigma)} = \sigma \hat{y} + (1-\sigma) y,$$

$$y(x,0) = u_0(x), (6)$$

где $\hat{y} = y^{j+1}$, $y = y^j$, $y_{x,0} = (y_1 - y_0)/h, y_{\bar{x},N} = (y_N - y_{N-1})/h, \beta_1, \beta_2 \ge \beta_* > 0$, $0 \le \sigma \le 1$.

Схема (4) – (6) имеет порядок аппроксимации $O(h+\tau)$.

С помощью принципа максимума (см. [1]) для решения разностной задачи (4) – (6) (для простоты рассмотрен случай при $\sigma = 1$) получена априорная оценка

$$\left\| y^{j+1} \right\|_{C_h} \le \left\| u_0(x) \right\|_{C_h} + \frac{2}{\beta_*} \left(\max_{0 \le k \le j} |\mu_1(t_k)| + \max_{0 \le k \le j} |\mu_2(t_k)| \right) + \frac{\ell^{\beta-1} \Gamma(2-\beta)}{\beta_*} \max_{0 < t' \le (j+1)\tau} \left\| \varphi(x,t') \right\|_{C_h},$$

(3.1)

из которой следует равномерная сходимость разностной схемы (4) – (6) со скоростью $O(h+\tau)$, $\|y\|_{C_h} = \max\limits_{x\in\omega_h} |y(x)|$.

Список литературы:

1. Самарский А.А.Теория разностных схем. -М.: Наука. 1977. −656 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧЕ О ПОПЕРЕЧНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ПРЯМОЛИНЕЙНО ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАСТИНЫ ПРИ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

Н. В. Баничук[1,2], С. Ю. Иванова[1], Е. В. Макеев[1]

[1]*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, banichuk@ipmnet.ru, syuivanova@yandex.ru, makeevev@yandex.ru*

[2]*Московский физико-технический институт (государственный университет)*

Исследуется процесс прямолинейного движения упругого полотна, опертого на систему шарнирных подкреплений и моделируемого упругой пластиной, которая движется с постоянной скоростью и подвержена нагреву и внешним механическим воздействиям. Возникающие в ней механические (обусловленные внутриплоскостным натяжением и действием центробежных сил) и температурные (при неравномерном нагреве) растягивающие и изгибные напряжения вызывают деформации, приводящие к изгибу пластины и к потере устойчивости ее формы, к явлению статической неустойчивости (дивергенции).

Исследование термоупругого поведения движущейся пластины в рамках изучения статической потери устойчивости (дивергенции) сводится к решению задачи на собственные значения, которая решается аналитически, что приводит к трансцендентному уравнению. В результате были определены критические параметры возникновения явления дивергенции и формы потери устойчивости.

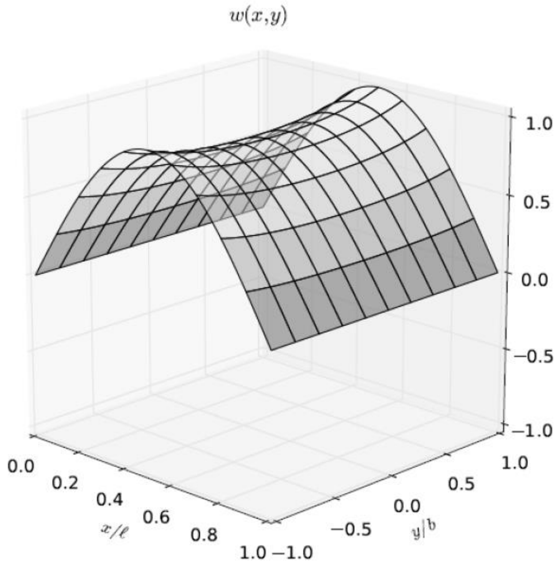


Рисунок 1 – Симметричная форма потери устойчивости $w(x, y)$ для случая двух шарнирно опертых $(x/l = 0,1)$ и двух свободных $(y/b = -1,1)$ противоположных краев.

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-08-00016.

ВОСХОДЯЩИЕ ЗАКРУЧЕННЫЕ ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ОКРЕСТНОСТИ КОНТАКТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ УЧЕТЕ СИЛ ТЯЖЕСТИ И КОРИОЛИСА

С. П. Баутин, **С. Л. Дерябин**

Уральский государственный университет путей сообщения,
SBautin@usurt.ru, SDeryabin@usurt.ru

В работах [1,2] предложена и обоснована схема зарождения и функционирования восходящего закрученного потока газа. В частности доказано, что в таких потоках закрутка в северном полушарии происходит против хода часовой стрелки, а в южном – по ходу часовой стрелки. В данной работе рассматривается стационарное течение газа, подобное тем, что наблюдаются в природных восходящих закрученных потоках типа торнадо и тропический циклон. В соответствии со схемой течения в восходящем закрученном потоке предполагается, что существует область покоя газа вдоль вертикальной оси потока и в работе рассмотрена та часть восходящего закрученного течения, которая примыкает к контактной поверхности, отделяющей покоящейся газ от движущегося.

Для системы уравнений газовой динамики поставлена начально-краевая задача, которая описывает искомое течение и доказана теорема существования и единственности решения в окрестности контактной поверхности. Далее решение построено в виде рядов, сходящихся в окрестности контактной поверхности. Анализ первых коэффициентов ряда позволил получить закон сохранения: квадрат модуля вектора скорости газа на бихарактеристике контактной поверхности есть величина постоянная. Для определения коэффициентов ряда были получены системы дифференциальных уравнений с частными производными, которые с помощью характеристического параметра удалось свести к системам обыкновенных дифференциальных уравнений. Это позволило построить параметрическое решение поставленной начально-краевой задачи.

Численно построены траектории движения частиц газа вдоль контактной поверхности и приближенные решения начально-краевой задачи.

Список литературы:

1. *Баутин С.П.* Торнадо и сила Кориолиса. Новосибирск. Наука, 2008.
2. *Баутин С.П., Обухов А.Г.* Математическое моделирование разрушительных атмосферных вихрей. Новосибирск: Наука, 2012.

ЭФФЕКТИВНОЕ ПОСТРОЕНИЕ КОНФОРМНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ МНОГОУГОЛЬНИКОВ В СИТУАЦИИ КРОУДИНГА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИИ ЛАУРИЧЕЛЛЫ

С. И. Безродных

ВЦ ФИЦ ИУ РАН, РУДН, ГАИШ МГУ, sbezrodnykh@mail.ru

Пусть G_0 – односвязный многоугольник, граница которого состоит из четырех последовательно соединенных звеньев Γ_j, $j=\overline{1,4}$, каждое из которых представляет собой ломаную. Проведем из некоторой внутренней точки звена Γ_3 прямолинейный разрез Γ_0 “в сторону” звена Γ_1 так, что расстояние ε от конца разреза Γ_0 до некоторой внутренней точки звена Γ_1 мало. Полученный односвязный многоугольник обозначим через G, а звено Γ_3 с присоединенным к нему разрезом Γ_0 – через $\tilde{\Gamma}_3$, так что $\partial G = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \tilde{\Gamma}_3 \cup \Gamma_4$. При $\varepsilon \to 0$ разрез Γ_0 перерезает многоугольник G, и он распадается на две компоненты без общих точек. Рассмотрим вопрос о построении конформного отображения $\mathcal{F}:\Pi \to G$ прямоугольника $\Pi := \{\mathrm{Im} w \in (0,1), \mathrm{Re} w \in (0,L)\}$ на G так, что звенья Γ_1, Γ_2, $\tilde{\Gamma}_3$ и Γ_4 переходят соответственно в нижнюю, правую, верхнюю и левую стороны Π, ширина L которого также (наряду с прообразами вершин многоугольника G) является искомой. При малом ε возникает явление "кроудинга``, т.е. чрезвычайно близкого расположения друг к другу некоторых прообразов вершин многоугольника G. Известно, что кроудинг приводит к существенным трудностям при построении отображения $z=\mathcal{F}(w)$. Искомая функция ищется в виде суперпозиции $\mathcal{F}(w)=\Phi(\mathfrak{S}(w))$ конформного отображения $\Phi:\mathbb{H}\to G$, выражаемого в виде интеграла Кристоффеля – Шварца, и отображения $\mathfrak{S}:\Pi\to\mathbb{H}$, записываемого через эллиптические функции Якоби. Для прообразов вершин G при отображении Φ возникает система трансцендентных уравнений, элементы которой [1] выражаются через обобщенную гипергеометрическую функцию Лауричеллы $F_D^{(N)}$. С помощью полученных в [2] формул ее аналитического продолжения строится эффективный алгоритм решения указанной системы уравнений и, тем самым, преодолевается трудности, вызываемые кроудингом. Осуществлена численная реализация этого метода.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-01-00781 и программой РАН “Современные проблемы теоретической математики”, проект "Оптимальные алгоритмы решения задач математической физики”

Список литературы:

1. *Безродных С.И., Власов В.И.* Задача Римана – Гильберта в областях сложной формы и ее приложение // Spectral and Evolution Problems. 2006. V.16. №1. P.51-61.
2. *Безродных С.И.* Формулы аналитического продолжения и соотношения типа Якоби для функции Лауричеллы // Доклады АН. 2016. Т. 467, №1. С. 7-12.

ДИСКРЕТИЗАЦИЯ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДАМИ КОМПЬЮТЕРНОЙ АЛГЕБРЫ

Ю. А. Блинков[1], В. П. Гердт[2], К. Б.Маринов[3]

[1]*Саратовский Национальный Исследовательский Государственный Университет имени Н.Г. Чернышевского, blinkovua@info.sgu.ru,*
[2]*Объединенный Институт Ядерных Исследований, gerdt@jinr.ru,*
[3]*Государственное Бюджетное Образовательное Учреждение Высшего Образования Московской Области Университет «Дубна»*
marinov.kohctahtih@gmail.com

Рассматривается алгоритмический подход [1] к построению, на декартовых сетках, конечно-разностных аппроксимаций квазилинейных эволюционных уравнений [2] в размерности 1+1 вида $u_t+u_n+F(u,u_1,\ldots,u_{n-1})=0$, где $u_i=\partial^i_x u$ ($i=1,\ldots,n$) и F-дифференциальный многочлен над полем $Q(a_1,\ldots,a_m)$ констант (параметров). Рассматриваемый подход основан на использовании метода конечных объемов, в котором в качестве контрольных объемов выбираются прямоугольники с вершинами в узлах сетки и сторонами параллельными координатным линиям. При этом конечно-разностная аппроксимация строится комбинацией методов численного интегрирования и разностного исключения пространственных производных построением базиса Грёбнера при исключающем ранжире (упорядочении) производных с помощью пакета LDA[3], написанного на языке системы компьютерной алгебры Maple и реализующего инволютивный алгоритм. Данный подход иллюстрируется примером классического уравнения третьего порядка по x - уравнения Кортевега-де Фриза. Полученная для этого уравнения разностная аппроксимация (схема) применяется для численного построения решения начальной задачи двухсолитонного типа.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-01-00080.

Список литературы:

9. *Gerdt V.P., Blinkov Yu.A.* Gröbner Bases and Generation of Difference Schemes for Partial Differential Equations // SIGMA. 2006. Vol.2. 051. 26 Pages. arXiv:mathRA/0605334
10. *Кудряшов Н.А.* Методы нелинейной математической физики. – Долгопрудный: ООО Издательский Дом Интеллект, 2010.
11. *Gerdt V.P., Robertz D. Computation of Difference Gröbner Bases* // Comp. Sci. J. of Moldova. 2012. Vol. 20(2). P.203–226. arXiv:cs.SC/1206.3463

ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

М. А. Боронина[1], В. А. Вшивков[1,2]

[1]ИВМиМГ СО РАН, boronina@ssd.sscc.ru
[2] ИГиЛ СО РАН, vsh@ssd.sscc.ru

В работе представлены алгоритмы вычисления уравнений Максвелла, основанные на схеме Лэнгдона-Лазински. Схемы обладают вторым порядком аппроксимации по времени и пространству. Рассмотрено поведение численных схем в случаях задания различного вида граничных условий и в областях с различными размерами в трехмерном случае.

Для всех схем погрешность в вычислении скорости волны зависит квадратично от волнового числа k, что приводит к большим ошибкам для коротковолновых решений при недостаточно мелких временном и пространственных шагах. Неявная по направлению наименьшего размера области схема позволяет использовать больший временной шаг, описывая при этом волновые процессы достаточно корректно. Это является существенным плюсом в задачах, где расчет граничных условий требует бóльших ресурсов, чем расчет электромагнитных полей внутри области.

Продемонстрированы результаты применения алгоритмов в задаче динамики встречных пучков заряженных ультрарелятивистских частиц.

Работа поддержана грантами РФФИ № 16-31-00301 и № 16-01-00209.

Список литературы:

1. *Боронина М.А., Вшивков В.А., Дудникова Г.И.* Неявная схема для решения уравнений Максвелла в областях с различными масштабами // Доклады АН ВШ РФ. 2014. Вып.25. №4. С.39-46.

ЧИСЛЕННЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ЛАМИНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ В КАНАЛАХ ПОСТОЯННОГО СЕЧЕНИЯ

А. В. Бойко[1], **К. В. Демьянко[2,3]**, Ю. М. Нечепуренко[2]

[1]*Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН,*
[2]*Институт вычислительной математики РАН,*
[3]*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН,*
boiko@itam.nsc.ru, kirill.demyanko@yandex.ru, yumnech@yandex.ru

Доклад посвящен постановке и численному решению задач пространственной устойчивости ламинарных течений вязкой несжимаемой жидкости [1] в каналах постоянного сечения. Предлагается новый метод редукции соответствующих дифференциально-алгебраических систем, возникающих после пространственной аппроксимации уравнений распространения возмущений, который дает возможность выделять физически адекватные решения и сокращать вычислительные затраты. Это позволяет, в частности, эффективно вычислять критические числа Рейнольса и различные параметры волн Толлмина-Шлихтинга (собственные значения, фазовые и групповые скорости, коэффициенты роста), с которыми связан естественный ламинарно-турбулентный переход, и параметры оптимальных возмущений, на которых достигается максимальный рост плотности кинетической энергии возмущений вниз по потоку и развитие которых приводит к докритическому ламинарно-турбулентному переходу. В качестве примера рассматривается течение Пуазейля в бесконечном канале постоянного прямоугольного сечения. Пространственная аппроксимация, а также выбор значений параметров (числа Рейнольдса и временной частоты возмущений) для этой задачи выполнялись на основе результатов работы [2].

Работа поддержана грантом РФФИ: 16-31-00311.

Список литературы:

1. A.V. Boiko, A.V. Dovgal, G.R. Grek, V.V. Kozlov. Physics of transitional shear flows. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2012. 272 p.

2. K.V. Demyanko, Yu.M. Nechepurenko. Linear stability analysis of Poiseuille flow in a rectangular duct // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 2013, V. 28, № 2, P. 125–148.

3. (NPNJ'2016), 25-31 мая 2016 г., Алушта. М.: Изд-во МАИ, 2016. С. 419 – 421.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЕСТЕСТВЕННОЙ КОНВЕКЦИИ И МГД-ТЕЧЕНИЙ

И. В. Бычин[1], А. В. Гореликов[1], А. В. Ряховский[1], В. А. Галкин[1]

[1]*Сургутский государственный университет, igor-bychin@yandex.ru*

Разработан комплекс программ для численного моделирования конвекции и МГД-течений вязкой несжимаемой жидкости. В рамках метода контрольного объема реализована комбинация численных алгоритмов: алгоритм решения нестационарных задач гидродинамики PISO [1] и новые алгоритмы решения уравнения индукции [2] и реализации вакуумных граничных условий. Алгоритм решения уравнения индукции построен по схеме предиктор-корректор и позволяет получить магнитное поле, с заданной точностью удовлетворяющее условию соленоидальности. В задачах МГД магнитное поле в вакууме определяется как градиент потенциала, удовлетворяющего внешней задаче Неймана на уравнение Лапласа. На границе области МГД-течения и вакуума ставится условие непрерывности индукции магнитного поля. В разработанном алгоритме для нахождения магнитного поля в вакууме используется преобразование обратных радиусов, в результате чего, решение внешней задачи Неймана сводится к внутренней задаче Робена на уравнение Лапласа. Задача Робена численно решается методом контрольного объема в сферических координатах, затем с помощью преобразования обратных радиусов определяется внешний потенциал. Разработанный комплекс программ ориентирован на вычислительные кластеры. Распараллеливание вычислений организованно в согласии с актуальной в настоящее время параллельной моделью MPI/OpenMP. Комплекс программ прошел всестороннее тестирование. В качестве тестов использовались: точные нестационарные трехмерные решения задач Коши для уравнений Навье-Стокса и уравнений магнитной гидродинамики [3]; данные вычислительных экспериментов [4]. Результаты тестов на численную сходимость, демонстрируют второй порядок аппроксимации по координатам и первый порядок по времени.

Работа поддержана грантами № 15-41-00013 р_урал_а, № 15-41-00059 р_урал_а.

Список литературы:

1. Issa R.I. Solution on the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting // Journal of Computational Physics, 61, 1985, P. 40-65
2. Betelin V. B., Galkin V.A., Gorelikov A.V. Predictor–Corrector Algorithm for the Numerical Solution of the Magnetic Field Equation in Viscous Incompressible MHD Problems // Doklady Mathematics, Pleiades Publishing, 2015, Vol. 92, No. 2, 618–621 pp.
3. Галкин В.А. и др. Моделирование и управление разделением фаз в слабо сжимаемых вязких теплопроводящих жидкостях типа нефти в случае газообразных и твёрдых включений // Вестник кибернетики. Сургут: Изд-во СурГУ. 2015. № 3 (19). С. 21–37
4. Christensen U. R. et al., “A numerical dynamo benchmark”, Physics of the Earth and Planetary Interiors, 128 (2001), 25–34 pp

ИНТЕГРИРОВАНИЕ ОДУ НА РИМАНОВЫХ ПОВЕРХНОСТЯХКАК ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ИНСТРУМЕНТ

В. П. Варин

ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, varin@keldysh.ru

Выход в комплексную плоскость для решения вещественной по определению задачи – это одно из классических приложений комплексного анализа. Ярким примером является приложение теории вычетов к вычислению определенных интегралов. Однако применение комплексного анализа в вычислительных по сути задачах, таких, например, как краевые задачи на вещественном интервале – это весьма редкое явление. Автору известен только один классический пример (будет в докладе).

Заметим, что если решение краевой задачи является регулярным в некоторой (комплексной) окрестности вещественного интервала, то никакого явного выхода в комплексную область не требуется, так как существуют мощные численные методы без насыщения [1], которые (неявно) используют аналитические свойства решения в комплексной окрестности.

Совершенно иная ситуация встречается в сингулярных краевых задачах. Согласно Риману свойства аналитической функции определяются в основном ее особенностями, которые невозможно изучать, оставаясь на вещественном интервале. В данном случае «выход в комплексную плоскость» автоматически

означает выход на риманову поверхность решения, структуру которой предстоит изучить.

Мы расскажем о весьма сложной в вычислительном отношении задаче, связанной с проблемой Блазиуса [2], где вычисление нужной величины с большой и контролируемой точностью оказалось возможно только с использованием структуры римановой поверхности решения вблизи сингулярности.

Список литературы:

1. *Бабенко К.И.* Основы численного анализа. – М. Наука, 1986.
2. *Varin V. P.* A solution of the Blasius problem // Comp. Math. Math. Phys. 2013. V.1, №2. p.194-204.

ОБ УПРАВЛЕНИИ ПОВЕДЕНИЕМ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА С ПЕРЕМЕННОЙ ВО ВРЕМЕНИ ГЕОМЕТРИЕЙ

В. А. Галкин, Т. В, Гавриленко, **Д. А. Быковских**

СурГУ, val-gal@yandex.ru, taras.gavrilenko@gmail.com, dmitriy.bykovskih@gmail.com

Работа посвящена управлению динамики поведения идеального газа в замкнутом пространстве с подвижными отражающими границами [1]. Одним из способов воздействия на среду, состоящей из частиц газа или жидкости является изменение ее границ (областей) с течением времени. Идеальный газ представляет собой множество отдельных молекул (частиц), которые не взаимодействуют между собой [2, 3]. Траектория движения частицы, отражающейся абсолютно упруго от движущейся границы, является кусочно-линейной функцией, а вектор скорости состоит из набора векторов:

$$q_l^{(i+1)} = q_l^{(i)} + \sum v_{t_j}^{(i)} (t_{j+1} - t_j)$$

$$v_{t_j}^{(i)} = \begin{cases} v_{t_0}^{(i)} = v_{t_k}^{(i-1)}, & t_0 < t^* < t_1 \\ v_{t_1}^{(i)} = v_{t_0}^{(i)} - 2n([v_{t_0}^{(i)} - u_t], n), & t_1 < t^* < t_2 \\ \ldots \\ v_{t_j}^{(i)} = v_{t_{j-1}}^{(i)} - 2n([v_{t_{j-1}}^{(i)} - u_t], n), & t_j < t^* < t_{j+1} \\ \ldots \\ v_{t_k}^{(i)} = v_{t_{k-1}}^{(i)} - 2n([v_{t_{k-1}}^{(i)} - u_t], n), & t_k < t^* < t_{k+1} \end{cases}, \qquad (1)$$

где u_t - скорость движения границы; n - нормаль; $t_1 < t_2 < \ldots < t_k$ - моменты времени, в которых частица взаимодействует с границей; t - текущий момент времени; $|t_{k+1} - t_0| = \Delta t$ - одна итерация (шаг по времени); k - количество взаимодействий частицы границами.

С помощью такой модели можно решать класс задач, связанных с построением фильтрационной модели пласта для разреженного газа (большим числом Кнудсена). Вычисление статистических оценок макроскопических параметров (давление, температура, плотность и т.д.) течения газа производятся в элементарных объемах [4].

Для проведения расчетов моделирования динамики идеального газа был разработан программный комплекс, использующий параллельные алгоритмы, написанные на языке высокого уровня, для высокопроизводительных систем.

Работа поддержана грантами РФФИ №15-41-00013, №15-41-00059, №14-01-00478.

Список литературы:

1. *Betelin V. B., Galkin V. A.* Control of Incompressible Fluid Parameters in the Case of Time-Varying Flow Geometry // Doklady Mathematics. 2015. Vol. 92, no. 1. P.511-513.
2. *Bird G.A.* Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows. Oxford Clarendon Press. 1994. P. 479.
3. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика. М.: Наука. 1965. 204 С.
4. *Галкин В.А., Гавриленко Т. В., Быковских Д. А.* Управление динамикой невзаимодействующих частиц в плоской области // Вестник кибернетики. Сургут: Изд-во СурГУ. 2015. № 3 (19). С.141-152.

9. *Галкин В.А.* Теория функциональных решений законов сохранения и ее приложения. М.: из-во МГУ, 2000, Труды семинара им. И.Г.Петровского, Т.20, С. 81-120.
10. *Galkin V.A.* Global correctness of Cauchy problem for nonlinear conservation laws system and one example for the gas dynamics. International Series of Numerical Mathematics, 1999, Vol. 129, P. 361-368, Birkhauser, Verlag Basel. Switzerland

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛОИСТОГО ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ МАГНИТНОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

В. А. Галкин, **А. О. Дубовик**

Сургутский государственный университет, val-gal@yandex.ru, alldubovik@gmail.com

Рассматривается система уравнений МГД вязкой несжимаемой жидкости в декартовых координатах $\{x_1, x_2, x_3\}$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}\cdot\nabla)\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla \mathrm{p} + \nu\Delta\mathbf{u} + \frac{1}{4\pi\rho}[\mathrm{rot}\,\mathbf{B}\times\mathbf{B}], \tag{1}$$

$$\mathrm{div}\ \mathbf{u} = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \mathrm{rot}[\mathbf{u}\times\mathbf{B}] + \nu_m \Delta\mathbf{B}, \tag{3}$$

$$\mathrm{div}\ \mathbf{B} = 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial t} + \mathbf{u}\cdot\nabla\mathrm{T} = \chi\Delta\mathrm{T} + \frac{1}{c_p}\frac{\nu}{2}\sum_{i,j=1}^{3}\left(\frac{\partial \mathrm{u_i}}{\partial \mathrm{x_j}} + \frac{\partial \mathrm{u_j}}{\partial \mathrm{x_i}}\right)^2. \tag{5}$$

Задача (1), (2), (5) рассматривалась в [1] с полем скоростей

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},t)=\begin{pmatrix}u_1(x_2,t)\\0\\u_3(x_2,t)\end{pmatrix},\qquad x_2\in[0,l],\quad t>0, \tag{6}$$

где была выявлена диссипация кинетической энергии в тепловую.

Теорема. *Пусть* $\mathbf{u}$ *– вектор скорости жидкости, компоненты которого удовлетворяют решению одномерного уравнения теплопроводности*

$$\frac{\partial u_i}{\partial t}=\nu\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_2^2},\ i=1,3,\qquad x_2\in(0,l),\qquad t>0,$$

кроме того, положим $\nu_m=\nu$,

$$\mathbf{B}=\alpha\mathbf{u},\qquad \alpha=const, \tag{7}$$

$$p=-\frac{1}{8\pi}\mathbf{B}^2 \tag{8}$$

тогда тройка $(\mathbf{u},p,\mathbf{B})$ *является решением системы (1) – (4).*

Работа поддержана грантом РФФИ №15-41-00059-урал-а.

Список литературы

1. Галкин В.А., Дубовик А.О. Об управлении тепловыделением в течении вязкой несжимаемой жидкости посредством движения границы области течения. Вестник кибернетики. Электр. Журн. Сургут: Изд-во СурГУ. 2015. №3(19). С. 136-140.

ПЛАЗМОСТАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТОРОИДАЛЬНОГО ПЛАЗМЕННОГО ШНУРА ОГРАНИЧЕННОГО МАГНИТОНЕПРОНИЦАЕМОЙ ОБОЛОЧКОЙ

А. С. Гольдич[1]

[1]*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, dephmaster@gmail.com*

В работе рассматривается плазостатическая модель тороидальной ловушки с непроницаемой для магнитного поля оболочкой, в центре ловушке размещен плазменный объем, который имеет форму тороидального шнура. В основе плазмостатической модели лежат двумерные краевые задачи со скалярным уравнением эллиптического типа для функции магнитного потока - уравнением Грэда-Шафранова [1,2]. В работе рассматриваются различные варианты распределения плазменного объема внутри ловушки и на основании полученных численных данных, исследуется устойчивость конфигураций при различных безразмерных параметрах. Указанные вопросы привлекли внимание при численном решение задач о равновесии плазмы магнитного поля и тока в тороидальной ловушке «Пояс», также обладающих симметрией, но отличающихся наличием проводников с током погруженных внутрь плазменного объема, а также его цилиндрическом аналоге и количественном сравнении тороидальные и цилиндрические конфигурации при различных параметрах задач

Работа поддержана грантом РНФ № 16-11-10278.

Список литературы:

1. *Шафранов В.Д.* О равновесных магнитогидродинамических конфигурациях. // ЖЭТФ. 1957. Т.33 Вып3(9). С. 710-722.
2. *Grad H., Rubin H.* Hydromagnetic equilibria and force-free fields. // Proc. 2nd United Nations Int.Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy, Geneva. Vol. 31., P.190. Columbia Univ. Press, N.Y. 1959.

РАЗНОСТНАЯ СХЕМА 4-ГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

В. А. Гордин[1], **Е. А. Цымбалов[2]**

[1]*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», ФГБУ «Гидрометцентр России», vagordin@mail.ru*
[2]*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», etsymbalov@gmail.ru*

Для линейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка с переменным коэффициентом на отрезке $[-\pi;\pi]$:

$$-d_x\theta(x)d_x u = f(x), \quad (1)$$

где $\theta(x) > 0$ - гладкий коэффициент дифференциального уравнения, $f(x)$ - правая часть, получена компактная разностная аппроксимация на трехточечном шаблоне:

$$R_{j,+}u_{j+1} + R_{j,0}u_j + R_{j,-}u_{j-1} = p_j f_{j+1} + q_j f_j + r_j f_{j-1}, \; j = 1...N, \quad (2)$$

где $R_{j,+}, R_{j,0}, R_{j,-}, p_j, q_j, r_j$ - коэффициенты схемы, N – число узлов сетки. Схема (2) обладает свойством l_2 –самосопряженности и демонстрирует четвертый порядок точности в численных экспериментах.

Полученная схема создают задел для решения более сложных задач, таких как уравнение поперечных колебаний стержня:

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial x}[R^2(x)\rho\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2}] + \frac{\partial^2}{\partial x^2}[ER^2(x)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}] = f. \quad (3)$$

Работа подготовлена в ходе проведения исследования (16-05-0069) в рамках Программы «Научный фонд Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» (НИУ ВШЭ)» в 2016 – 2017 гг.

Список литературы:

1. *Самарский А.А.* Введение в теорию разностных схем. – М.: Наука, 1971.
2. *Гордин В.А***.** Как это посчитать? – М.: МЦНМО, 2005.
3. *Гордин В.А.* Математика, компьютер, прогноз погоды и другие сценарии математической физики. – М.: Физматлит, 2010, 2013.
4. *Gordin V.A. Tsymbalov E.A.* Compact differential schemes for the diffusion and Schrödinger equations. Approximation, stability, convergence, effectiveness, monotony // Journal of Computational Mathematics. 2014. - Т. 32 Вып.2. №2. С. 348-370.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ АНЕВРИЗМ КРУПНЫХ СОСУДОВ

И. В. Григорьева[1], Ю. Н. Захаров[1], Д. А. Долгов[1]

[1]*Кемеровский государственный университет,*
igriva@list.ru, zaxarovyn@rambler.ru

Исследование болезней сердца и кровеносной системы является задачей чрезвычайно высокой социально-экономической значимости и длительной истории. В России 80-90% нетравматических субарахноидальных кровоизлияний происходят вследствие разрыва внутричерепных аневризм [1]. Разрыв аневризм приводит к неврологическим расстройствам, связанным с повреждением тканей мозга, или даже к смерти. Развитие осложнений, связанных с разрывом аневризм являются предметом математического моделирования на протяжении последних лет. Данная работа посвящена математическому моделированию формирования и развития аневризмы крупных кровеносных сосудов методом погруженных границ. Размер и предположительно геометрия аневризмы являются факторами риска ее разрыва. Факторами риска развития аневризм считается возраст и износ стенок сосудов, а также высокое кровяное давление. Ряд исследователей связывает эти фактор риска с явлением усталости материала стенок сосудов. Но механизмы развития аневризм в настоящее время остаются недостаточно изученными.

В работе представлена математическая модель движения крови в крупных кровеносных сосудах, описывается численный метод и особенности его реализации, представлен процесс формирования аневризмы в сосудах различной геометрии в условиях уменьшения эластичности отдельных участков стенок сосудов. Предполагается, что кровь является несжимаемой неоднородной двухкомпонентной жидкостью с переменной вязкостью, материал стенок сосуда – однородный непроницаемый для жидкости материал с переменной жесткостью. В работе рассматривается влияния наклона мышечных волокон стенки сосуда и вида зоны ослабления на процесс формирования аневризмы. Так же приводится ряд моделей усталости биоматериалов и оценивается влияние усталости на способность стенок сосудов сопротивляться растягивающим напряжениям, порождаемых движением жидкости. Приводятся результаты численных экспериментов.

Список литературы:

1. *Иванов Д.В., Доль А.В., Павлова О.Е., Аристамбекова А.В.* Моделирование виллизиевого круга человека в норме и при патологии // Российский журнал биомеханики. 2013. Т. 17, Вып. 3 (61). С. 49‑63.

РЕШЕНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ НА ДЕКАРТОВЫХ ЛОКАЛЬНО-АДАПТИВНЫХ (НА ОСНОВЕ ВЕЙВЛЕТ АНАЛИЗА) СЕТКАХ

А. А. Давыдов

ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, alexander.a.davydov@gmail.com

В работе рассматриваются технические аспекты, связанные с реализацией вычислительных алгоритмов на локально-адаптивных декартовых сетках. А именно:

- способы хранения и обхода данных;
- выбор локального шаблона для вейвлет анализа [1, 2];
- стратегия сгущения и разрежения сетки [1]
- некоторые аспекты параллельной реализации

Работа поддержана грантом РНФ No 14-11-00872.

Список литературы

1. Алгоритм многоуровневой адаптации сеток по критериям на основе вейвлет-анализа для задач газовой динамики / А.Л.Афендиков [и др.] // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2015. № 97. 22 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-97
2. Афендиков А.Л., Луцкий А.Е., Пленкин А.В. Технология адаптивных расчетов газодинамических течений на основе вейвлет-анализа // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 110. 30 с. URL: http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2014-110

ВАРИАЦИЯ ФОРМЫ ЭНЕРГОВЛОЖЕНИЯ ДЛЯ СЖАТИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ МИКРОМИШЕНЕЙ

Г. В. Долголёва, **Е. А. Забродина**, Л. А. Плинер

ИПМ им. М.В. Келдыша, katja@kiam.ru

В докладе рассматриваются вопросы безударного сжатия цилиндрической термоядерной микромишени. Для этого:

1) Полученные ранее в [1] формулы для скорости, давления и отбора энергии на границе области для ее безударного сжатия обобщены на случай произвольного, постоянного по пространству, начального давления при двучленном уравнении состояния (включая идеальный газ).

2) Показано, что при одинаковых начальных величинах плотности и скорости звука для случаев идеального газа и двучлена скорости границы сжимаемой области одинаковы, а разница в отборе энергии не превышает

$A_{ид.} - A_{дв.} = -V_0\ \Delta p$,

где V_0 - начальный объём сжимаемой области, Δp - разница начальных давлений при разных уравнениях состояния, ($A_{ид.}$, $A_{дв.} < 0$). Учитывая, что сама величина отбора энергии при сжатии стремится к (минус) бесконечности, эта разница на результат почти не влияет.

3) Приближенная формула для мощности энерговложения Q_{anal} в слоистой системе для обеспечения вышеуказанной скорости границы внутренней области из [1] обобщена для случаев цилиндрической и сферической симметрии. Но дальнейшие численные расчеты показали, что эти поправки несущественны.

4) Проведены расчеты цилиндрической мишени с заданным согласно п.3 энерговложением. Результат отличается от аналитического в следующем:

- Движение внутренней границы начинается с существенным запаздыванием, т.к. требуется дополнительное время для распространения возмущения по промежуточной области (пушеру).

- Примерно посередине процесса сжатия, т.е. когда радиус границы сжимаемой области становится вдвое меньше начального, возникает, по-видимому, ударная волна, опережающая первоначальное возмущение.

5) В расчетах мишеней вводилось ограничение на мощность Q_{max} = 800 ТВт/г и полное энерговложение F_{max} от 21 до 36 МДж/см. При задании $Q = Q_{anal}$ мишень не загорается, несмотря на большие плотности. Поэтому вводился коэффициент z для уменьшения мощности по сравнению с аналитической: $Q = Q_{anal}{\cdot}z$ и переход на вторую стадию энерговложения $Q = Q_{max}$. Получилось, что с уменьшением z максимальная плотность в центральной области уменьшается, но зато температура увеличивается. В проведенной серии расчетов с учетом т/я горения и 3Т-теплопроводности оптимальным оказался $0.1 < z < 0.2$, соответственно увеличению F_{max}.

6) Для выбранных параметров мишени минимально необходимая вложенная энергия в случае идеального газа составила 27 МДж/см.

"Неидеальность" газа проявляется на поздних стадиях сжатия, когда включаются ионизация и излучение. Но к этому времени энерговложение уже отключено, поэтому учесть эти эффекты в формуле для мощности нельзя. Чтобы зажечь неидеальный газ предлагается только увеличивать полное энерговложение за счет продления второй стадии $Q = Q_{max}$.

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-01-00251.

Список литературы:

1. *Долголёва Г.В., Забродин А.В.* Кумуляция энергии в слоистых системах и реализация безударного сжатия. – М.: Физматлит, 2004.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТОРОИДАЛЬНОЙ КАТУШКИ МАГНИТНЫМ ТОКОМ

А. А. Долгун[1]

[1]*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН, DolgunAA@ipgg.sbras.ru*

Тороидальные катушки используются при создании множества разнообразных электромагнитных устройств. В частности, автору потребовалось выполнять расчеты полей, генерируемых тороидальными катушками, в проекте по разработке геофизического зонда. Источник поля в виде тороидальной катушки при моделировании методом конечных элементов создает определенные трудности на этапе построения сетки: требуется большое количество тетраэдров, при увеличении количества витков густота сетки увеличивается до неприемлемых значений и т.п. В данной работе предпринята попытка заменить тороидальную катушку эквивалентным магнитным током так, чтобы снизить сложность построения сетки и уменьшить требуемое количество тетраэдров.

Тороидальная катушка представляется в виде множества отдельных токовых витков без соединений. В однородной проводящей среде решаются уравнения Максвелла в квазистационарном приближении:

$$\begin{gathered} \nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{H}, \\ \nabla \times \mathbf{H} = \sigma\mathbf{E} + \mathbf{J}, \\ \nabla \cdot \mathbf{E} = 0,\ \nabla \cdot \mathbf{H} = 0. \end{gathered} \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ – напряженности электрического и магнитного полей, σ – электропроводность среды, μ – магнитная проницаемость. При замене тороидальной катушки магнитным током плотность стороннего электрического тока $\mathbf{J}$ заменяется плотностью магнитного тока $\mathbf{M}$:

$$\begin{gathered} \nabla \times \mathbf{E} = -i\omega\mu\mathbf{H} + \mathbf{M}, \\ \nabla \times \mathbf{H} = \sigma\mathbf{E}, \\ \nabla \cdot \mathbf{E} = 0,\ \nabla \cdot \mathbf{H} = 0. \end{gathered} \tag{2}$$

Для расчета электрического и магнитного полей в задаче (1) существуют широко известные формулы, основанные на дипольном приближении, например [1]. Такие же формулы по аналогии были получены автором для задачи (2). Путем сравнения полей в обоих случаях была выведена зависимость величины магнитного тока от величины электрического тока, параметров катушки (количества витков и радиусов), параметров среды и частоты. Расчеты методом конечных элементов показали хорошее совпадение полей тороидальной катушки и магнитного тока в однородной и неоднородной среде.

Список литературы:

1. *Жданов М.С.* Электроразведка. – М.: Недра, 1986.

О МОДЕЛЯХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЛИНГВИСТИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ В ЯЗЫКОВОМ СООБЩЕСТВЕ

А. А. Егоров[1], М. А. Егорова[1]

[1]*Российский университет дружбы народов,* aegorov@sci.pfu.edu.ru
[2]*Российский университет дружбы народов,* egorova_ma@pfur.ru

Рассмотрены две интересные математические модели распространения лингвистической информации в некоторых сообществах: динамическая системная модель, описываемая несложным нелинейным уравнением и модель, описываемая системой интегро-дифференциальных уравнений (см., например, [1]). В рамках этих моделей было проведено численное исследование распространения лингвистической информации в некотором модельном индоевропейском (ИЕ) языковом сообществе, в том числе на начальном этапе его формирования (считали, что время исчезновения гипотетического прото-ИЕ языка приблизительно около 6500 лет назад [2, 3]).

Представлены результаты предварительного теоретического анализа и компьютерного моделирования. Установлено, что первая из рассмотренных математических моделей процесса распространения лингвистической информации демонстрирует как регулярное, так и типично стохастическое поведение [1]. Для второй модели наиболее характерной чертой является известный в математической лингвистике логистический характер поведения моделируемой динамической системы [1-5]. Полученные результаты позволяют в частности высказать предположение, что около 3500-4000 лет назад в рассматриваемом модельном ИЕ языковом сообществе могли возникнуть 2 основных лингвистических популяции, характеризуемые сейчас как деление индоевропейских языков на так называемые языковые ареалы «сатем-кентум» [3, 5]. Лингвисты предполагают, что такое деление могло возникнуть около 2000-2500 г.г. до н.э. Заметим, что возможны и другие изоглоссы, которые делят на две подгруппы индоевропейские языки иначе, чем «сатем-кентум» [5].

Список литературы:

1. *Егоров А.А.* Некоторые закономерности распространения информации в обществе // Сб. тез. докл. Науч.-техн. конфер. «Сети Связи и Сетевые технологии», 24-26 июня 1997, Суздаль. – М.: ЦНИИС, 1997. С. 46-49.
2. *Chang W., Cathcart C., Hall D., Garrett A.* Ancestry-constrained phylogenetic analysis supports the Indo-European steppe hypothesis // Language. 2015. V. 91 No. 1. pp. 194-244.
3. *David W. Anthony*. The Horse, the Wheel, and Language: How Bronze-Age Riders from the Eurasian Steppes Shaped the Modern World. – Princeton: Princeton University Press, 2007.
4. *Andras Kornai*. Mathematical Linguistics. – London: Springer, 2008.
5. *Бурлак С.А., Старостин С.А.* Сравнительно-историческое языкознание. – М.: Издательский центр «Академия», 2005.

РАЗДЕЛЕНИЕ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СМЕСИ. МЕТОД ГОДОГРАФА И ЗАДАЧА ГУРСА.

М. С. Елаева[1], М. Ю. Жуков[2], Е. В. Ширяева[2]

[1] *Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, mselaeva@fa.ru*

[2] *Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И.Воровича, Южный Федеральный Университет, zhuk@math.sdedu.ru, shir@math.sdedu.ru*

Исследована математическая модель разделения двухкомпонентной смеси методом зонального электрофореза. Модель представляет собой систему квазилинейных гиперболических уравнений с разрывными начальными данными в двух различных пространственных точках. При распаде начальных разрывов происходит взаимодействие между сильными и слабыми разрывами решений. В частности, возникает взаимодействие между двумя слабыми разрывами. В этом случае требуется решение задачи Гурса с начальными данными на характеристиках. Решение задачи построено при помощи метода годографа, позволяющего преобразовать исходную задачу к одному линейному гиперболическому уравнению в частных производных второго порядка с переменными коэффициентами. Для последнего уравнения определена функция Римана-Грина, использование которой позволяет получить решение задачи Гурса в неявной аналитической форме. Указанный метод будет эффективно работать во всех случаях, когда удается построить функцию Римана-Грина, в частности, для уравнения мелкой воды, уравнения Борна-Инфельда и др.

Работа поддержана Базовой частью проекта 213.01-11/2014-1 Министерство Образования и Науки Российской Федерации, Южный Федеральный Университет.

Список литературы:

1. *Елаева М.С.* Разделение двухкомпонентной смеси под действием электрического поля // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2012. Т. 52, №6. С. 1143-1159
2. *Senashov S. I., Yakhno A.* Conservation laws, hodograph transformation and boundary value problems of plane plasticity // SIGMA. 2012. Vol. 8, 071.
3. *Shiryaeva E. V., Zhukov M.Yu.* Hodograph Method and Numerical Integration of Two Hyperbolic Quasilinear Equations. Part I. The Shallow Water Equations // arXiv:1410.2832. 2014. 19 p.
4. *Shiryaeva E. V., Zhukov M.Yu.* Hodograph Method and Numerical Integration of Two Quasilinear Hyperbolic Equations. Part II. The Zonal Electrophoresis Equations // arXiv:1503.01762, 2015. 23 p.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПЛАЗМЫ В ОТКРЫТЫХ МАГНИТНЫХ ЛОВУШКАХ

А. А. Ефимова[1], Е. А. Берендеев[1], Г. И. Дудникова[2]

[1]Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, efimova@ssd.sscc.ru, berendeev@ssd.sscc.ru

[2]Институт вычислительных технологий СО РАН, dudn@ict.nsc.ru

В работе представлена двумерная численная модель, основанная на методе частиц-в-ячейках, и соответствующий параллельный код PlaTiNum для компьютерного моделирования динамики плазмы в открытых плазменных ловушках. Открытые магнитные ловушки - одно из направлений в исследованиях проблемы управляемого термоядерного синтеза, преимущество которых перед конфигурациями закрытого типа состоит в возможности ввода в плазму электронных пучков большой мощности. В первой рассматриваемой задаче параметры плазмы и входящего пучка электронов были выбраны в соответствии с параметрами лабораторных экспериментов на установке ГОЛ-3 [1] (Институт ядерной физики СО РАН, Новосибирск). Вторая задача моделирования динамики плазмы в осесимметричной ловушке-мишени с инверсными магнитными пробками и мультипольными магнитными стенками имеет непосредственное отношение к экспериментам по нейтрализации пучков отрицательных ионов [2]. Рассматривается несколько алгоритмов, позволяющих устранить особенности, возникающие при использовании цилиндрической системы координат. Проведено исследование влияния счетных параметров на решение поставленных задач. Результаты численных расчетов хорошо согласуются с существующими теоретическими оценками.

Расчеты проводились на суперкомпьютерах NKS-30T (Сибирский суперкомпьютерный центр) и Ломоносов (Суперкомпьютерный Центр МГУ имени М. В. Ломоносова). Достигнутая маштабируемость составляет нескольких тысяч вычислительных ядер.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-31-00304.

Список литературы:

1. *Burdakov, A. V., Avrorov, A. P., Arzhannikov, A. V., Astrelin, V. T., et al.:* Development of Extended Heating Pulse Operation Mode at GOL-3 // Fusion Science and Technology. 2013. V.63, №.1T, P.29-34.
2. *Dimov G.I., Ivanov A.V.* A plasma trap as a target for neutralization of the negative ion beam // Transactions of the Fusion Science and Technology. 2013. 63, (1T May), P. 111-114.

ПРИМЕНЕНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫХ ПАКЕТОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ТЕСТОВЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Н. Б. Золотов

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донской государственный технический университет», zolotov.nikita.borisovich@gmail.com

Интегро-дифференциальные уравнения встречается в задачах о трещинах нормального отрыва в 3-х мерных упругих телах. Решение уравнения — это раскрытие трещины.

Пусть трещина занимает в плоскости $z = 0$ упругого пространства область Ω, ограниченную кусочно-гладким контуром L. Трещина находится в раскрытом состоянии под действием нагрузки $\sigma_z = -\mathrm{p}(x, y),\ z = \pm 0,\ (\mathrm{x}, y) \in \Omega$. Предполагается, что напряжения на бесконечности исчезают. Симметрия задачи относительно плоскости $z = 0$ и отсутствие касательных напряжений на берегах трещины позволяют свести ее к решению одного интегро-дифференциального уравнения. Для этого необходимо к уравнениям равновесия в перемещениях применить двумерное интегральное преобразование Фурье по переменным x и y, а затем, решив полученную систему обыкновенных дифференциальных уравнений, удовлетворить граничным условиям в плоскости $z = 0$. В результате этого получим:

$$\Delta \iint_\Omega \frac{\gamma(\xi,\eta)}{R} d\xi\, d\eta = -\frac{2\pi}{\theta} p(x, y), \tag{1}$$

$$(x, y) \in \Omega, \gamma(x, y) = 0, (x, y) \in L,$$
$$R = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}, \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}.$$

Численное решение этой задачи находится с помощью конечно-элементного пакета Ansys.

Полученный численный результат сравнивается с аналитическим результатом для эллиптической трещины, к берегам которой приложена полиноминальная нагрузка.

В дальнейших исследованиях созданный программный продукт будет использован при решении задач в произвольных областях.

Список литературы:

1. *Александров В.М., Сметанин Б.И., Соболь Б.В. Тонкие концентраторы напряжений в упругих телах. М.: Наука, 1993. 133 с.*

КОМПЛЕКС ПРОГРАММ ЛОГОС. РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЧНОСТИ КОНСТРУКЦИЙ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И МЕТОДОМ СГЛАЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

А. В. Казанцев, Д. Ю. Дьянов, К. В. Циберев, А. А. Челаков, С. В. Морозов

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», г. Саров

В настоящее время во ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» разрабатывается пакет программ ЛОГОС для решения широкого круга задач, в том числе механики деформируемого твердого тела на многопроцессорных вычислительных ресурсах [1]. Одной из составных частей данного пакета программ является модуль решения задач по расчету напряженно-деформированного состояния конструкций при динамических термосиловых воздействиях, основанный на методе конечных элементов. В данном модуле пакета программ ЛОГОС реализована технология проведения расчетов деформирования конструкций, представленных подобластями из структурных конечных элементов (объемных элементов сплошной среды и оболочечных конечных элементов) и SPH-частиц с возможностью расчёта контактного взаимодействия между ними. Эта технология обеспечивает возможность проведения расчетов динамического деформирования конструкций, в которых присутствуют области больших деформаций и разрушения, сопровождающихся разлётом вещества. В докладе представлено описание базовых процедур и алгоритмов реализованного метода; представлены результаты тестовых расчетов; проведено сравнение результатов с эталонными решениями.

Литература

1. Циберев К.В., Авдеев П.А., Артамонов М.В., Борляев В.В., Величко С.В., Волков А.Ю., Володина Н.А., Дьянов Д.Ю., Корсакова Е.И., Косарим С.С., Кулыгина О.Н., Мышкина И.Ю., Наумов А.О., Присташ М.М., Резвова Т.В., Резяпов А.А., Родионов А.В., Симонов Г.П., Спиридонов В.Ф., Стародубов С.В., Тарадай И.Ю., Филимонкин Е.А., Челаков А.А., Шувалова Е.В., Рябов А.А., Романов В.И., Куканов С.С.,

Речкин В.Н., Вяткин Ю.А., Корнев А.В., Ермакова Ю.В., Митрофанов О.В.,Чупин П.В., Иевлев Д.Г., Душко А.Н., Крундаева А.Н., Новоселов А.В., Габов Д. Пакет программ ЛОГОС. Функциональные возможности для решения задач прочности // Труды XIII международного семинара «Супервычисления и математическое моделирование» - Саров, 2011.

2. произвольного числа граничных узлов // Изв. РАН. Механика твердого тела. 1998. №1. С.116-129.

АДАПТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОЦЕНКИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА ИНВАРИАНТНОСТИ

А. А. Костоглотов[1], И. В. Дерябкин[2], О. А. Костоглотова[3]

[1]ФГБОУ ВПО РГУПС, kostoglotow@me.com
[2]ФГБОУ ВПО РГУПС, i.deryabkin@jint.biz
[3]ФГБОУ ВПО РГУПС, aksa-91@mail.ru

Характер функционирования динамических систем связан с воздействием неизвестных факторов. Определение причинного воздействия по доступным для наблюдения значениям выходных переменных связано с необходимостью решения некорректной обратной задачи [1, 2, 3]. Вопрос выбора рационального варианта модели с обратной связью является актуальной научной задачей.

В работе ставиться цель – разработать алгоритм динамической оценки параметров и состояния с адаптацией модели динамических процессов на основе принципа стационарности.

Теория динамики базируется на фундаментальных вариационных принципах, к числу которых относят принцип Гамильтона – Остроградского, Гаусса, Мопертюи – Лагранжа [3].

В работе получена модель эволюции в квазилинейной форме

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial q_s}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_s}+\sqrt{\lambda^{-1}}\,p_s+\lambda^{-1}V_s=0, s=\overline{1,n} \tag{1}$$

Выводы

Анализ показывает, что скорость сходимости полученного алгоритма выше чем у известных алгоритмов. Полученные результаты могут иметь широкое применение решении задач оценки, построения эффективных моделей прогноза динамических систем, которые описываются уравнениями Лагранжа второго рода.

Работа поддержана грантами РФФИ №№ 15-08-03798, 15-38-20835, 16-37-60034, 16-38-00665.

Список литературы:

1. *Андрашитов Д.С., Дерябкин И.В, Костоглотов А.А., Костоглотова О.А.* Метод идентификации параметров модели эволюции финансовых

инструментов на основе объединенного принципа максимума // Научное обозрение. 2015. №22. С.384-389.
2. *Костоглотов А.А., Таран В.Н.* Субоптимальная оценка параметров динамических систем // Автоматика и телемеханика. 1997. №4. С.85.
3. *Костоглотов А.А.* Объединенный принцип максимума в информационных технологиях анализа и синтеза // монография; Костоглотов А.А., Костоглотов А.И., Лазаренко С.В. – Ростов-на-Дону: РТИСТ (фил.) ГОУ ВПО «ЮРГУЭС». 2010. С.164.

КРИТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ КОМПОЗИЦИОННОЙ КОНВЕКЦИИ ВО ВРАЩАЮЩЕМСЯ БЫСТРО СФЕРИЧЕСКОМ СЛОЕ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ТОЛЩИНАХ СЛОЯ И ТУРБУЛЕНТНОМ ЧИСЛЕ ПРАНДТЛЯ

М. С. Котельникова[1]

[1]*Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева Со РАН, kmaria@ngs.ru,*

Общепризнанно, что поддерживающая геодинамо композиционная конвекция, скорее всего, доминирует над тепловой конвекцией в жидком ядре Земли [1-3]. В данной работе проводится анализ устойчивости системы уравнений конвекции, масштабированных с использованием полученных в [3] типичных значений скорости, времени и концентрации. Эти асимптотически оптимально масштабированные уравнения рассматриваются в линейном приближении для исследования устойчивости конвекции в приближении быстрого вращения, когда типичный размер перпендикулярный оси вращения мал по сравнению с размером вдоль оси. Вводится новый критерий подобия δ равный отношению этого малого размера к внешнему радиусу сферического слоя r_o. При этом малую вязкость и диффузию характеризует известное число Экмана $E = \varepsilon^3 << 1$, а находящаяся на грани линейной устойчивости конвекция имеет основной масштаб порядка εr_o. Соответственно разлагая δ по степеням ε и выделяя подобно методу ВКБ сингулярную составляющую, удается упростить сложную изначальную систему до двух обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка для давления и проекции скорости на ось вращения. Критические частоты, размеры δ или числа Рэлея и решения, описывающие возникающую конвекцию, получены численно при наиболее интересных для практических приложений толщинах сферических слоев и турбулентном числе Прандтля $\sigma = 1$.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-05-00507.

Список литературы:

1. *Braginsky S.I., Roberts P.H.* Equations governing convection in earth's core and the geodynamo // Geoph. Astroph. Fluid Dynam. 1995. V.79, Is.1 P.1-97.

2. *Starchenko S.V., Jones C.A.* Typical velocities and magnetic field strengths in planetary interiors // Icarus. 2002. V.157, P.426-435.
3. *Starchenko S.V., Pushkarev Y.D.* Magnetohydrodynamic scaling of geodynamo and a planetary protocore concept // Magnetohydrodynamics. 2013. V.49, Is.1 P.35-42.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПРОФИЛЬНОЙ ПОСТАНОВКЕ

Ю. Г. Крат[1], И. И. Потапов1

[1]*Вычислительный центр ДВО РАН, krat_yuliya@mail.ru, potapov2i@gmai.com*

В работе сформулирована и решена профильная задача о развитии донной неустойчивости в напорном канале. Двумерная математическая модель, описывающая развитие донной неустойчивости, включает в себя двумерные уравнения Рейнольдса, уравнение Экснера, уравнение движения влекомых наносов.

В качестве уравнения движения влекомых наносов используется формула, предложенная в работе [1], учитывающая влияние уклонов поверхности дна, придонных нормальных и касательных напряжений на движение наносов.

Выполнено численное решение профильной русловой задачи о развитии дна канала под действием протекающего над ним напорного гидродинамического потока. Получены численные закономерности, определяющие процесс возникновения волн на донной поверхности напорного канала. Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными [2, 3] показало их хорошее качественное и количественное согласование.

Работа поддержана грантом РФФИ № 15-05-07594 А.

Работа поддержана комплексной программой фундаментальных исследований ДВО РАН, раздел 5.1.8 грант 15-I-4-070.

Список литературы:

1. *Петров А.Г., Потапов И.И.* Перенос наносов под действием нормальных и касательных придонных напряжений с учетом уклона дна // ПМТФ. 2014. Т. 55. №5. С. 100 – 105.
2. Coleman S.E.. Fedele J.J., Garcia M.H. Closed-conduit bed-forms initiation and development // Journal of Hydraulic Engineering. 2003. V. 129. No. 12. P. 956 – 965.
3. Hafez K.A., Elsamni O.A., Zakaria K.Y. Numerical investigation of the fully developed turbulent flow over a moving wavy wall using $k-\varepsilon$ turbulence model // Alexandria Engineering Journal. 2011. V.50. P. 145 – 162.

ПРОГРАММНЫЙ АУДИОМЕТР

Ю. А. Крыжановская[1], Д. С. Подлесных[1]

[1]*Воронежский Государственный Университет, jak@mail.ru,*

Информация, получаемая головным мозгом человека от органов чувств, формирует восприятие человеком окружающего мира и самого себя. В медицинской практике широкое распространение получили такие звуковые методы диагностики, как фонокардиография, ультразвуковые методы исследований [1]. Оценка остроты слуха и диагностика заболеваний органов слуха проводится с помощью специального устройства или компьютерной программы – аудиометра.

Представленная программная реализация аудиометра удовлетворяет таким требованиям, как настройка режима работы, простота, высокая скорость работы и кроссплатформенность. Программа написана на Java в среде разработки Intellij Idea. Основная задача программы – определение кривой порога слышимости. До начала работы программы специалист определяет, какие частоты и будут использоваться при тестировании. От их количества и разнообразия будет завесить финальная точность исследования и скорость его проведения. Так же можно настроить длительность звукового сигнала и, если необходимо, частоту дискретизации.

Задача испытуемого, находящегося в тихом помещении, заключается в том, чтобы нажимать на кнопку "Звук слышен" если звук был различим или "Звук не слышен", если по истечению времени испытуемый не расслышал звук. Программа проигрывает испытуемому заранее определенные частоты с разным уровнем интенсивности звука. Проигрывается частота [2] с минимальной интенсивностью звука (начиная с 1Дб). Если испытуемый не слышит частоту, интенсивность звука повышается. Тест на данной частоте происходит до тех пор, пока испытуемый не услышит звук и не нажмет кнопку "Звук услышан". После этого программа перейдет к более высокой частоте и будет повторять такие же действия. По итогам тестирования будет составлены соотношения частота-интенсивность звука для данной частоты.

По завершению тестирования будут получены два взаимосвязанных массива данных: частота воспроизведения и минимальная интенсивность звука для данной частоты. Этих данных достаточно, чтобы оценить состояние испытуемого и в дальнейшем сохранить информацию в виде таблицы или построить график зависимостей, для сравнения с идеальным графиком и выявлением отклонений.

Список литературы:

1. *Ремизов А.Н.* Медицинская и биологическая физика / А.Н. Ремизов, А.Г. Максина, А.Я. Потапенко. – М.: Дрофа, 2007.

2. Java Sound Program Guide [Электронный ресурс] - http://docs.oracle.com/javase/1.5.0/docs/guide/sound/programmer_guide/contents.html/(Дата обращения 14.05.2016)

ПРИМЕНЕНИЕ ВИХРЕРАЗРЕШАЮЩИХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В ЗАДАЧАХ ЕСТЕСТВЕННОЙ И ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ С ПРЕОБЛАДАНИЕМ ГРАВИТАЦИОННЫХ СИЛ

В. В. Курулин, А С Козелков, О Л Крутякова, Ю А Циберева, И Л Матерова

ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», kurulin@mail.ru

Необходимость моделирования процессов естественной и вынужденной конвекции с преобладающим влиянием гравитационных сил часто встречаются при проектировании элементов реакторных установок. Процесс течения теплоносителя в подобных установках включает многократное смешение разнотемпературных потоков в соединениях различного типа. Различие в температуре потоков приводит к различию в их плотности, что приводит к большому влиянию на процесс перемешивания силы гравитации. В процессах естественно-конвективного движения теплоносителя сила гравитации и вовсе является главной движущей силой.

В настоящее время наиболее перспективным подходом к численному моделированию подобных процессов является использование вихреразрешающих моделей турбулентности: прямое численное моделирование DNS, метод крупных вихрей LES [1], а также гибридные подходы [2]. Такое модели позволяют получать хорошие результаты, а также обеспечивать детальной информацией о структуре течения. Однако, наряду с высокой ресурсозатратностью, их практическое использование ограничивается серьезными проблемами численного характера: необходимость использования низкодиссипативных численных схем, дополнительных алгоритмов повышения устойчивости счета, сложности в получении итогового результата.

В докладе представлены разработки, выполненные на базе пакета программ ЛОГОС [3,4], позволяющие эффективно использовать вихреразрешающие модели турбулентности при расчете практических задач естественной и вынужденной конвекции с преобладанием гравитационных сил. В частности представлена низкодиссипативная численная схема BCD [5] совместно с алгоритмом повышения устойчивости счета [5], которые вкупе позволяют получать устойчивое численное решение задачи, а также представлен алгоритм поэтапного решения практических задач.

Данные разработки применяются для решения канонических задач неизотермического течения жидкости (тепловой пограничный слой, течение в квадратном канале), результаты которых используются для выработки оценок по необходимому сеточному разрешению. Далее рассматриваются ряд промышленно-ориентированных задач, где существенным является учет сил гравитации. По каждой задаче представлен детальный анализ эффективности работы представленных алгоритмов. Полученные результаты задач сравниваются с известными экспериментальными либо численными результатами других авторов.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-31-00080.

Список литературы:

1. *Волков К.Н., Емельянов В.Н.* Моделирование крупных вихрей в расчетах турбулентных течений. - М.: Физматлит, 2008.
2. *Gritskevich M.S., Garbaruk A.V., Schütze J., Menter F.R.* Development of DDES and IDDES Formulations for the k-ω Shear Stress Transport Model // Flow Turbulence Combust, 2011.
3. *Погосян М.А., Савельевских Е.П., Шагалиев Р.М., Стрелец Д.Ю., Рябов А.А., Корнев А.В., Дерюгин Ю.Н., Спиридонов В.Ф., Циберев К.В.* Применение отечественных суперкомпьютерных технологий для создания перспективных образцов авиационной техники// Журнал ВАНТ, сер. Математическое моделирование физических процессов, 2013, вып.2 стр. 3-17.
4. *Козелков А.С., Шагалиев Р.М., Денисова О.В., Дерюгин Ю.Н., Курулин В.В., Ялозо А.В., Лашкин С.В.* Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях // Вычислительная математика и математическая физика, вып.8, 2016.
5. *Курулин В.В., Козелков А.С.* Численная схема для моделирования турбулентных течений несжимаемой жидкости с использованием вихреразрешающих подходов // Журнал вычислительной математики и математической физики.– 2015. – Т. 55, № 7. – С. 135-146.

ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОИСКА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СОЛИТОНОВ.

В. С. Лапонин[1], Н. П. Савенкова[1]

[1] *МГУ имени М.В. Ломоносова, факультет ВМК, lap@cs.msu.ru*

Наиболее ранние наблюдения пространственных солитонов относятся к эксперименту 1974 г., в котором было найдено самоканалирование оптического пучка в сплошной среде [1]. Спустя 10 лет был получен тот же результата в экспериментах с использованием ориентационной нелинейности жидкости CS_2 (сероуглерод) в оптических волноводах [2]. Для подавления дифракции пучка в одном поперечном направлении жидкий сероуглерод размещался между двумя стеклянными пластинами, эффективно формируя планарный волновод. Эти эксперименты инициировали многочисленные наблюдения одномерных светлых пространственных солитонов [3] в 1990-ых годах при использовании различных сред, таких как стекло, полупроводники и полимеры.

Детализирование эффектов взаимодействия солитонов требует проведение математического моделирования физических экспериментов [3-5]. При этом возникает проблема развития эффективных численных методов решения нелинейных дифференциальных уравнений [4-5]. Распространение пространственных солитонов может быть описано нелинейным уравнением Шредингера [6], которое допускает солитонные решения. Благодаря эффективному численному методу, представленному в работе [3], производится численное исследование пространственных солитонов и сравнение полученных численных результатов с аналитическим решением.

Список литературы:

1. *Bjorkholm J.E., Ashkin A.* // Phys. Rev. Lett. 1974. V. 32. P. 129.
2. *Barthelemy A., Maneuf S., Froehly C.* // Opt. Commun. 1985. V. 55. P. 201.
3. *Savenkova N.P., Laponin V.S.*, A numerical method for finding soliton solutions in nonlinear differential equations // Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics, 2013, V. 37, № 2, P. 49-54.
4. *Bychkov V.L., Savenkova N.P., Anpilov S.V., Troshchiev Yu.V.* Modeling of vorticle objects created in gatchina discharge // *IEEE Transactions on Plasma Science*, 2012, V. 40(12), P. 3158–3161.
5. *Yusupaliev U., Savenkova N.P., Troshchiev Yu.V., Shuteev S.A., Skladchikov S.A., Vinke E.E., Gusein-zade N.G.* Vortex rings and plasma toroidal vortices in homogeneous unbounded media. II. The study of vortex formation process // Bulletin of the Lebedev Physics Institute, 2011, V. 38, P. 275-282.
6. *Laponin V. S.* Numerical investigation of spatial solitons // Computational Mathematics and Modeling, 2016, Vol. 27, no. 2, P. 181–189.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ КОНВЕКТИВНЫХ ТЕЧЕНИЙ И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ ПЕРЕМЕННЫХ В УСЛОВИЯХ БИФУРКАЦИИ РЕШЕНИЙ

В. В. Ларченко

Донской государственный технический университет, lar@aaanet.ru

Предложено моделировать конвективные течения в окрестности точек ветвления частично осредненными искомыми. Их количество не совпадает с неизвестными в инерционных членах систем Эйлера и Навье-Стокса. Оно определяется локальными свойствами среды в текущей точке области изменения независимых переменных. Цель исследования установить некоторые закономерности последствий физических процессов на масштабах, предшествующих, но близких к характерному размеру модели Навье-Стокса. Особенность постановки автора заключается в том, что нелинейные члены уравнений движения осредняются с помощью матрицы вероятностей $P \in R^{n \times n}$. Конвективный перенос энергии в уравнении теплопроводности интерпретируется специальной последовательностью $c \in R^n$, аддитивная норма которой равна теплоёмкости среды $< c >$ для однородного приближения, отвечающего $n = 1$ [1].

Если коэффициент объемного расширения $< \beta >$ задать последовательностью $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n$, $| < \beta > - \beta_i | << 1$, $i = 1, 2, ..., n$, то система автора позволяет оценить отклонение точек ветвления, когда на компоненты континуума действуют различные силы Архимеда. В типичных ситуациях специалистами исследуется влияние внешних возмущений на рождение вторичных течений. В то время как автором рассматривается их возможное множество, обусловленное изменением неоднородных свойств среды.

Расчеты проведены для стационарного течения в гравитационном поле между двумя изотермическими стенками. Анализировалось отклонение критической температуры θ^* при $n = 2$ от её значения $\tilde{\theta}^*$, отвечающее модели движения связной системы Навье-Стокса и теплопроводности. В вычислениях параметр Прандтля равен 5.4, $c_1 = c_2 = 0.5 < c >$, а элементы p_{ij} матрицы вероятностей P удовлетворяют условиям: $p_{ii} = p$, $\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n$, $p_{12} = p_{21} = 1 - p$. Оказалось, что $\Delta(p) = (\tilde{\theta}^* - \theta^*(p)) / \tilde{\theta}^*$ монотонная функция p. Если $\beta_1 = < \beta > - \varepsilon$, $\beta_2 = < \beta > + \varepsilon$, $\varepsilon << 1$, то $\Delta(p) = 0$ при том p, в котором дискретный аналог функции Гиббса достигает экстремума. Здесь “волновое число” вторичного течения принимает максимальное значение. Исследованы закономерности обращения $\Delta(p)$ в ноль при $\beta_1 = < \beta > - \varepsilon_1$, $\beta_2 = < \beta > + \varepsilon_2$, $\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$.

Список литературы:

1. *Ларченко В.В.* Закон Архимеда в условиях бифуркации решения и частичное осреднение феноменологических переменных // ЖВМ и МФ, 2011. Т.51, №4. С. 708-722.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ И ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОЛИНУКЛЕОТИДНЫХ ЦЕПОЧЕК.

В. Д. Лахно

Институт математических проблем биологии РАН – филиал Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук», lak@impb.ru

В докладе дан обзор численных экспериментов по переносу заряда в ДНК. Движение заряда в полинуклеотидной цепочке описывается квантовомеханически, а колебательные степени свободы цепочки классически. В докладе особое внимание уделено динамике формирования поляронного состояния, движению полярона в электрическом поле, блоховским осцилляциям и бризерным состояниям.

На основе решения динамических уравнений для однородных цепочек с избыточным зарядом рассчитываются их термодинамически равновесные состояния и такие величины как энергия и теплоемкости. Полученные результаты могут быть положены в основу нового направления – неинвазивной электронной нанокалориметрии ДНК.

Работа поддержана грантами РФФИ №16-07-0035 и РНФ №16-11-10163

Список литературы

1. A.P.Chetverikov, W. Ebeling, V.Lakhno, A.S.Shigaev, M.G.Velarde, On the possibility that local mechanical forcing permits directionally-controlled long-range electron transfer along DNA-like molecular wires with no need of an external electric field// Eur. Phys. J. B (2016) 89: 101
2. N.Fialko, E.Sobolev, V.Lakhno, Temperature dependence of electronic heat capacity in Holstein model of DNA // Phys. Lett. A, (2016), 380, 1547
3. Лахно В.Д., Фиалко Н.С.. О динамике полярона в классической цепочке с конечной температурой // ЖЭТФ, 2015, т.147, вып. 1, с.142-148

О ЗАДАЧЕ АНЖЕЛЕСКО В ТЕОРИИ ЛОГАРИФМИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

В. Г. Лысов[1], Д. Н. Туляков[1]

[1]*ИПМ им. М.В. Келдыша РАН, vlysov@mail.ru*

Пусть Δ_1 и Δ_2 - отрезки вещественной оси, параметр $\theta \in (0,1)$. Рассмотрим класс $M(\theta)$ пар борелевских положительных мер (μ_1, μ_2) с носителями на этих отрезках: $\operatorname{supp}(\mu_j) \subseteq \Delta_j$ и полными вариациями $|\mu_1| = \theta, |\mu_2| = 1-\theta$. В классе $M(\theta)$ введем функционал энергии:

$$J(\mu_1,\mu_2) := I(\mu_1,\mu_1) + I(\mu_1,\mu_2) + I(\mu_2,\mu_2), \tag{1}$$

где $I(\mu_1,\mu_2) = -\iint \log|x-y|\, d\mu_1(x) d\mu_2(y)$. В силу строгой выпуклости функционала J, в классе $M(\theta)$ существует единственная экстремальная пара мер (λ_1,λ_2) такая, что

$$J(\lambda_1,\lambda_2) = \min_{(\mu_1,\mu_2)\in M(\theta)} J(\mu_1,\mu_2). \tag{2}$$

Векторная экстремальная мера (λ_1,λ_2) однозначно определяется следующими соотношениями равновесия ($a_{11}=a_{22}=2,\ \ a_{12}=a_{21}=1$):

$$\left(a_{1j}V^{\lambda_1} + a_{2j}V^{\lambda_2}\right)(x) \begin{cases} = w_j, & x \in \operatorname{supp}(\lambda_j) \\ \ge w_j, & x \in \Delta_j \end{cases}, \ j = 1, 2,$$

где $V^{\mu}(x) := -\int \log|x-y|\, d\mu(y)$ - логарифмический потенциал.

В случае неперекрывающихся отрезков ($\operatorname{int}(\Delta_1 \cap \Delta_2) = \varnothing$), данная экстремальная задача Анжелеско изучалась в работах [1-3] в связи с исследованием предельного поведения многочленов совместной ортогональности.

Нашей целью является построение решения задачи Анжелеско в явном виде в терминах некоторых алгебраических функций в случае $\operatorname{int}(\Delta_1 \cap \Delta_2) \neq \varnothing$.

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-01-00604.

Список литературы:

1. *Гончар А.А., Рахманов Е.А.* О сходимости совместных аппроксимаций Паде для систем функций марковского типа // Тр. МИАН, 157, 1981, 31–48.

2. *Yattselev M.* Strong asymptotics of Hermite–Padé apprgroximants for Angelesco systems with complex weights // Canad. J. Math., 68(5), 2016, 1159-1200.

3. *Aptekarev A.I., Kalyagin V.A., Lysov V.G., Tulyakov D.N.* Equilibrium of vector potentials and uniformization of the algebraic curves of genus 0 // J. Comp. Appl. Math., 233, 2009, 602-616.

ПРЕДВАРИТЕЛЬНАЯ НАСТРОЙКА ПАРАМЕТРОВ МОРСКОЙ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ С ДВУМЯ ИСТОЧНИКАМИ ПУТЕМ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЕЕ РАБОТЫ

А. В. Мариненко[1], М. И. Эпов[1]

[1]*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН (ИНГГ СО РАН), arkadiy@reqip.net*

В настоящее время для морской разведки залежей углеводородов широко применяются различные методы, связанные с воздействием на вмещающую среду импульсов электромагнитного поля. Разведку осуществляют с помощью различных исследовательских комплексов, аппаратуры и оборудования, самый распространенный из которых представлен в работе [1]. Задачей, решаемой авторами, являлась разработка комплекса аппаратуры и способа морской электроразведки с его использованием, позволяющих получить надежный прогноз пород подстилающей среды, а также снизить трудоемкость работ по снятию необходимых для этого параметров. Для реализации заявленной задачи предлагается устройство для морской электроразведки в движении судна, состоящее из блока формирования возбуждающего поля, включающего коммутатор, формирующий непрерывную синусоидальную импульсную последовательность переменного тока с частотой от 1 до 100 Гц и силой тока от 5 до 7500 А (возможность применения токов большой величины доказана в работе [2]), судовой генератор, генераторную установку, состоящую из двух перпендикулярных изолированных кабельных линий равной длины, блок измерения сигналов, включающий приемную двухэлектродную кабельную линию, размещенную на некотором удалении от источника и служащую для измерения разности фаз. Для определения эффективных частот, сил тока в кабелях и размеров установки используются как теоретические знания о работе подобных установок в аналогичных средах, так и численное моделирование разработанной установки. Так, длины кабелей определяются исходя из правила — пять глубин моря в исследуемой области; частота тока выбирается с точки зрения необходимой глубины скин-слоя, которая в частном случае однородной среды определяется по формуле: $\delta = 503(f\sigma)^{-1/2}$, где f — частота тока, σ — электропроводность среды; относительные силы тока в кабелях и расстояния до приемников быстро и эффективно могут быть определены только с помощью численного моделирования, которое осуществляется в трехмерной среде векторным методом конечных элементов.

Для представленной установки подготовлена заявка на выдачу патента.

Список литературы:

1. *Andreis D., Macgregor L.* Time domain versus frequency domain CSEM in shallow water // SEG Annual Meeting, San Antonio. 2007. P.643-647.
2. *Barker N.D., Morten J.P., Shantsev D.V.* Optimizing EM data acquisition for continental shelf exploration // The Leading Edge. November 2012. P.1276-1284.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАСПАДЕ РАЗРЫВА В ДВУХТЕМПЕРАТУРНОЙ И ТРЕХТЕМПЕРАТУРНОЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКЕ

Н. Я. Моисеев, Е. А Шестаков

РОСАТОМ ФГУП РФЯЦ-ВНИИТФ им. акад. Е.И.Забабахина, Снежинск, nyamoiseyev@vniitf.ru, evgeny.a.shestakov@gmail.com

Представлены алгоритмы приближенного решения задачи о распаде произвольного разрыва в двухтемпературной и трехтемпературной газовой динамике [1], [2]. Если среды описываются согласованными уравнениями состояния в форме Ми-Грюнайзена, то решение задачи о распаде разрыва находится точно [3]. Численные методы построены без конструирования общего уравнения состояния для смеси и опираются на решения этой задачи в однотемпературной газовой динамике [4].

Список литературы

1. *Забродин А.В., Прокопов Г.П.*. Методика численного моделирования двумерных нестационарных течений теплопроводного газа в трехтемпературном приближении. // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1998. Вып. 3.С. 3-16.
2. *Прокопов Г.П.*. Задача о распаде разрыва в трехтемпературной газовой динамики. М.: Препринт ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. № 66. 2004.
3. *Моисеев Н.Я., Шестаков Е.А.* Решение задачи о распаде разрыва в двухтемпературной и трехтемпературной газовой динамики //Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2015.Т.55. №9. С.1579–1585.
4. *Годунов С.К.*. Разностный метод численного расчета разрывных решений уравнений гидродинамикию М.: Матем. Сб.1959. №47. Вып. 3. С. 271-306.

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД РАСЩЕПЛЕНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНОГО КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРЕНОСА ЧАСТИЦ

Н. Я. Моисеев, В. М. Шмаков

РОСАТОМ ФГУП РФЯЦ-ВНИИТФ им. акад. Е.И.Забабахина, Снежинск, nyamoiseyev@vniitf.ru, v.m.shmakov@ vniitf.ru

Рассмотрен подход к модификации метода расщепления [1] для решения нестационарного кинетического уравнения переноса частиц (нейтронов) без итераций по интегралу столкновений. Суть модификации состоит в том, что решения интегро–дифференциальных уравнений первого этапа и интегралы столкновений находятся аналитическими методами, а не разностными [2].

Метод решения естественным образом обобщается на решение задач в многомерных пространствах и позволяет осуществить счет в режиме массового параллелизма.

Список литературы

1. *Марчук Г.И., Яненко Н.Н.* Решение многомерного кинетического уравнения методом расщепления //ДАН.1964. Т.157.№6.С.1291-1292.
2. *Моисеев Н.Я., Шмаков В.М.* Модифицированный метод расщепления для решения нестационарного кинетического уравнения переноса частиц // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. 2016. Т.56. №8. С. 110–120.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ И ПАССИВНОГО МАССОПЕРЕНОСА В МЕЛКОМ ПРОТЯЖЕННОМ И СЛАБО ИСКРИВЛЕННОМ БЕЗНАПОРНОМ ПОТОКЕ МАЛОЙ МУТНОСТИ

К. А. Надолин[1], И. В. Жиляев[2]

[1]*Южный федеральный университет, nadolin@math.sfedu.ru*
[2]*Южный научный центр РАН, zhilyaev@mail.com*

Особенностью естественных водотоков является значительная протяженность и малая глубина потока по сравнению с его шириной: отношение между характерной глубиной и характерной шириной речного русла равнинных рек колеблется в пределах от 0.1 до 0.005. Это используется в [1] для получения на основе метода малого параметра упрощенных математических моделей гидродинамики и пассивного массопереноса в спокойных и слабо искривленных потоках.

В докладе представлены результаты численного исследования пассивного переноса вещества с учетом процессов его диффузии и распада в рамках одной из предложенных в [1] математических моделей массопереноса безнапорным потоком в недеформируемом русле, а именно редуцированной трехмерной модели мелкого протяженного потока.

В силу предположения о пассивности примеси неизвестное поле скорости определяется из независимой подсистемы, которую в некоторых случаях удается проинтегрировать аналитически. Уравнение для концентрации приходится решать численно.

Заметим, что в используемой модели учитывается пространственная структура течения, что позволяет изучить влияние таких внешних факторов, как например, воздействие ветра, а также изменение формы русла и береговой линии на особенности распределения вещества в потоке.

Для верификации результатов, полученных в рамках редуцированной модели было проведено прямое численное моделирование как течения, так и распространения примеси в потоке на основе полных моделей, реализованных в конечно-элементном программном комплексе COMSOL. Были рассмотрены как ламинарные, так и турбулентные течения.

Полученные результаты позволяют утверждать, что предложенная редуцированная 3D модель массопереноса адекватно описывает гидродинамику и перенос вещества в мелком протяженном и слабо искривленном водотоке малой мутности.

Работа частично поддержана грантом РФФИ № 4-08-31612 мол_а.

Список литературы:

1. *Надолин К.А.* Об одном подходе к моделированию пассивного массопереноса в русловых потоках // Математическое моделирование. 2009. Т. 21, № 2. С.14-28.

МЕТОД СИНГУЛЯРНОЙ ФУНКЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЧАСТИЧНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОБЛЕМ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ

Ю. М. Нечепуренко

Институт вычислительной математики РАН, yumnech@yandex.ru

Доклад посвящен модернизации предложенного в [1] метода сингулярной функции, предназначенного для решения частичных нелинейных проблем собственных значений, в том числе, проблем с экспоненциальным вхождением спектрального параметра, возникающих при анализе устойчивости систем с запаздыванием. Обсуждается необходимая для метода сингулярной функции процедура вычисления сингулярного вектора, отвечающего минимальному сингулярному числу значения матричного пучка в заданной точке комплексной плоскости, на основе одного из современных вариантов метода сопряженных градиентов. Кроме того, обсуждаются совместимые с методом сингулярной функции процедура исчерпывания и метод анализа чувствительности спектральных характеристик к возмущению начальных данных на основе спектральных портретов. Демонстрируются и обсуждаются результаты численных экспериментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, код проекта 16-01-00572.

Список литературы:

3. Nechepurenko Yu.M. On the singular-function approach to eigenproblems // Russ. J. Numer. Anal. Math. Modelling. 1998, V.13, № 3, P. 219-233.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД НА БОЛЬШИХ ТЕРРИТОРИЯХ ПО ТЕХНОЛОГИИ WIKI-MODELLING

А. П. Николаев[1], Л. А. Николаев[1]

[1]ООО "Геодин", info@geodin.ru

В качестве детальных авторами приняты модели фильтрации подземных вод с размерами расчетных блоков менее 1 метра для больших территорий с площадью в сотни квадратных километров, предназначенные для решения практических задач по управлению подземными водами. Создание модели фильтрации предполагает обеспечение исходными данными о пространственном распределении параметров фильтрационной среды, граничных условий, источниках воздействия на подземные воды.

Технология wiki-modelling предполагает:

- единую рабочую детальную модель, загруженную на суперкомпьютер (СК), доступную всем зарегистрированным пользователям;
- отправку на СК пользователями исходных данных по отдельным участкам модели по стандартной форме;
- отправку на СК запросов на расчеты фильтрации подземных вод по отдельным участкам по конкретным сценариям.

Технология wiki-modelling предполагает участие неограниченного количества специалистов в наполнении исходными данными и использовании численной модели в соответствии с установленными правилами.

Алгоритм детального численного моделирования фильтрации подземных вод на больших территориях [1, 2] предполагает использование пространственной декомпозиции для параллельных вычислений на многопроцессорных системах:

- большая область моделирования разделяется на достаточно маленькие кластеры, каждый из которых имеет пограничную с соседней общую область;
- для всех кластеров внутренние граничные условия, а также для боковых и угловых кластеров внешние граничные условия на строго внешних границах большой области моделирования реализуются стандартным образом;
- для всех кластеров в области перекрытия с соседним кластером задается вычисляемое граничное условие 1 рода: на каждом шаге по времени кластер в качестве граничного значения берет уровни из соседнего кластера в строке или столбце, удаленном от края на заданное расстояние перекрытия;
- после достижения конечного расчетного времени результаты моделирования по кластерам обрезаются по середине полосы перекрытия и «сшиваются» в единый числовой массив результатов для области конкретной задачи.

Сформулированы требования к технологии wiki-modelling:

- возможность моделирования территории неограниченного размера;
- хранение детальной модели и выполнение расчетов на централизованном вычислительном ресурсе (ЦВР);

- подготовка и передача удаленными операторами на ЦВР исходных данных по участкам детального моделирования конкретных объектов строительства - данные о геологическом строении и гидрогеологических условиях по результатам новых инженерно-геологических изысканий, параметры и этапы строительства и эксплуатации проектируемого объекта, сценарии прогнозных расчетов;
- автоматическая модернизация детальной модели и решение обратной задачи на ЦВР;
- производство практических прогнозных вычислений на ЦВР;
- получение результатов расчета на ЦВР и их визуализация на удаленном рабочем месте.

Таким образом реализуется технология wiki-modelling - постоянная коллективная модернизация детальной геофильтрационной модели с использованием единого аппарата моделирования всеми операторами.

Список литературы:

1. *Николаев А.П., Николаев Л.А.* Детальное численное моделирование геофильтрации на больших территориях // Сборник научных трудов Международной конференции "Разностные схемы и их приложения", посвященной 90-летию профессора В.С. Рябенького, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, 27 - 31 мая 2013 года. С. 83-84.
2. *Николаев А.П., Крохичева И.В., Николаев Л.А., Овчаренко Р.И.* Алгоритм и программа для детального гидрогеологического моделирования больших территорий // Математическое моделирование, геоинформационные системы и базы данных в гидрогеологии. Материалы всероссийской научно-практической конференции (25–27 сентября 2013 г.). – М.: АНО УКЦ «Изыскатель», 2013. – С. 57-61.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОГНЕННОГО ТОРНАДО

А. Г. Обухов[1], Д. Д. Баранникова[2], Р. Е. Волков[2]

[1]*Тюменский индустриальный университет, aobukhov@tsogu.ru*
[2]*Тюменский государственный университет, mlusy_and_jam@mail.ru, email@romanvolkov.ru*

В экспериментальной работе [1] была продемонстрирована принципиальная возможность физического моделирования свободных концентрированных огненных вихрей в лабораторных условиях.

В работе [2] по численному моделированию тепловых восходящих закрученных потоков на границе области нагрева было обнаружено возникновение нескольких локальных вихрей с противоположной направленностью вращения.

В [3] математически описано решение системы уравнений газовой динамики, передающее возникновение отрицательной для Северного полушария и положительной для Южного полушария закрутки газа вблизи нагревающегося вертикального цилиндра. Подобное закрученное движение воздуха наблюдается и в природных огненных вихрях [4].

В настоящей работе численно моделируется закрученное течение воздуха вокруг плавно нагревающегося цилиндра в условиях действия сил тяжести и Кориолиса. С помощью явной разностной схемы численно строились решения полной системы уравнений Навье-Стокса, описывающие трехмерные нестационарные течения вязкого сжимаемого теплопроводного газа. Выполнены расчеты всех газодинамических параметров для различных моментов времени начальной стадии формирования потока воздуха. Кроме того, построены мгновенные линии тока, соответствующие траекториям движения частиц в возникающем течении.

Установлено отрицательное для Северного полушария направление закрутки течения воздуха, возникшего при нагревании вертикальной цилиндрической области, что соответствует выводам указанных выше работ.

Работа поддержана Министерством образования и науки РФ № 3023.

Список литературы:

1. *Вараксин А.Ю., Ромаш М.Э., Копейцев В.Н.* О возможности генерации концентрированных огненных вихрей без использования принудительной закрутки // ДАН. 2014. Т. 456. № 2. С.159-161.
2. *Обухов А.Г., Баранникова Д.Д.* Особенности течения газа в начальной стадии формирования теплового восходящего закрученного потока // Известия вузов. Нефть и газ. 2014. № 6. С.65-70.
3. *Баутин С.П., Крутова И.Ю., Обухов А.Г.* Закрутка огненного вихря при учете сил тяжести и Кориолиса // Теплофизика высоких температур. 2015. Т. 53, № 6. С.961-964.
4. *Наливкин Д.В.* Смерчи. М.: Наука, 1984. 112 с.

ОБ ЭФФЕКТИВНОМ АНАЛИТИКО-ЧИСЛЕННОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ КОЛМОГОРОВА−ПЕТРОВСКОГО−ПИСКУНОВА В КВАЗИСТАЦИОНАРНОМ СЛУЧАЕ

С. В. Пикулин[1]

[1]*ВЦ РАН (ФИЦ ИУ РАН), spikulin@gmail.com*

Рассматриваются решения типа бегущей плоской волны $u(t,x)=\psi\big(\eta(t,x)\big)$ уравнения типа Колмогорова−Петровского−Пискунова [1]

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=F\big(u(t,x)\big),$$

возникающего при моделировании некоторых реакционно-диффузионных процессов; здесь t − время, x − пространственная координата, $\eta:=(x-\omega t)$ − автомодельная переменная, ω − скорость распространения волны, лежащая в разрешенном диапазоне $\omega\ge\omega_0$, $F>0$ на $(0,1)$, $F(0)=F(1)=0$; неизвестная функция $\psi(\eta)$ принимает значения в интервале $(0,1)$ и задает форму профиля набегающей волны.

При некоторых предположениях об аналитических свойствах функции F получено новое представление обратной функции профиля волны

$\eta(\psi)=G(\psi,\delta)+H(\psi^{\delta},\delta),\quad \psi\in(0,1)$,

где $\delta>0$ − произвольный параметр, $G(\psi,\delta)$ имеет явный вид, а функция $H(z,\delta)$ является аналитической по z на промежутке $(0,1]$ и имеет коэффициенты ряда Тейлора в точке $z=1$, явно выражающиеся через коэффициенты функции F.

Для счетного множества значений скорости ω, всюду плотного на луче $[\omega_0,+\infty)$, параметр δ может быть выбран таким образом, что функция $H(z,\delta)$ обладает аналитичностью на замкнутом отрезке $z\in[0,1]$, что позволяет в этом случае эффективно находить форму профиля бегущей волны во всем диапазоне значений $\psi\in(0,1)$. Предварительные результаты для частного случая уравнения Фишера были анонсированы в статье [2].

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-01-00781 и программой фундаментальных исследований ОМН РАН № 3 «Современные вычислительные и информационные технологии решения больших задач».

Список литературы:

1. *Колмогоров А. Н., Петровский И. Г., Пискунов И. С.* Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием количества вещества и его применение к одной биологической проблеме // Бюллетень МГУ. Секция А. 1937. Т.1, №6. С. 1–25.
2. *Пикулин С.В.* О решениях типа бегущей волны для нелинейного параболического уравнения // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. 2015. № 6 (128). С.110-116.

ДЕТЕРМИНИСТИЧЕСКИЙ И СТОХАСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПЛАЗМЫ

И. Ф. Потапенко[1], Л. П.Басс[1], Г. В.Долголева[1] ,С. А.Карпов[2]

ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, irina@krldysh.ru, *bass@kiam.ru,dolgg@list.ru*
[2] ВНИИА им.Н.Л.Духова, karpov.st@yandex.ru

Предложен алгоритм численного решения кинетического уравнения для плазмы с нелинейным интегралом столкновений Ландау-Фоккера-Планка в 1D2V геометрии. Нелинейный интеграл столкновений рассчитывается с помощью полностью консервативных разностных схем. Самосогласованное электрическое поле вычисляется из условия электронейтральности на каждом шаге по времени. Сравниваются преимущества и недостатки другого подхода к решению аналогичной задачи методом Монте-Карло в 1D3V геометрии. Рассматривается задача о распространении тепловой волны от нагретой стенки вглубь плазмы. Задачи подобного рода интересны с фундаментальной точки, поскольку, в частности, важной проблемой является разномасштабность рассматриваемых физических процессов (градиенты температур и плотности). Кроме того, эти задачи имеют широкое приложение, например, в исследовании динамики лазерной плазмы.

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-01-00251и № № 16-01-00256 .

Список литературы:

4. *Bobylev A.V., Potapenko I.F.* Monte Carlo methods and their analysis for Coulomb collisions in multicomponent plasmas// Journal of Computational Physics. 2013. V.246 P.123-144.
5. *Басс Л.П., Долголева Г.В., Потапенко И.Ф.* Численный расчет переноса тепла электронами в столкновительной плазме методом конечных разностей. – Препринт ИПМ № 86, Москва, 2015.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ НАГРУЖЕННОЙ ОБОЛОЧКИ

А. А. Самсонов[1], **С. И. Соловьёв[1]**, П. С. Соловьёв[1]

[1]Казанский (Приволжский) федеральный университет, sergei.solovyev@kpfu.ru

Исследуется задача о собственных колебаниях оболочки с упруго присоединенными грузами, которая состоит в определении собственных значений и собственных функций задачи на собственные значения для системы дифференциальных уравнений с рациональной зависимостью от спектрального параметра [1]. Эта задача имеет последовательность конечнократных собственных значений, занумерованных по возрастанию с учетом кратности, с единственной предельной точкой на бесконечности. Последовательности собственных значений соответствует нормированная последовательность собственных функций. Исходная бесконечномерная задача аппроксимируется задачей в конечномерном подпространстве. Конечномерная задача эквивалентна матричной задаче на собственные значения с рациональной зависимостью от спектрального параметра. Исследуется разрешимость матричной задачи и свойства решений. Для решения рациональной матричной задачи на собственные значения предложен и обоснован метод итерации подпространства. Представленные результаты обобщают и развивают результаты, полученные в [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-11-10299).

Список литературы:

1. *Андреев Л.В., Дышко А.Л., Павленко И.Д.* Динамика пластин и оболочек с сосредоточенными массами. – М.: Машиностроение, 1988.
2. *Соловьёв С.И.* Нелинейные задачи на собственные значения. Приближенные методы. – Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2011.

БИБЛИОТЕКА УПРАВЛЕНИЯ АДАПТИВНЫМИ СЕТКАМИ GRIDMAN3DA

А. В. Северин

ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, severin@kiam.ru

В докладе представлен набор инструментальных средств для работы с локально-адаптивными трехмерными сетками на основе нерегулярных. Исходной является полученная из внешнего редактора нерегулярная сетка, состоящая преимущественно из шестигранников, но могущая также включать тетраэдры и другие многогранники. В процессе адаптации шестигранные ячейки рекурсивно разбиваются на 8 частей, подобно адаптивным декартовым сеткам.

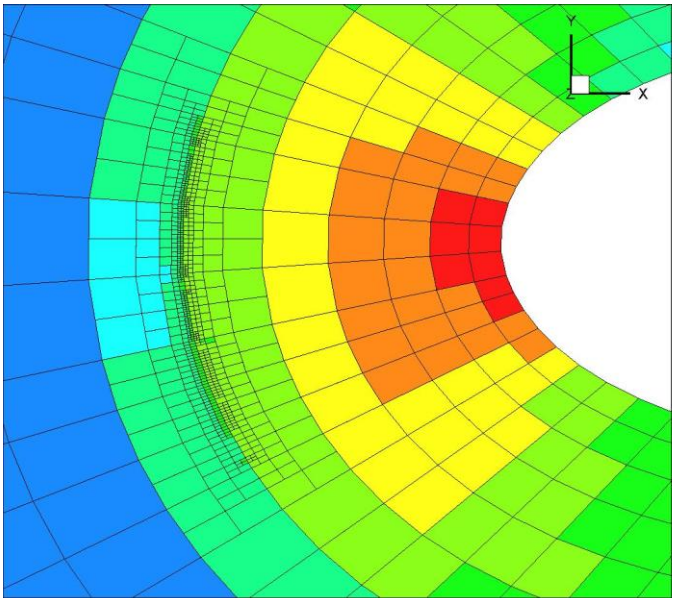


Рисунок 1 – Локальная адаптация сетки вблизи фронта ударной волны, отраженной от передней кромки крыла.

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-01-00566.

Список литературы:

1. *Афендиков А.Л., Луцкий А.Е., Плёнкин А.В.* Локализация особенностей газодинамических полей и адаптация расчетной сетки к положению разрывов. // Матем. моделирование, 24:12 (2012), С. 49–54.
2. *Луцкий А.Е., Северин А.В.* GridMan3D – библиотека подпрограмм для параллельных вычислений на нерегулярных сетках // Препринт ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 78. 22 с.

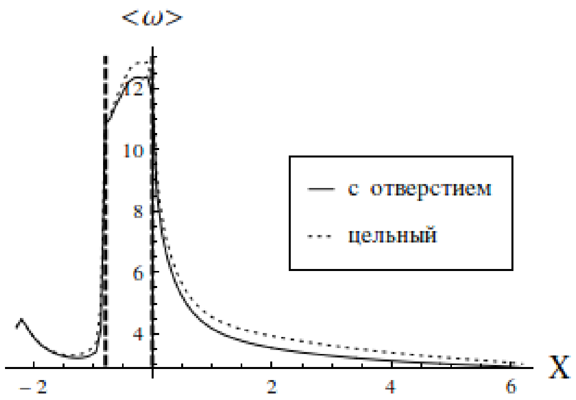
СРАВНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ ПОДХОДОВ К ИССЛЕДОВАНИЮ ГЕНЕРАЦИИ КРУПНОМАСШТАБНОЙ СПИРАЛЬНОСТИ В КРУГОВОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

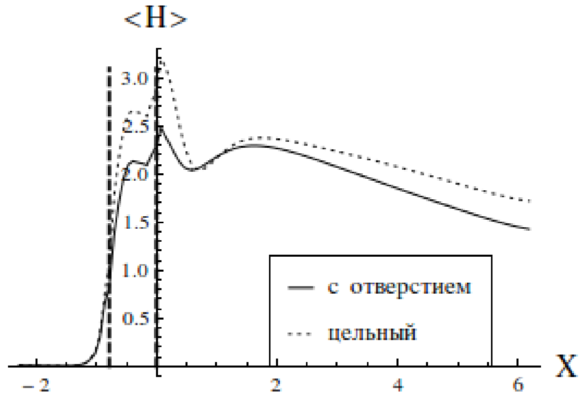
А. Н. Сенин[1], А. В. Чупин[123]

[1]*Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь,*
senin.a@icmm.ru, chupin@icmm.ru
[2]*Пермский национальный исследовательский политехнический университет*
[3]*Пермский государственный национальный исследовательский университет*

В ИМСС реализуется эксперимент винтового МГД-динамо в тороидальном канале[1]. Он заключается в попытке воспроизведения эффекта самогенерации магнитного поля при трёхмерном движении проводящей жидкости. Течение формируется при торможении канала, когда жидкость проходит через неподвижные наклонные направляющие (т.н. *дивертор*). Для успешности эксперимента важной характеристикой является спиральность течения.

В ходе данной работы было смоделировано трёхмерное ламинарное течение вязкой несжимаемой жидкости в цилиндре при обтекании дивертора (рассматривается два вида: сплошной и со сквозным отверстием). В пакете SALOME была создана подробная сетка модели (200 тысяч узлов), численное моделирование проводилось в пакете OpenFOAM решателем pisoFOAM. В результате решения нестационарной задачи обтекания дивертора получены установившиеся трёхмерные поля скорости, по которым вычислены поля завихренности ω и спиральности H. На графиках приведены значения среднеквадратичной завихренности и спиральности вдоль канала (канал





направлен по оси OX) при Re=120. Пунктиром показано расположение дивертора. Величины обезразмерены на радиус канала и входную скорость.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-31-00464.

Список литературы:

1. *Frick, P.; Noskov, V.; Denisov, S.; Khripchenko, S.; Sokoloff, D.; Stepanov, R.; Sukhanovsky*, A. Non-stationary screw flow in a toroidal channel: way to a laboratory dynamo experiment // Magnetohydrodynamics, 2002, 38, 143-162

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПЕРЕДНЕЙ КАМЕРЕ ГЛАЗА С УЧЕТОМ РЕАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

С. А. Складчиков[1], Н. П. Савенкова[1].

[1]*Московсий государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет вычислительной математики и кибернетики, skladtchikov@mail.ru,*

В работе проводится математическое моделирование динамики течения жидкости внутри глаза. Медицинских инструментов для наблюдения этого процесса в живом глазе нет, поэтому математическое моделирование достаточной степени адекватности является здесь основным инструментом исследования, которое позволит в дальнейшем проводить более эффективное лечение медикаментозное лечение глаза.

Демонстрируется трехмерная модель распределения жидкостных потоков с учетом различной геометрии шлемова канала. Изменение местоположения шлемова канала, а также его формы в передней камере глаза может оказывать значительное воздействие на динамику оттока жидкости из глаза. Ухудшение оттока жидкости через шлемов канал приводит в конечном итоге к повышению внутриглазного давления, что, в свою очередь способствует развитию процессов, приводящих к глаукоме.

Понимание изменения структуры течения жидкости в передней камере глаза в зависимости от формы и местоположения шлемова канала позволяет определить способ точечного медицинского воздействия на конкретный глаз с целью недопущения развития паталогических процессов.

Список литературы:

1. Морозов В.И., Яковлев А.А. Фармакотерапия глазных болезней: Справочник. – Изд. 4-е. – М.: Медицина, 2001. – 472с.
2. Нестеров А.П. Глаукома М.: Медицина, 1995.
3. Vortex rings and plasma toroidal vortices in homogeneous unbounded media. ii. the study of vortex formation process / Yusupaliev U., Savenkova N.P., Troshchiev Y. V., Shuteev S.A., Skladchikov S.A., Vinke E.E., Gusein-zade N.G. // Bulletin of the Lebedev Physics Institute. — 2011. — Vol. 38. — P. 275–282.
4. Reduction cell multiphase 3d model / Savenkova N.P., Anpilov S.V., Kuzmin R.N., Provorova O.G., Piskazhova T.V. // Applied Physics. — 2012. — no. 3. — P. 111–115.
5. Savenkova N., Laponin V. A numerical method for finding soliton solutions in nonlinear differential equations // Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics. — 2013. — Vol. 37, no. 2. — P. 49–54.

ВЫЧИСЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ НУЛЕЙ АЛЬФА-ЭКСПОНЕНТЫ

С. Л. Скороходов

ВЦ ФИЦ ИУ РАН, sskorokhodov@gmail.com

Работа посвящена исследованию и вычислению комплексных нулей целой функции $F(\alpha;z)$, определяемой разложением

$$F(\alpha;z)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{(n!)^{\alpha}},\quad \alpha\in(0,1),\qquad |z|<\infty. \tag{1}$$

Свое название функция получила от разложения в ряд экспоненты e^z, чему соответствует значение параметра $\alpha=1$ в определении (1). При значении $\alpha=0$ исходное разложение (1) сходится в круге $|z|<1$ и после аналитического продолжения определяет рациональную функцию $(1-z)^{-1}$. Задача вычисления нулей функции $F(1/2;\,z)$ возникает при решении уравнения Шредингера, описывающего когерентные фазовые состояния $SU(1,1)$ электронов с определенным спиновым числом (см., например, [1]). Для значений параметра

$\alpha = 1/n$, $n = 2,3,\ldots$, аппроксимация функции $F(\alpha;z)$ строится с помощью конечного набора вырожденных гипергеометрических функций ${}_1F_1(a;c;x)$ с аргументом $x = \dfrac{z^n}{n}$ и специальными параметрами a и c. Для необходимого в дальнейшем приближения функции ${}_1F_1(a;c;x)$ используется асимптотическое разложение при $x \to \infty$, что позволяет строить аппроксимацию $F(\alpha;z)$ в элементарных функциях. Задача исследования нулей функции $F(\alpha;z)$ приводит к системе трансцендентных уравнений для $\mathrm{Re}(z)$ и $\mathrm{Im}(z)$, решение которой дает счетное множество корней z_m, упорядоченных по возрастанию $|z_m|$ и имеющих определенную структуру. Полученные аппроксимации z_m используются в итерационном методе Ньютона для высокоточного вычисления нулей $F(\alpha;z)$. Построенные траектории нулей при изменении параметра $\alpha \in (0,1]$ показывают сложную структуру.

Работа поддержана грантом РФФИ № 16-01-00781

Список литературы:

1. *Wuensche A.* Realization of SU(1,1) by boson operators with application to phase states // Acta Phys. Slovaca. 1999. Vol. 49(4). P. 771-782.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЯДЕРНО-ОПТИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭНЕРГИИ В ПЛАЗМЕ ИНЕРТНЫХ ГАЗОВ, СОДЕРЖАЩЕЙ НАНОЧАСТИЦЫ УРАНА

М. Н. Слюняев, А. П. Будник

АО «ГНЦ РФ-ФЭИ», max.my.net@gmail.com, apbud@yandex.ru

Математическое моделирование физических процессов при разработке новых методов прямого преобразования ядерной энергии в другие виды энергий является ведущим методом исследования в этой области ввиду крайней дороговизны экспериментальных методов исследования и их радиационной опасности. В последнее время значительный интерес наблюдается к исследованию прямого преобразования ядерной энергии в энергию лазерного излучения [1-2].

Исследованы процессы ядерно-оптического преобразования энергии в движущейся в лазерно-активном элементе пылевой плазме инертных газов, содержащей наночастицы урана. Изучена пространственно-временная эволюция такой среды в неоднородных меняющихся со временем нейтронных полях.

Разработана теоретическая модель и комплекс программ для математического моделирования процессов ядерно-оптического преобразования. Модель включает в себя уравнения газовой динамики, а также уравнения, описывающие кинетические процессы в неравновесной ядерно-возбуждаемой плазме.

Выполнены расчётно-теоретические исследования пространственно-временной эволюции параметров газовой среды (температура, плотность, скорость, давление), а также распределения концентрации наночастиц урана при различных начальных скоростях движения газа и размерах наночастиц.

Впервые исследованы усилительные свойства лазерно-активной пространственно-неоднородной ядерно-возбуждаемой содержащей наночастицы урана облучаемой неоднородным нейтронным полем движущейся аргон-ксеноновой среды.

Список литературы:

1. *Алексеева И.В., Будник А.П., Сипачёв А.В.* Неравновесная радиационная плазмодинамика в газовых активных средах оптических квантовых усилителей с ядерной накачкой // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2010. Т.9. http://chemphys.edu.ru/media/files/2010-01-12-009.pdf
2. *Слюняев М.Н., Будник А.П., Сипачёв А.В.* Моделирование прямого преобразования кинетической энергии осколков деления урана в энергию лазерного излучения в аргон-ксеноновой пылевой плазме с наночастицами урана // Ядерная энергетика. 2015. №2. С.71-80.

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЭКСНЕРА ДЛЯ ДНА СЛОЖНОЙ ТОПОЛОГИИ

К. С. Снигур[1], И. И. Потапов[1]

[1]*Вычислительный центр ДВО РАН, snigur_ks@rambler.ru, potapovii@rambler.ru*

При движении рек по несвязному дну в весьма широких диапазонах скоростного режима потока, дно рек теряет устойчивость [1], что приводит к появлению на его поверхности донных волн.

Для описания эволюции речного дна используется уравнение Экснера

$$(1-\varepsilon)\frac{\partial \zeta}{\partial t}+\frac{\partial q}{\partial x}=0, \qquad (1)$$

где - уровень донной поверхности; - объемный расход частиц грунта, движущихся в активном придонном слое; - пористость донного материала.

Численное решение уравнения (1) для дна, имеющего сложную геометрию, часто приводит к возникновению численной неустойчивости, которую трудно отделить от физической неустойчивости донной поверхности [2].

Для получения устойчивого решения при решении уравнения (1), делались попытки использования различных разностных схем: центральноразностной дискретизации, схемы типа «чехарда», метода Adam-Bashforth и методов фильтрации типа предиктор-корректор.

В работе [2] показано, что использования схемы Adam-Bashforth для подавления неустойчивости решения недостаточно. Фильтрация данных обеспечивает устойчивость решения, но ее применение в морфологических расчетах должно применяться с большой осторожностью вне зависимости от выбранного типа фильтра [2], так как может привести к излишнему размыву или намыву, и, как следствие, к ошибочному пути развития донной поверхности. В данной работе предложена устойчивая схема решения русловых задач, применение которой не требует использования фильтрации морфологических данных [3].

Работа поддержана грантом РФФИ № 15-05-07594 А.

Список литературы:

1. *Bagnold R.A.* Motion of waves in shallow water, interaction between waves and sand bottoms // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. 1946. Vol.A187, P.1-15
2. *Sanne L.N.* Modelling of sand dunes in steady and tidal flow // Ph.D. Thesis, Technical University of Copenhagen, Denmark. 2003. 185 p.3
3. *Потапов И. И., Снигур К.С.* О решении уравнения Экснера для дна имеющего сложную морфологию №216. Хабаровск: Вычислительный центр ДВО РАН. 2016. 17 с.

БЛОЧНЫЕ ИТЕРАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ С ПРЕДОБУСЛАВЛИВАНИЕМ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЗАДАЧ

С. И. Соловьёв[1]

[1]*Казанский (Приволжский) федеральный университет, sergei.solovyev@kpfu.ru*

После дискретизации задач на собственные значения для симметричных эллиптических дифференциальных уравнений получают обобщенную матричную задачу на собственные значения с большими разреженными симметричными матрицами. Обычно эти матрицы имеют очень большие размеры, а одна из матриц является плохо обусловленной. Мы рассматриваем ситуацию, когда эти матрицы невозможно разместить в памяти компьютера, а доступна только операция умножения матрицы на вектор. Классические численные методы решения матричных задач на собственные значения не могут применяться в рассматриваемой ситуации, поскольку высокая размерность матриц задачи не позволяет использовать память компьютера для их хранения и обработки. В данной ситуации широко применяются различные варианты блочных итерационных методов с предобуславливанием [1, 2]. Эти методы сводят на каждом итерационном шаге решение исходной задачи высокой размерности к вычислению приближенных решений, полученных с помощью решения задачи малой размерности в подпространстве.

В настоящей работе исследуется симметричная задача на собственные значения с невозрастающей зависимостью отношения Рэлея от спектрального параметра. Для решения задачи предложены блочные итерационные методы с предобуславливанием: метод простой итерации, метод наискорейшего спуска и метод сопряженных градиентов. Исследована сходимость и погрешность предложенных методов. Представленные результаты обобщают и развивают результаты, полученные в [1, 2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-11-10299).

Список литературы:

1. *Solov'ëv S.I.* Preconditioned iterative methods for a class of nonlinear eigenvalue problems // Linear Algebra Appl. 2006. V. 415. No. 1. P. 210–229.
2. *Соловьёв С.И.* Нелинейные задачи на собственные значения. Приближенные методы. – Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2011.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БАЛАНСА ЭЛЕКТРОНОВ В СТАЦИОНАРНЫХ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ИНДУКЦИОННЫХ РАЗРЯДАХ

С. И. Соловьёв[1], П. С. Соловьёв[1]

[1]*Казанский (Приволжский) федеральный университет, sergei.solovyev@kpfu.ru*

Высокочастотный индукционный разряд (ВЧИ-разряд) широко используется в разнообразных технологических процессах: обработка металлов, стекол, порошковых материалов, тонких пленок, текстиля и кожевенно-меховых полуфабрикатов. Режимы обработки материалов в этих процессах чрезвычайно чувствительны к основным характеристикам ВЧИ-разряда. Для эффективного и качественного выбора конструктивных решений при создании ВЧИ-установок необходимо применение математического моделирования. Моделирование баланса заряженных частиц ВЧИ-разряда сводится к нахождению минимального собственного значения, отвечающего положительной собственной функции дифференциальной задачи на собственные значения с коэффициентами, нелинейно зависящими от спектрального параметра [1]. Решение этой задачи определяет условие, необходимое для поддержания стационарного ВЧИ-разряда пониженного давления. В настоящей работе установлены необходимые и достаточные условия существования решения задачи. Задача аппроксимируется сеточной схемой метода конечных элементов с численным интегрированием. Исследована сходимость и погрешность приближенных решений. Сеточная задача эквивалентна матричной задаче на собственные значения с нелинейной зависимостью от спектрального параметра. Для вычисления собственного значения матричной задачи на собственные значения предложен и обоснован метод простой итерации. В отличие от результатов [2] мы не предполагаем монотонную зависимость коэффициентов дифференциальной задачи от спектрального параметра.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 16-11-10299).

Список литературы:

1. *Абдуллинв И.Ш., Желтухин В.С., Кашапов Н.Ф.* Высокочастотная плазменно-струйная обработка материалов при пониженных давлениях. Теория и практика применения. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2000.
2. *Соловьёв С.И.* Нелинейные задачи на собственные значения. Приближенные методы. – Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing, 2011.

О ДОСТИЖЕНИЯХ В ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ИЗЛУЧЕНИЯ (ПОСВЯЩАЕТСЯ ПАМЯТИ ПРОФЕССОРА Е.С.КУЗНЕЦОВА (13.03.1901-17.02.1966))

Т. А. Сушкевич

Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук», tamaras@keldysh.ru

В год 105-летия Мстислава Всеволодовича Келдыша (10.02.1911-24.06.1978) обязаны напомнить о заслугах Главного Теоретика космонавтики, гениального Ученого и Организатора науки, единственного из математиков трижды Героя Социалистического Труда, академика с 1946 г., Президента великой АН СССР в 1961-1976 гг. М.В. Келдыш - организатор и первый директор с 1953 по 1978 гг. первого в мире Института прикладной математики, созданного для выполнения атомного и ракетно-космического проектов и обеспечения «ракетно-ядерного щита» на основе достижений математики с использованием вычислительной техники, породивших современные «computer sciences» и информационные технологии.

Настоящая работа - это посвящение памяти профессора Евграфа Сергеевича Кузнецова в год 115-летия со дня его рождения (13.03.2001) и 50-летия со дня его кончины (17.02.1966). Е.С. Кузнецов [1] - это первый советский вычислитель-модельер - специалист по теории переноса излучения в природных средах (первые работы по климату в 1925-1927 гг.) и участник атомного проекта, который основал советскую научную школу по теории переноса излучения, нейтронов и заряженных частиц и в 1955 г. организовал единственный в мире уникальный отдел «Кинетические уравнения» в Институте Келдыша. Это и итоги 55 лет научной работы Т.А. Сушкевич [2-5] в Институте Келдыша – последней ученицы Е.С. Кузнецова.

Работа поддержана грантами РФФИ № 15-01-00783, 14-01-00197.

Список литературы:

1. *Кузнецов Е.С.* Избранные научные труды (в связи со 100-летием со дня рождения) / Ответ. ред. Сушкевич Т.А. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 784 с.
2. *Масленников М.В., Сушкевич Т.А.* Асимптотические свойства решения характеристического уравнения теории переноса излучения в сильно поглощающих средах // ЖВМ и МФ, 1964. Т.4. № 1. С. 23-34.
3. Численное решение задач атмосферной оптики. // Сборник научных трудов ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР / Под ред. Масленникова М.В. и Сушкевич Т.А. - М.: ИПМ им. М.В.Келдыша АН СССР, 1984. 234 с.
4. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Иолтуховский А.А.* Метод характеристик в задачах атмосферной оптики. - М.: Наука, 1990. 296 с.
5. *Сушкевич Т.А.* Математические модели переноса излучения. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. 661 с .

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ И РАДИАЦИОННОГО ФОРСИНГА НА КЛИМАТ ЗЕМЛИ В УСЛОВИЯХ АРКТИКИ

Т. А. Сушкевич, С. А. Стрелков, С. В. Максакова

Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук», tamaras@keldysh.ru

В 2016 г. можно отметить 50-летие многомерной сферической модели переноса излучения, разработанную Т.А. Сушкевич в 1966 г. [1]. Это была первая в мире численная модель глобального поля яркости Земли в масштабах всей планеты, в которой впервые были учтены основные факторы радиационных процессов, адекватно описывающих взаимодействия излучения с аэрозольными и газовыми компонентами атмосферы при реалистичных метеорологических параметрах. Были созданы фундаментальные основы информационно-математического обеспечения для реализации космических проектов разного назначения [2-6]. Впервые поставлена задача обобщить достигнутое и задать вектор развития теоретико-расчетных исследований радиационных процессов в условиях Арктики на основе аналитических и численных методов решения сложнейших задач теории переноса излучения в природных средах с учетом структуры оптико-геофизических параметров гетерогенной среды, процессов взаимодействия электромагнитного излучения с веществом и условий инсоляции в дневных и ночных условиях в разные времена года в интересах ДЗЗ и радиационного форсинга на климат.

Работа поддержана грантами РФФИ № 15-01-00783, 14-01-00197.

Список литературы:

1. *Сушкевич Т.А.* Осесимметричная задача о распространении излучения в сферической системе / Отчет № 0-572-6. М.: ИПМ АН СССР, 1966. 180 с.
2. *Сушкевич Т.А.* О моделировании переноса солнечного излучения в сферической атмосфере Земли и облаках // Оптика атмосферы и океана. 1999. Т. 12. № 3. С. 251-257.
3. *Сушкевич Т.А.* О решении задач атмосферной коррекции спутниковой информации // Исслед. Земли из космоса. 1999. № 6. С. 49-66.
4. *Сушкевич Т.А.* О пионерских работах по математическому моделированию радиационного поля Земли при освоении космоса // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2008. Т 1. Вып. 5. С. 165-180.
5. *Сушкевич Т.А., Стрелков С.А., Иолтуховский А.А.* Метод характеристик в задачах атмосферной оптики. - М.: Наука, 1990. 296 с.
6. *Сушкевич Т.А.* Математические модели переноса излучения. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. 661 с.

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД В ЗАДАЧЕ РАСЧЕТА ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ЛЬДИН В АКВАТОРИИ АЗОВСКОГО МОРЯ

А. А. Тарелкин[1], Л. Г.Чикина[1], А. Л.Чикин[2]

[1]*Южный Федеральный Университет, atarelkin@sfedu.ru, lchikina@sfedu.ru*

[2] *Южный Научный Центр Российской Академии Наук, achikin@sfedu.ru*

Разработана двумерная модель перемещения льдин под действием течения воды с учетом ветровой нагрузки. В качестве объекта исследования рассматривается процесс перемещения льдин произвольной формы в водоеме Помимо этого, учитывается индивидуальная конфигурация каждой льдины. При этом граница водоема считается вертикальной, а его глубина превышает максимальную толщину ледяного покрова, что позволяет рассматривать льдины, как упругие пластины произвольной формы.

За основу модели перемещения льдины взята модифицированная двумерная модель дрейфа айсберга [1]. В используемой модели исключается взаимодействие с грунтом и ветровое волнение, а водоем не имеет наклона. Движение льдины описывается следующими уравнениями:

$$M\frac{du}{dt} = F_{nx}^W + F_{nx}^A, M\frac{dv}{dy} = F_{ny}^W + F_{ny}^A \qquad (1)$$

Ветровая нагрузка и течение воды задается посредствам прямоугольных сеток, при этом для льдины применяется триангуляция. Таким образом, результирующая сила, действующая на льдину, есть сумма сил, действующих на каждый элемент разбиения:

$$F_i^W = c_w \rho_w S_i (V^W - V_i^{ice})$$
$$F_i^A = c_a \rho_a S_i (V^A - V_i^{ice})$$

где V^W– скорость течения, V^A– скорость ветра, V_i^{ice}– скорость i элемента льдины, ρ_w, ρ_a – плотность воды, воздуха, c_w, c_w – коэффициент трения воды, воздуха, S_i – площадь i элемента разбиения льдины, контактирующая с водой или воздухом. Взаимодействие между объектами сводится к задаче обнаружения и обработки столкновений.

В качестве начальных условий заданы формы льдин, их плотность и положения, полученные с использованием спектральных изображений спутника MODIS Aqua [2]. По этим параметрам рассчитывается площадь, масса и центр масс каждой рассматриваемой льдины.

Список литературы:

1. *D. Holland M. M. Modelling the impact of icebergs on the Southern Ocean freshwater budget and circulation // National Science Foundation. — 2004*
2. *Aqua Earth-observing satellite mission | Aqua Project Science URL:http://aqua.nasa.gov/.* (*May 17, 2016)*

ОБОБЩЕННЫЙ ЧАСТОТНЫЙ СПЕКТР ДИФФУЗИИ ЗАРЯДА В ДНК

Д. А. Тихонов, Е. В. Соболев, В. Д. Лахно

Институт математических проблем биологии РАН – филиал ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, dmitry.tikhonov@gmail.com

Исследована модель Холстейна, описывающая перенос заряда в ДНК. В работе проведен более подробный анализ кинетики заряда при конечной температуре, дополняющий предыдущие исследования подвижности заряда [1,2]. Получено удобное масштабирование уравнений модели, включающее матричные элементы полинуклеотидной цепочки. Выделен основной параметр модели температура θ. Получены асимптотики частотного спектра диффузии заряда в пределе малых и больших температур. Для умеренных температур проведены численные расчеты (см. рис. 1). Обнаружены особенности спектра, свидетельствующие о сосуществовании индивидуального и коллективного переноса электронов вдоль цепочки ДНК.

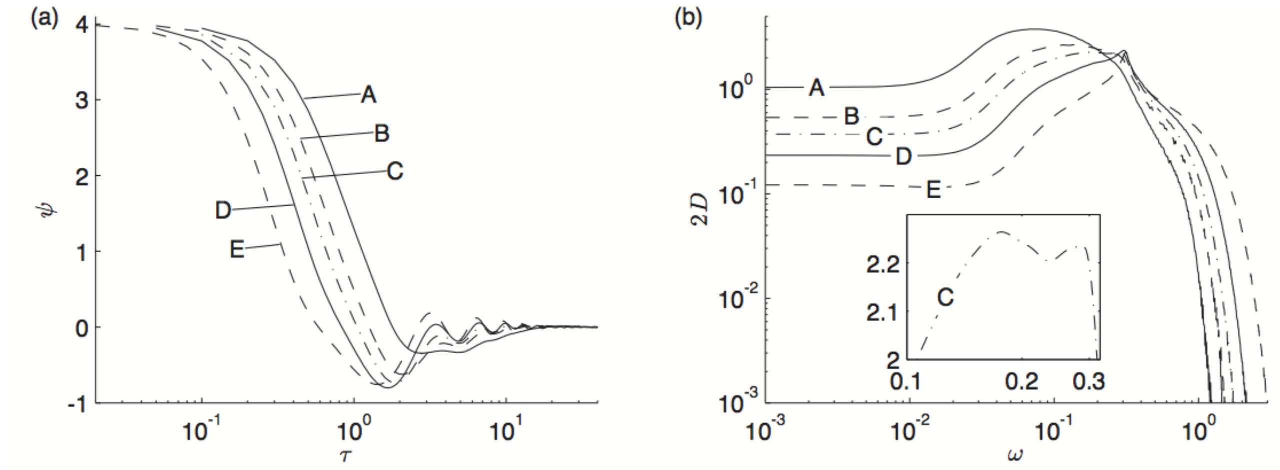


Рис. 1. Автокорреляционные функция скорости (a) и обобщенный частотный спектр (b) распространения заряда в диапазоне умеренных температур;
A) θ = 1.2; B) θ = 1.6; C) θ = 1.9; D – θ = 2.4; E) θ = 3.5.

Работа поддержана грантами РФФИ № 15-07-06426 и РНФ № 16-11-10163.

Список литературы:

1. *Lakhno V.D., Fialko N.S.* Hole mobility in a homogeneous nucleotide chain // JETP. 2003. V. 78, № 5. P. 336–338.
2. *Tikhonov D.A., Fialko N.S., Sobolev E.V., Lakhno V. D.* Scaling of temperature dependence of charge mobility in molecular holstein chains // Phys. Rev. E. 2014. V. 89. P. 032124.

О ЗАДАЧЕ УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИКОЙ КРОВОТОКА В УСЛОВИЯХ ДЕЙСТВИЯ ВНЕШНИХ ОБЪЕМНЫХ СИЛ

Н. Р. Урманцева[1]

[1]*ГБОУ ВПО «Сургутский государственный университет», nel-u@yandex.ru*

Управление поведением жидкости в областях со сложной переменной геометрией приобретает прикладное значение в медицинских исследованиях, связанных с неврологией, кардиологией и т.п. Кровеносная система C является проводником. Если проводник перемещается в магнитном поле или остается неподвижным в переменном магнитном поле, в нем возникает электрический ток.

Существенным фактором, позволяющим реализовать заданный характер течения несжимаемой жидкости, являются внешние объемные силы. Отметим, что силы кулоновского типа, являющиеся градиентом гравитационного или электрического потенциала, могут быть включены в перенормировку давления жидкости p и позволяют рассматривать p как управляющий распределенный параметр [1].

Таким образом, естественными управляющими воздействиями на кровеносную систему являются:

1. внешние объемные силы $F(x,t)$, действующие на систему;
2. переменная во времени геометрия рассматриваемой области $D(t)$, которая может быть достигнута за счет механических воздействий на систему (массаж).

В качестве внешнего воздействия на систему в рамках эксперимента была рассмотрена электромиостимуляция (EMS), во время которой происходит изменение биологической активности мышц и улучшение кровообращения под воздействием импульсного постоянного тока на тренажере X-Body.

Оптимизационная постановка задачи управления состоит в выборе такого поля деформаций W (при изменении геометрии области $D(t)$) или внешних объемных сил $F(x,t)$, для которых в заданной подобласти, расположенной в гидросистеме C, поле скоростей жидкости V и ее давление p в некоторой метрике J наименее уклоняется от целевых значений (т.е. в фиксированной подобласти задается желаемый дебит крови – график скорости течения и давления во времени и пространстве, который оптимизируется на основании аппаратурных ограничений, задающих пространство оптимизации) [2].

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 14-01-00478.

Список литературы:

1. *Галкин В.А., Урманцева Н.Р.* Управление колебаниями гидродинамической системы, состоящей из n скважин, в условиях действия объемных сил // Электронное научное издание «Вестник кибернетики». 2015. №3 (19). С. 165–171.
2. *Бетелин В.Б., Галкин В.А.* Задачи управления параметрами несжимаемой жидкости при изменении во времени геометрии течения // Доклады академии наук. 2015. Т. 463. С. 149–151.

АЛГОРИТМ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВИХРЕВЫХ СТРУКТУР НА Г-ПЛОСКОСТИ

А. М. Филимонова[1], В. Н. Говорухин[2]

[1]*Южный федеральный университет, afilimonova@sfedu.ru*
[2]*Южный федеральный университет, vngovoruhin@sfedu.ru*

В докладе представлен алгоритм анализа динамики и взаимодействия двумерных вихревых конфигураций в присутствии силы Кориолиса (на так называемой γ-плоскости), приведены результаты численных экспериментов.

Математически задача формулируется в виде системы уравнений:

$$\frac{D\omega}{Dt} \equiv \omega_t + \psi_y\omega_x - \psi_x\omega_y = 0, \qquad \omega = -\Delta\psi + \Lambda^2\psi - \frac{1}{2}\gamma r^2, \qquad (1)$$

где t– время, x, y – координаты на плоскости, γ, Λ – параметры, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, а индексы означают дифференцирование по переменной. Из первого уравнения (**1**) следует, что завихренность ω пассивно переносится жидкими частицами. Второе уравнение связывает ω и функцию тока ψ. Задача рассматривается в предположении, что на ψ наложены периодические краевые условия.

Для анализа динамики и взаимодействия вихревых конфигураций разработан вариант метода вихрей-в-ячейках, основанный на подходах работ [1,2]. В основе метода лежат следующие положения:

▪Завихренность ω задается дискретно в N частицах и переносится пассивно вектором скорости $v = (-\psi_y, \psi_x)$.

▪Поле завихренности $\omega(x, y)$ на каждом временном шаге аппроксимируется кусочно-непрерывным набором кубических полиномов, коэффициенты которых находятся методом наименьших квадратов.

▪Функция тока ψ в каждый момент времени приближается отрезком ряда Фурье $\sum_{i=1}^{k_x}\sum_{j=1}^{k_y}\psi_{ij}(t)g_{ij}(x, y)$, где $g_{ij}(x, y)$ – базисные тригонометрические функции, а $\psi_{ij}(t)$ – неизвестные коэффициенты функции тока, которые находятся проекционным методом Бубнова-Галеркина.

▪Динамика жидких частиц описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений: $\dot{x} = -\psi_y, \dot{y} = \psi_x$, которая решается при помощи псевдосимплектического метода Рунге-Кутты.

Работа поддержана грантом РФФИ №14-01-00470.

Список литературы:

1. *Говорухин В.Н.* Вариант метода вихрей в ячейках для расчета плоских течений идеальной несжимаемой жидкости // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2011. Т.51 №6. С. 1133-1147.
2. *Govorukhin V.* A meshfree method for the analysis of planar flows of inviscid fluids // Lecture Notes in Computational Science and Engineering Vol. 89, 2013, pp. 171-180.

О ВОЗМОЖНОСТИ ОПИСАНИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ ДИНАМИКИ ВСЕЛЕННОЙ С ПОЗИЦИИ ЕЕ ФРАКТАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ БЕЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОНЯТИЙ «ТЕМНАЯ МАТЕРИЯ» И «ТЕМНАЯ ЭНЕРГИЯ»

О. Н. Хатунцева

ОАО «РКК «Энергия», ol-khatun@yandex.ru

Описанию процессов, происходящих в пространствах с дробной размерностью, посвящено довольно много работ. В большинстве из них методы, применяемые для описания таких процессов, связаны с заменой производных по времени и производных по пространственным переменным на производные в дробной степени, соответствующие производным Римана-Лиувилля. В работах [1-2] были выявлены недостатки, связанные с этим методом, и обоснована необходимость разработки новых подходов к описанию процессов во фрактальных структурах. В этих работах был также предложен метод описания таких процессов на основе расширения фазового пространства, за счет введения дополнительной переменной, описывающей масштаб рассмотрения фрактальной системы. Основой разработанного метода послужило использование свойства самоподобия фрактальных структур на разных масштабах их рассмотрения.

Самый большой из известных нам объектов – Вселенная, по данным последних исследований, также обладает фрактальной структурой. В настоящее время довольно много работ посвящено описанию видимой части Вселенной с точки зрения ее фрактальной геометрии и определению дробной размерности. Однако эти исследования не затрагивают вопросов влияния фрактальной структуры Вселенной на динамику ее объектов. Данное исследование посвящено этому вопросу. В работе предложен метод описания действия сил гравитации в системе тел, образующих фрактальную структуру. Показано, что учет масштаба рассмотрения движения тела в гравитационном поле других тел, имеющих фрактальный характер распределения, может приводить к такого рода эффектам, которые могут трактоваться, как наличие либо дополнительной силы притяжения, либо дополнительной силы отталкивания в зависимости от масштаба рассмотрения такой системы. То есть, характеризовать особенности аномальной динамики объектов Вселенной, для описания которых в настоящее время применяют искусственно вводимые понятия «темной материи» и «темной энергии».

Список литературы:

1. *Хатунцева О.Н.* Особенности описания физических процессов во фрактальных системах // Сибирский журнал вычислительной математики. 2010 г., Т13, N1, стр.101-109.

2. *Хатунцева О.Н.* Метод описания процессов теплопроводности во фрактальных системах с использованием масштабной переменной // Сибирский журнал вычислительной математики. 2015 г., N1, стр.95-105.

ЧИСЛЕННЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЕСТЕСТВЕННОЙ И ВЫНУЖДЕННОЙ КОНВЕКЦИИ В ОЗЕРЕ БАЙКАЛ

Е. А. Цветова

ИВМиМГ СО РАН, e.tsvetova@ommgp.sscc.ru

Рассматривается задача о моделировании гидротермодинамики гетерогенной системы, в состав которой входит вода и метан в трех фазах, растворенный, пузырьковый и в виде газогидрата. Мы предполагаем, что метан является активной примесью, которая влияет на гидродинамику озера, в том числе изменяет процессы естественной и вынужденной конвекции.

Для моделирования гидротермодинамики воды в озере, как несущей среды, используется математическая модель в негидростатическом приближении. Она представлена системой уравнений в частных производных для трех компонентов вектора скорости, уравнения для температуры, уравнения состояния и уравнения неразрывности. В системе уравнений учитываются силы Кориолиса, перенос и турбулентная диффузия моментов количества движения и тепла.

Поведение фаз метана описывается системой уравнений типа конвекции-диффузии-реакции. В правых частях этих уравнений присутствуют члены, описывающие фазовые переходы, которые осуществляются в системе при достижении ею необходимых условий по давлению, температуре и насыщению концентраций соответствующих компонент. Термические эффекты, учитывающие скрытую теплоту перехода фаз, включены в правую часть уравнения для температуры.

Для построения согласованных численных алгоритмов используется вариационный подход [1], в соответствии с которым для всей системы строится интегральное тождество, которое затем аппроксимируется с использованием схем расщепления. Для операторов типа конвекции-диффузии-реакции мы получаем дискретно-аналитические схемы на основе техники сопряженных интегрирующих множителей [2].

Работа поддержана грантом РФФИ № 14-01-00125 и проектом Президиума РАН II.2П/ I.3-2.

Список литературы:

1. *Пененко В. В., Цветова Е. А., Пененко А. В.* Развитие вариационного подхода для прямых и обратных задач гидротермодинамики и химии атмосферы// Известия РАН. Физика атмосфер и океана, 2015, том 51, № 3,с. 358–367.

2. *Penenko V.V., Tsvetova E.A., Penenko A.V.* Variational approach and Euler's integrating factors for environmental studies// Computers and Mathematics with Applications, 2014, V.67, Issue 12, Pages 2240–2256.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ КОНВЕКТИВНЫХ ДВИЖЕНИЙ В ПОРИСТОЙ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

В. Г. Цибулин[1], М. А. Абделхафиз[1,2]

[1]*Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону,* tsyb@nm.ru
[2]*Сухаг университет, Сухаг 82524, Египет,*

При моделировании тепло- и массопереноса в жидких и пористых средах в основном рассматриваются постановки задач, не учитывающие анизотропию тепловых характеристик и проницаемости [1]. Применяемая для описания конвективных течений модель Дарси при определенных условиях [2] обнаруживает нетривиальный эффект ответвления семейства стационарных состояний от потерявшего устойчивость механического равновесия. Это явление объяснено при помощи теории косимметрии [3]. В изотропной постановке семейства конвективных движений были рассчитаны на основе специальных, сохраняющих косимметрию аппроксимаций [4].

Целью данной работы является анализ возникновения конвекции в анизотропной среде с учетом косимметричных эффектов. Рассматривается задача для пористого прямоугольника с учетом анизотропии тепловых характеристик и проницаемости. Для уравнений Дарси-Буссинеска установлены условия, при которых задача относится к классу косимметричных систем, и получены явные формулы для критических чисел Рэлея, отвечающих потере устойчивости механического равновесия. Развиты конечно-разностные схемы решения для системы уравнений в естественных переменных и для задачи относительно функции тока и температуры. Построены сохраняющие косимметрию аппроксимации на смещенных сетках, совпадающие с разработанными в [4] для изотропного случая. Проведены расчеты критических чисел и ответвляющихся стационарных конвективных режимов, представлены сравнения вычислений для разностных схем, не обеспечивающих выполнение условий косимметрии.

Работа поддержана грантом РФФИ № 14--01--00470 и правительством Египта.

Список литературы:

1. *Nield D.A., Bejan A.* Convection in Porous Media. – Springer, New York. 2013.
2. *Любимов Д.В.* О конвективных движениях в пористой среде, подогреваемой снизу // ПМТФ. 1975. №2. С.131–137.

3. *Юдович В.И.* Косимметрия, вырождение решений операторных уравнений, возникновение фильтрационной конвекции // Мат. заметки. 1991. Т.49. №5. С.142–148.
4. *Karasozen B., Nemtsev A.D., Tsybulin V.G.* Staggered grids for three-dimensional convection of a multicomponent fluid in a porous medium // Computers and Mathematics with Applications. 2012. Vol. 64. № 6. 1740-1751.

РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННОГО АЛГОРИТМА ФИЗИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

В. А. Шишко[1], А. В. Коношонкин[1,2], Н. В. Кустова[1]

[1]*Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН,*
634055, г. Томск, пл. Академика Зуева, 1, sva@iao.ru, kustova@iao.ru
[2]*Национальный исследовательский Томский государственный университет,*
634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, sasha_tvo@iao.ru

Разработан алгоритм физической оптики для решения задачи рассеяния света на кристаллических частицах перистых облаков. Данный алгоритм представляет собой алгоритм трассировки пучков [1] расширенный за счет добавления дифракции и интерференции. На данный момента алгоритм может решать задачу рассеяния только на выпуклых частицах без учета поглощения.

Задача алгоритма заключается в нахождении матрицы Джонса и/или матрицы Мюллера согласно

$$\mathbf{E}_s = \mathbf{J}\mathbf{E}_i, \tag{1}$$

$$\mathbf{I}_s = \mathbf{M}\mathbf{I}_i, \tag{2}$$

где $\mathbf{E}_i$ и $\mathbf{E}_s$ – падающее и рассеянное поле, $\mathbf{I}_i$ и $\mathbf{I}_s$ – вектора параметров Стокса падающей и рассеянной волн, $\mathbf{J}$ – матрица Джонса, $\mathbf{M}$ – матрица Мюллера, которая может быть вычислена на основе матрицы Джонса.

Преимуществом данного алгоритма является наличие всех необходимых данных для визуализации происходящего процесса. На рис. 1 представлена визуализация отдельного пучка, видна его траектория и поперечное сечение.

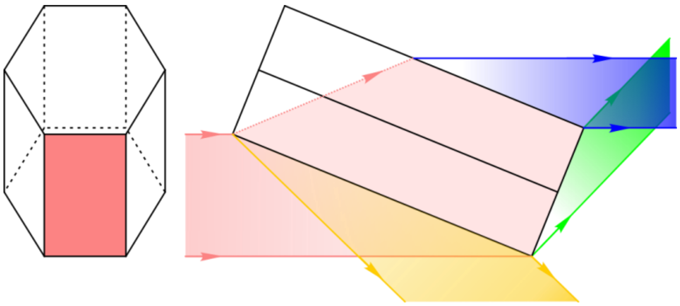


Рисунок 1 – Визуализация траектории отдельного пучка

Работа выполнена при поддержке РФФИ № 15-05-06100а, № 15-55-53081, 16-35-60089 частичной поддержке РНФ (соглашение № 14-27-00022), при поддержке Гранта президента РФ (МК-6680.2015.5) и при поддержке Минобрнауки РФ в рамках «Программы повышения конкурентоспособности ТГУ».

Список литературы:

1. Алгоритм трассировки пучков – Режим доступа: https://github.com/sasha-tvo/Beam-Splitting

МОНОТОННЫЙ МЕТОД ЧАСТИЦ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНЫХГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С УЧЁТОМ УПРУГОПЛАСТИКИ И ГОРЕНИЯ ВЗРЫВЧАТЫХ ВЕЩЕСТВ

В. А. Шмелёв, Ю. В. Янилкин

РФЯЦ-ВНИИЭФ г.Саров, Vovy-13@yandex.ru

Проблема корректного расчёта движения многокомпонентной среды является наиболее серьёзной для лагранжево-эйлеровых методик. Одним из способов решения данной проблемы является использование метода частиц. Достоинства этого метода связаны с лагранжевым представлением частиц и возможностью хранения информации о среде в них, что позволяет минимизировать погрешности эйлеровых методов, связанные с решением уравнения адвекции. Основным недостатком метода частиц является сильная немонотонность решения, связанная с дискретным переносом величин, отнесённых к частицам, из ячейки в ячейку.

Процессы горения (в том числе и детонация) взрывчатых веществ и упругопластика представляют собой важные с практической точки зрения явления, требующие точного описания при численном моделировании ударноволновых течений, особенно при использовании неподвижных счётных сеток.

В настоящей работе предлагается монотонный метод частиц, в котором решаются проблемы, связанные с немонотонностью классических методов частиц. Реализация метода ММЧ осуществлена в рамках кода ЭГАК. Монотонность рассматриваемого метода частиц обеспечивается путём дробления частиц таким образом, чтобы вытекающий из ячейки объём соответствовал объёму, получающемуся при вычислении сеточным методом.

Также приводится дальнейшее развитие монотонного метода частиц для расчёта задач с использованием кинетики горения взрывчатых веществ по модели Морозова и соавторов (МК) и учётом упругопластических свойств материалов. Проведён ряд тестовых расчётов, результаты которых свидетельствуют о том, что монотонный метод частиц может успешно применяться для решения описанных выше классов задач.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВАРИАЦИОННЫХ ФОРМУЛИРОВОК МОДЕЛИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕННОСТИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА РЕГУЛЯРНЫХ ДУАЛЬНЫХ СЕТКАХ

Н. В. Штабель[1], Э. П. Шурина[1,2]

[1]Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, nadino2000@mail.ru

[2]Новосибирский государственный технический университет, shurina@online.sinor.ru

Многие геофизические исследования окружающей среды основаны на измерении и изучении не только электрического, но и магнитного поля. Разработки вычислительной схемы наиболее полно учитывающей особенности поведения магнитного поля в различных средах является актуальной задачей. В 70-х гг XX в. Tonti в своих работах [1,2] показал, что дифференциальные формы отражают особенности физики электромагнитных процессов естественным образом.

В работе рассмотрена вариационная постановка для напряженности магнитного поля H в частотной области, выписанная в терминах дифференциальных форм. Магнитное поле в терминах дифференциальных форм представимо в виде формы первого порядка внешней ориентации. В отличие от обыкновенных дифференциальных форм, формы внешней ориентации требуют аппроксимации на сетках специального вида – дуальных сетках. Дуальные сетки строятся на основе симплициальных сеток по принципу дуальности Пуанкаре по алгоритму[3]. В работе построена дуальная сетка для регулярного симплициального разбиения. Ячейки такой сетки – регулярные полиэдры с неплоскими гранями и усечения этих полиэдров плоскостями границы. Для таких геометрических носителей построен специальный векторный базис на ребрах дуальной сетки в идеологии многомасштабных методов. Рассмотрены особенности моделирования магнитного поля в среде.

Работа выполнена в рамках Программы №43 фундаментальных исследований Президиума РАН.

Список литературы:

1. *Tonti E.* The Algebraic - Topological Structure of Physical Theories // Conference on Symmetry, Similarity and Group Theoretic Methods in Mechanics. Calgary (Canada). 1974. pp.441-467.
2. *Tonti E,* On the formal structure of physical theories. Monograph of the Italian National Research Council. 1975
3. *Штабель Н.В.* Алгоритм построения двойственности Пуанкаре для симплициальных сеток // Математика и ее приложения: фундаментальные проблемы науки и техники. Сборник трудов всероссийской конференции. Алтайский государственный университет. 2015. С. 139-145

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ДИССОЦИАЦИИ ВОДОРОДА В ВОЛЬФРАМОВОМ КАНАЛЕ

И. Б. Юдин

Институт теплофизики им. Куктателадзе СО РАН, yudinib@gmail.com

В работе проводится численное исследование степени диссоциации в зависимости от температуры трубки при условиях экспериментов [1]. Через трубку диаметром d=4 мм и длиной L=100 мм (рис.1) подаётся водород. Полный поток на выходе из трубки 10^{19} атомов/с [1]. Температура трубки варьируется в диапазоне от 1800 до 2600 К. Цилиндрическая область диаметром 40мм и длиной 140мм за капилляром имеет полностью поглощающие стенки (показаны на рисунке 1 пунктиром).

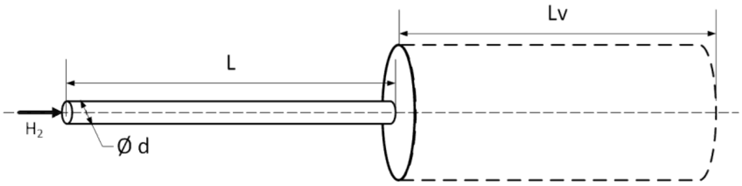


Рисунок 1 – Схема расчётной области.

Водород подаётся испарением с торцевой поверхности трубки при температуре 300 К. Гетерогенные процессы на поверхности трубки происходят по следующей принятой схеме. При столкновении со стенкой молекулы водорода распадаются на атомы с вероятностью α, либо отражаются зеркально. Восстановление молекул до атомов происходит с вероятностью β, непрореагировавшие атомы также отражаются зеркально. Продукты реакций рассеиваются диффузно с температурой стенки. Отражение частиц от торцов трубки и вакуумной области – зеркальное. Степень диссоциации рассчитывается по формуле $K_D=nV_x(H)/\{nV_x(H)+2nV_x(H_2)\}$, где $nVx(H)$ и $nVx(H_2)$ – осреднённые по сечению трубки удельные потоки атомов и молекул водорода. Для температуры трубки 2400К степень диссоциации 78%

выполняется при величинах коэффициентов α=0,26 и β=0,08 на расстоянии 100мм от выхода из трубки.Численное исследование проводились методом прямого статистического моделирования [2]. Расчётная область разбивалась на $3\cdot 10^4$ кольцевых ячеек, для молекулярного и атомарного водорода использовались $3{,}5\cdot 10^6$ частиц.

Работа поддержана грантом РНФ 15-19-00061.

Список литературы:

1. Koschmieder H., Raible V. Intense atomic-hydrogen beam source // Review of Scientific Instruments. 1975. V.46. Pp. 536-537.
2. Иванов М.С., Рогазинский С.В. Метод прямого статистического моделирование в динамике разреженного газа // Новосибирск: ВЦ СО АН СССР. 1988. с. 117.

АЛФАВИТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А
Аверина Т. А. 61
Алгазин С. Д. 62
Алексеев А. К. 16
Андреев С. С. 17
Андреева Е. М. 18
Анпилов С. В. 63
Аристова Е. Н. 19
Архипов Д. А. 65
Астапов Ю. В. 64
Астафуров Г. О. 19
Афендиков А. Л. 20
Афендикова Н. Г. 21

Б
Бабаков А. В. 22
Бавин В. В. 18
Баззаев А. К. 66
Баничук Н. В. 67
Баранникова Д. Д. 104
Басс Л. П. 106
Баутин С. П. 68
Берендеев Е. А. 85
Безродных С. И. 69
Блинков Ю. А. 32, 70
Богданов А. Н. 22
Бойко А. В. 72
Бондарев А. Е. 16
Боровик Е. В. 23
Боронина М. А. 71
Будник А. П. 111
Бураго Н. Г. 24
Быков Н. В. 25
Быковских Д. А. 75
Бычин И. В. 73

В
Варин В. П. 74
Варфоломеев Д. А. 26
Власов В. И. 27
Власова Н. С. 25
Волков Р. Е. 104
Вшивков К. В. 28
Вшивкова Л. В. 28, 71

Г
Гавриков М. Б. 29
Гавриленко Т. В. 75
Галкин В. А. 30, 73, 75, 76
Герасимов В. Ю. 59
Гердт В. П. 32, 70
Говорухин В. Н. 33,121
Гольдич А. С. 77
Гордин В. А. 34, 78
Гореликов А. В. 73
Григорьева И. В. 79
Грудницкий В. Г. 35
Гульчук П. А. 42

Д
Давыдов А. А. 80
Дбар С. А. 17
Демьянко К. В. 72
Дерябин С. Л. 68
Дерябкин И. В. 88
Долгов Д. А. 79
Долголева Г. В. 38, 81, 106
Долгун А. А. 82
Дубовик А. О. 76
Дудникова Г. И. 28, 85
Дьянов Д. Ю. 87

Е
Егоров А. А. 83
Егорова М. А. 83
Елаева М. С. 84
Ефимова А. А. 85

Ж
Жиляев И. В. 100
Жуков В. Т. 38
Жуков М. Ю. 84

З
Забродина Е. А. 81
Зайцев Н. А. 39
Захаров Ю. Н. 79
Злотник А. А. 40
Змиевская Г. И. 61
Золотов Н. Б. 86

И
Иванов А. В. 42
Иванова С. Ю. 67
Ильин В. П. 41

К
Казанцев А. В. 87
Калмыкова А. В. 63
Карпов С. А. 106
Кедринский В. К. 45
Ким А. В. 42
Козелков А. С. 59, 92
Колесников И. Ю. 43
Коношонкин А. В. 125
Костоглотов А. А. 88
Костоглотова О. А. 88
Котельникова М. С. 89
Краснов М. М. 23, 44
Крат Ю. Г. 90
Критский Б. В. 39
Крутякова О. Л. 92
Крыжановская Ю. А. 91
Куропатенко В. Ф. 26
Курулин В. В. 59, 92
Кустова Н. В. 125
Кутищева А. Ю. 58
Кучугов П. А. 44

Л
Ладонкина М. Е. 44
Лазарева Г. Г. 45
Лапенков И. Н. 59
Лапонин В. С. 93
Ларченко В. В. 94
Лахно В. Д. 96, 118
Лацис А. О. 17
Левченко Е. А. 59
Луцкий А. Е. 46
Лысов В. Г. 96

М
Марков А. А. 47
Макеев Е. В. 67
Максакова С. В. 116
Мариненко А. В. 98
Маринов К. Б. 70
Матерова И. Л. 59, 92
Михайлова Е. И. 58
Меньшов И. С. 48
Моисеев Н. Я. 49, 99, 100

Т

Морозов С. В. 87
Муратова Г. В. 18

Н
Нечепуренко Ю. М. 72, 101
Никитин И. С. 24
Николаев А. П. 102
Новаковский Н. С. 50
Новикова Н. Д. 38
Нуралиева А. Б. 51

О
Обухов А. Г. 104

П
Павлухин П. В. 48
Пененко В. В. 52
Пикулин С. В. 105
Плинер Л. А. 81
Плоткина Е. А. 17
Подлесных Д. С. 91
Подрыга В. О. 53
Поляков С. В. 53
Потапенко И. Ф. 106
Потапов И. И. 90, 112

Р
Рыков Ю. Г. 23, 54
Ряховский А. В, 73

С
Савенкова Н. П. 63, 93
Садов Ю. А. 51
Самсонов А. А. 106
Северин А. В. 107
Сенин А. Н. 108
Складчиков С. А. 109
Скороходов С. Л. 110
Слюняев М. Н. 111
Снигур К. С. 112
Соболев Е. В. 118
Соловьев С. И. 106, 113, 114
Соловьев П. С. 106, 114
Старченко С. В. 55
Стрелков Н. А. 56
Стрелков С. А. 116
Сушкевич Т. А. 115, 116

Я

Тарелкин А. А. 117
Таюрский А. А. 29
Тихонов В. А. 118
Тишкин В. Ф. 44
Туляков Д. Н. 96

У
Урманцева Н. Р. 119

Ф
Феодоритова О. Б. 38
Филимонова А. М. 121

Х
Хатунцева О. Н. 122
Христич Д. В. 64

Ц
Цветова Е. А. 123
Циберев К. В. 87
Циберева Ю. А. 92
Цибулин В. Г. 124
Цымбалов Е. А. 78

Ч
Челаков А. А. 87
Чикин А. Л. 57, 117
Чикина Л. Г. 57, 117
Чупин А. В. 108

Ш
Шабас И. Н. 57
Шемендюк А. А. 34
Шестаков Е. А. 99
Ширяева Е. В. 84
Шишко В. А. 125
Шмаков В. М. 100
Шмелёв В. А. 126
Штабель Е. П. 65
Штабель Н. В. 58, 127
Шурина Э. П. 58, 65, 127

Э
Эпов М. И. 58, 98

Ю
Юдин И. Б. 128

Якушев В. Л. 24
Ялозо А. В. 59

Научное издание

Редакция и компьютерная подготовка к изданию
– А. А. Давыдов, Н. А. Давыдова, К.Е. Никитин

Отпечатано с оригинал–макета, изготовленного
в Институте прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН